

令和五年度 修士論文

# フォトンカウンティング CT とカップリング効果

指導教員 櫻井 浩 教授

群馬大学大学院理工学府 理工学専攻  
電子情報・数理教育プログラム

石崎 賢弥

# 目次

第1章 序論.....	3
1-1 研究背景.....	3
1-2 研究目的.....	4
第2章 原理.....	6
第3章 CT撮影と $\mu$ .....	11
3-1 使用した実験装置.....	11
3-2 使用したソフトウェア.....	13
3-3 各試料の測定条件.....	22
3-4 各試料の測定結果.....	23
第4章 CT画像の解析とカップング.....	36
4-1 CT画像の解析.....	36
4-2 シミュレーション.....	38
4-3 シミュレーションによるカップングの検討.....	41
4-4 統計誤差の検討.....	43
第5章 $\mu$ の足し合わせ.....	44
5-1 $\mu$ の足し合わせ.....	44
5-2 足し合わせるエネルギー範囲の再検討.....	56
5-3 結論.....	56
第6章 $\rho_e$ と $Z$ を求める手段の検討.....	57
6-1 $\rho_e$ と $Z$ の求め方.....	57
6-2 求めた $\rho_e$ 画像と $Z$ 画像.....	57
6-3 $\rho_e$ 画像と $Z$ 画像の解析.....	60
6-4 $\rho_e$ の誤差の縮減を検討.....	62
6-5 結論.....	64
第7章 結論.....	65
参考文献.....	66
謝辞.....	67

# 第1章 序論

## 1-1 研究背景

X線 CT 装置は開発段階、コンベンショナル CT、ヘリカル CT、MDCT、と進化してきた。CT を用いることで、人体の内部等を非破壊で画像化することができ、様々な病変の診断に広く利用されてきた。X線 CT の課題として、図 1-1 に示す、カップリング(ビームハードニング効果)がある。連続したスペクトルを持つ X 線を使用するため低いエネルギーの X 線が試料の表面で吸収されてしまい、高エネルギーの X 線のみ試料の中心に届くことから起きる現象である。

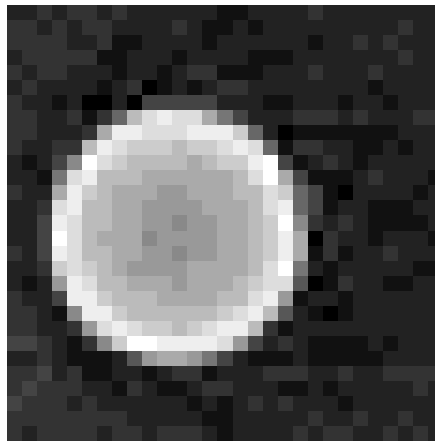


図 1-1 CT 画像のカップリングの例(円柱状 Ti 直径 5 mm)

MDCT までの CT は X 線の強度情報のみによる CT で、検出する過程でエネルギー情報は失われてしまう。また、強度情報のみだと吸収係数が近い物質の判別ができない。そこで強度情報とエネルギー情報が得られるスペクトラル CT が提唱され、なかでもスペクトルをエネルギーごとに分析する PCCT(Photon Counting CT)が求められた。PCCT において線源弱係数( $\mu$ )を精密に測定することで電子密度( $\rho_e$ )の精度が上がると言われている。

現状の PCCT は 20 keV や 40 keV 程度のエネルギー幅を持たせた画像を用いることが多い。図 1-2 に W.Zou らによる PCCT を用いた実験による、C と Ni の CT 画像とその断面の  $\mu$  を示す<sup>{1}</sup>。黒の実線が Low Energy(50-70 keV)の  $\mu$ 、灰色の実線が High Energy(120-140 keV)の線減弱係数である。Ni の Low Energy では試料の外側の  $\mu$  が高く、中心に向かうにつれ、 $\mu$  が低くなっている。このことから PCCT でもカップリングが起こることが分かった。

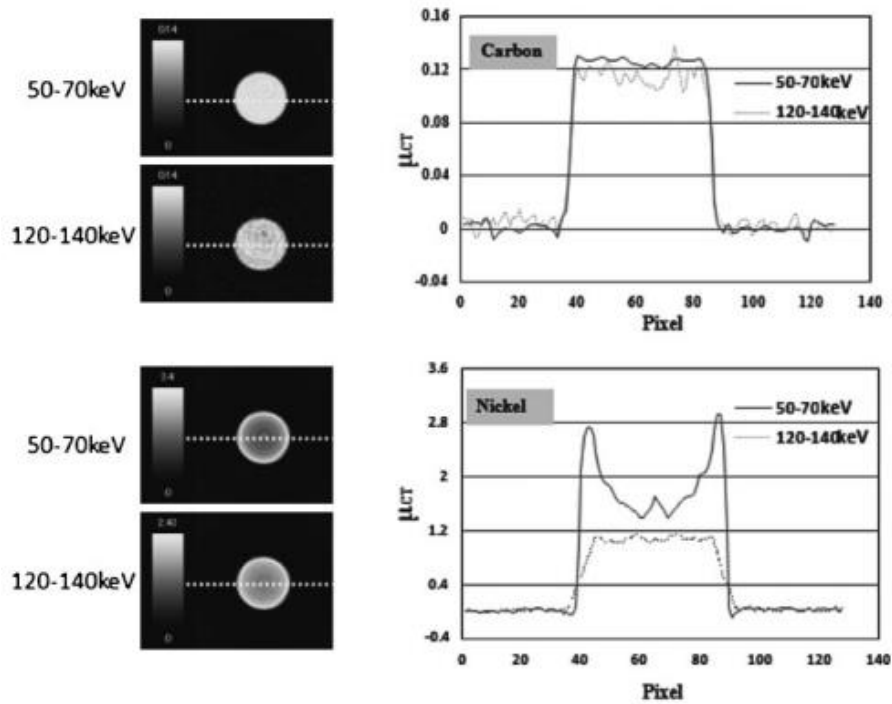


図 1-2 Zou らによる PCCT の CT 画像とその $\mu$

## 1-2 研究目的

本研究の目的は以下の2つである。

- 1、PCCT を用いた CT 画像のカッピングの軽減と $\mu$ の統計精度の向上について検討
- 2、PCCT を用いたカッピングを軽減した画像を用いた、 $Z$ 、 $\rho_e$ を求める手段の検討

## 第2章 原理

CT 画像は式(2-1)の CT 値によって再構成される。

$$\text{X 線 CT 値} = 1000 \times \frac{(\mu - \mu_w)}{\mu_w} \quad (2-1)$$

取越しらによると  $\mu$  は式(2-2)のように記述できる<sup>[2]</sup>。

$$\mu(k, Z) = \rho \frac{N_A}{A} (\sigma_{el} + \sigma_{SC}^{coh} + \sigma_{SC}^{incoh}) \quad (2-2)$$

$\rho$ 、 $N_A$ 、 $A$  はそれぞれ物質の密度、アボガドロ数、原子数である。また、第一項は光電効果、第二項は弾性散乱、第三項は非弾性散乱である。Hawks と Jackson の提案した近似式を用いると、光電効果の項は K-殻を主要項、L-殻吸収を補正項として取り入れ、式(2-3)のように記述される。

$$\sigma_{el} = 4\sqrt{2}Z^5\alpha^4 \left(\frac{mc^2}{k}\right)^{3.5} \phi_0 \sum_{nll'} f_{nll'} \quad (2-3)$$

$Z$  は実効原子番号、 $k$  は X 線のエネルギー、 $f_{nll'}$  は補正項である。式(2-2)の第二項、第三項はまとめて、式(2-4)のように記述される。

$$\sigma_{SC} = Z\Phi_{KN}(k) + (1 - Z^{b-1}) \left(\frac{Z}{Z'}\right)^2 \Phi_{coh}(Z', k') \quad (2-4)$$

式(2-4)の  $Z'$  は基準とする元素の原子番号であり、酸素を基準としていて、 $\Phi_{coh}$  はその元素の弾性散乱の断面積である。第 1 項は Klein-Nishina の式である。 $k'$  は基準元素のために修正されたエネルギーで  $k' = (Z'/Z)^{1/3}k$  として表せる。パラメータ  $b$  は、0.5 と提案されている。 $\rho_e$ 、 $\rho$ 、 $N_A$ 、 $A$  は式(2-5)の関係式がある。

$$\rho_e = \rho \frac{N_A}{A} Z \quad (2-5)$$

式(2-2)に式(2-3)、式(2-4)を代入し式(2-5)を用いて簡略化すると式(2-6)になる。

$$\mu(k, Z) = \rho_e [Z^4 F(k, Z) + G(k, Z)] \quad (2-6)$$

式(2-6)から  $\mu$  は  $\rho_e$ 、 $Z$  の 2 つを未知数とする関数であることが分かる。また、 $\mu$  と  $\rho_e$  は比例関係にあることが分かる。 $F(k, Z)$  と  $G(k, Z)$  は  $Z$  の限られた範囲で、特に軽元素では  $Z$  に依存しない。よって式(2-6)は式(2-7)のように書くことができる。

$$\mu(k, Z) = \rho_e [Z^4 F(k) + G(k)] \quad (2-7)$$

測定した  $\mu$  から  $\rho_e$  と  $Z$  を求める。式(2-7)の両辺を  $\rho_e$  で割ると式(2-8)になる。

$$\frac{\mu(k, Z)}{\rho_e} = Z^4 F(k) + G(k) \quad (2-8)$$

標準試料の  $\mu$  の値を複数のエネルギーについて測定し、式(2-8)に標準試料の  $\rho_e$ 、 $Z$ 、 $\mu$  を

代入する。 $\frac{\mu(k,Z)}{\rho_e}$ を  $y$ 、 $Z^4$ を  $x$  と考えると式(2-8)は一次方程式になっていることが分かる。

その時の傾きが $F(k)$ 、切片が $G(k)$ となっている。最小二乗法により傾きと切片を求めることで $F(k)$ と $G(k)$ を出すことができる。

式(2-9)に求めた $F(k)$ と $G(k)$ 、測定した試料の $\mu(k)$ を代入する。

$$\frac{\mu(k,Z)}{G(k)} = \rho_e Z^4 \frac{F(k)}{G(k)} + \rho_e \quad (2-9)$$

$\frac{\mu(k,Z)}{G(k)}$ を  $y$ 、 $\frac{F(k)}{G(k)}$ を  $x$  と考えると、傾きは $\rho_e Z^4$ 、切片は $\rho_e$ となる。式(2-9)から最小二乗法により $\rho_e$ と $Z$ を求めることができる。

# 第 3 章 CT 撮影と $\mu$

## 3-1 使用した実験装置

### (1) X線源(図 3-1-1)

マイクロフォーカス X 線源 (L12161-07) : 浜松ホトニクス株式会社表 3-1 に性能を記載した。

管電圧	150 kV
管電流	50 $\mu$ A
管電圧動作範囲	40~150 kV
最大出力	75 W
形状	密封型
焦点寸法	5 $\mu$ A
X 線放射角度	(円錐状) 43°
出力窓から焦点までの距離	17 mm

表 3-1 X 線源の性能



(a) X 線装置

(b) X 線装置ソフト

図 3-1-1 X 線源

コントロールユニットと PC を接続することで PC から X 線源を操作することができる。ソフトでは管電圧、管電流、X 線の ON/OFF などの操作ができる。

### (2) 検出器(図 3-1-2)

Amptek PX5 (デジタルパルスプロセッサ) / Amptek XR-100T-CdTe (プリアンプ、検出器) : Amptek 社 (米国)



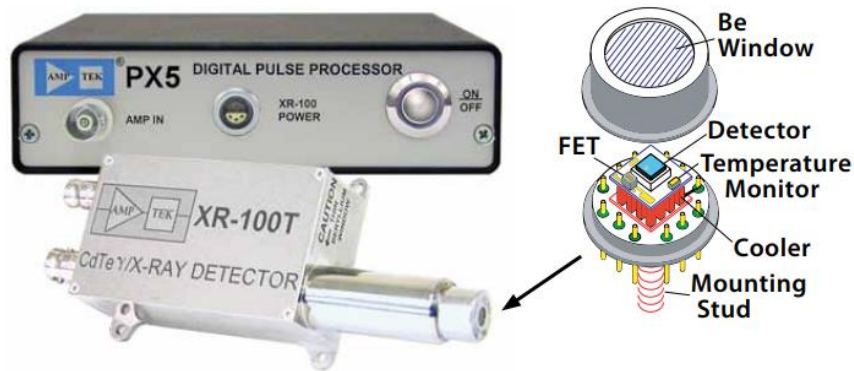


図 3-1-2 検出器

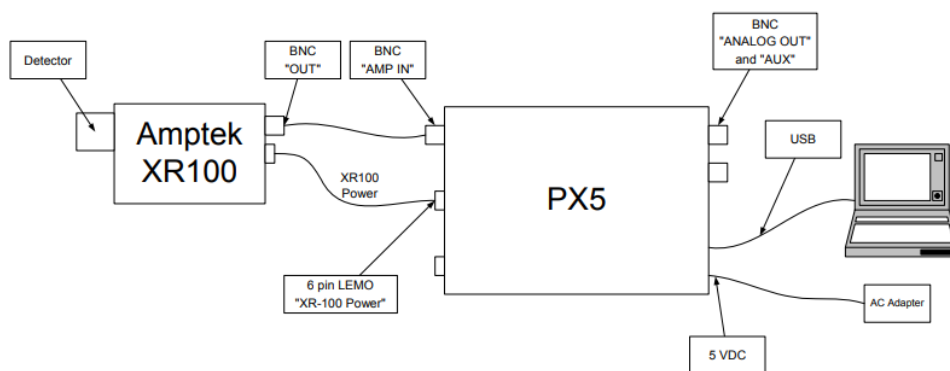


図 3-1-3 配線図

検出器サイズ	5×5 mm
検出器厚	1 mm
エネルギー分解能	1.5 keV FWHM
検出器窓	ベリリウム 100 μm

表 3-2 検出器の性能

検出器を使用し ch(エネルギー)毎の光子の数をカウントし測定する。使用したコリメータ径は 0.1 mm である。

(3) ステージコントローラ(図 3-1-4)

- ① 16ch ステッピングモータコントローラ (PM16C-04XDL) : ツジ電子株式会社

② ステッピングモータドライバ



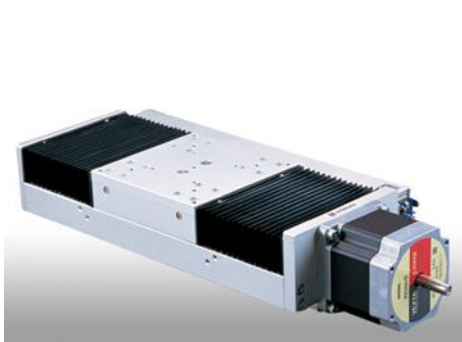
図 3-1-4 ステージコントローラ

(4) 自動精密ステージ (図 3-1-5)

それぞれのステージの移動方向と機種を記載した。

(a : XA10A-L1、b : ZA10A-32F、c : RA10A-W、d : SA05A-R2M)

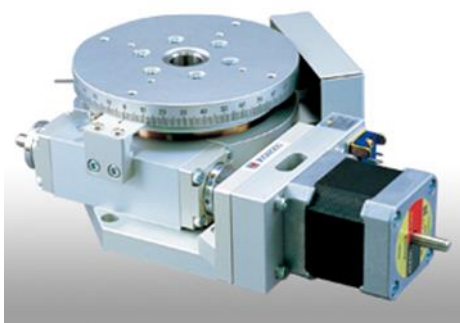
: 神津精機械株式会社



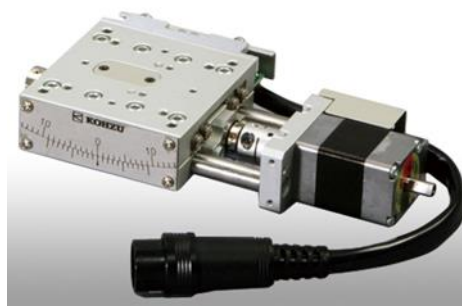
(a) X ステージ



(b) Z ステージ



(c) 回転ステージ



(d) スイベルステージ

図 3-1-5 自動精密ステージ

(5) イオンチェンバー(図 3-1-6)

入射 X 線の強度をカウントするために設置する。

- ・イオンチェンバー (S-1329NA1、左)
- ・イオンチェンバー用コントローラ (S-2341A、中央)
- ・プリアンプ (S-2340A、右)

メーカー：応用光研工業株式会社

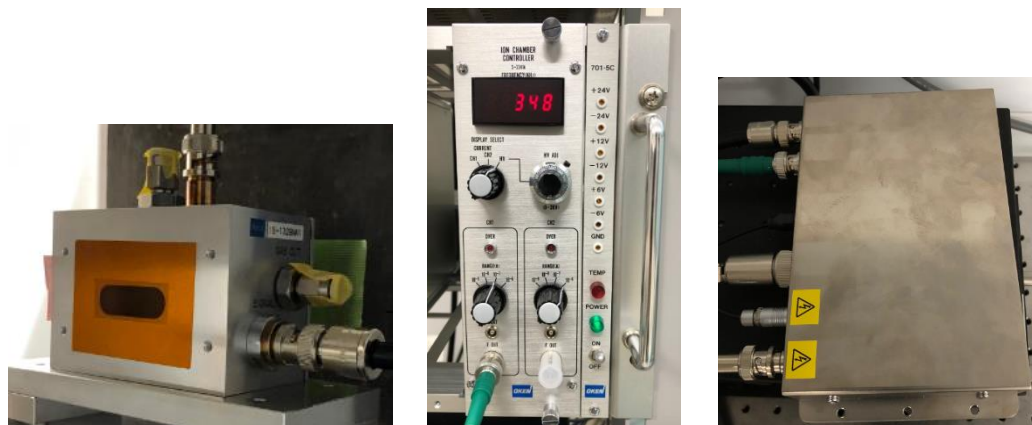


図 3-1-6 イオンチェンバー

(6) 実験装置全体(図 3-1-7)

各装置を鉛ハッチ内に図 3-1-7 のように設置した。X 線源からステージは 255 mm、ステージから検出器までは 360 mm である。鉛ハッチ外の配線は図 3-1-8 のように設置した。

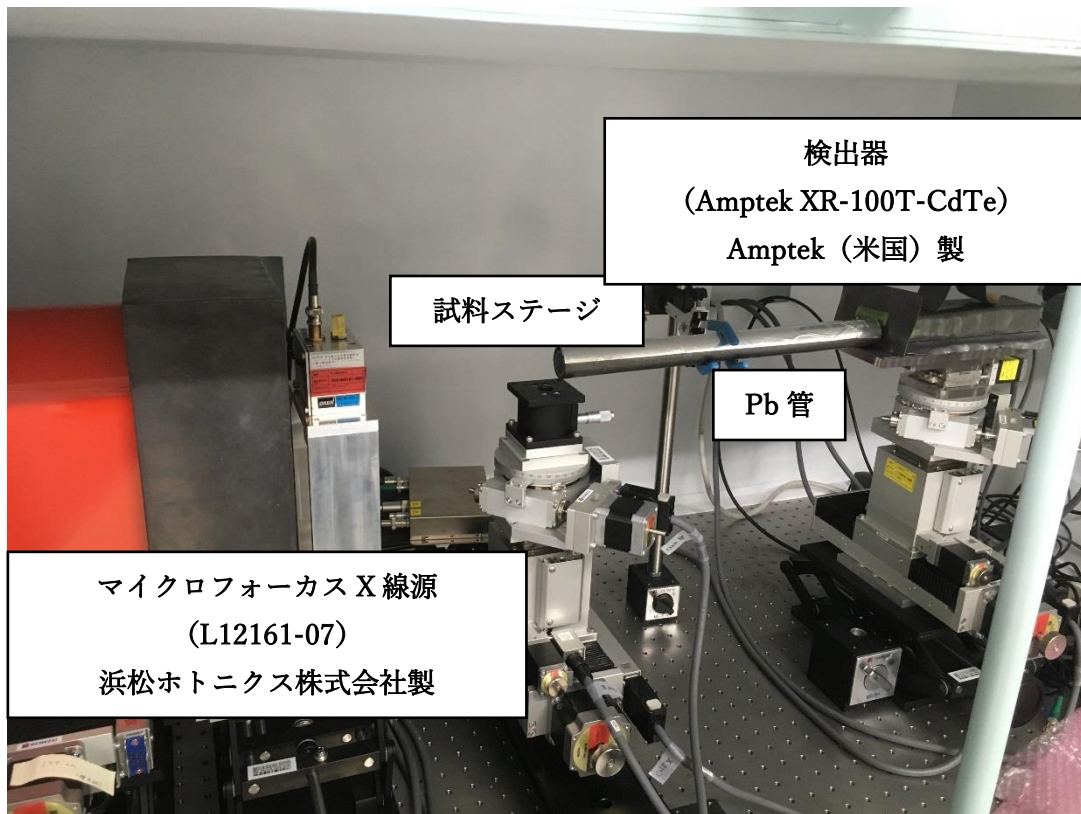


図 3-1-7 実験装置

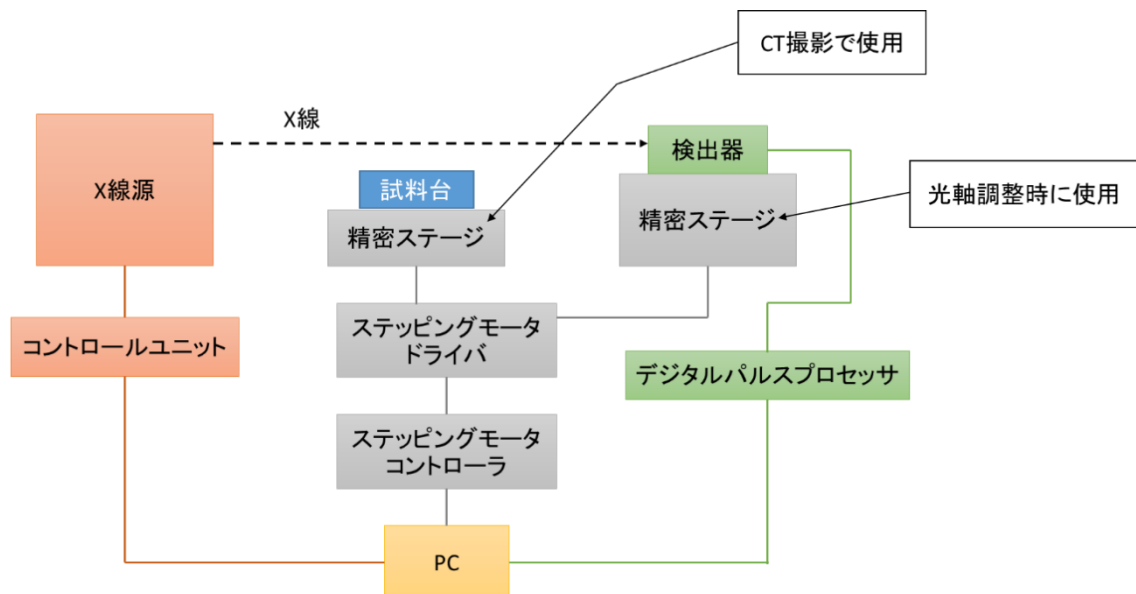


図 3-1-8 鉛ハッチ外の配線図

(7) ノイズ対策

鉛ハッチ内で反射した電子を検出器でカウントしないように Pb を用いて遮蔽した。

厚さ 1 mm の Pb カバー(図 3-1-9)で検出器を覆った。また、長さ 350 mm、径 30 mm $\Phi$  の Pb チューブ(図 3-1-10)を試料と検出器の間に設置した。



図 3-1-9 Pb カバー



図 3-1-10 Pb チューブ

(8) Al フィルター(図 3-1-11)

タングステンの L-特性 X 線が出ないように、厚さ 1 mm の Al 板を X 線源に貼り付けた。

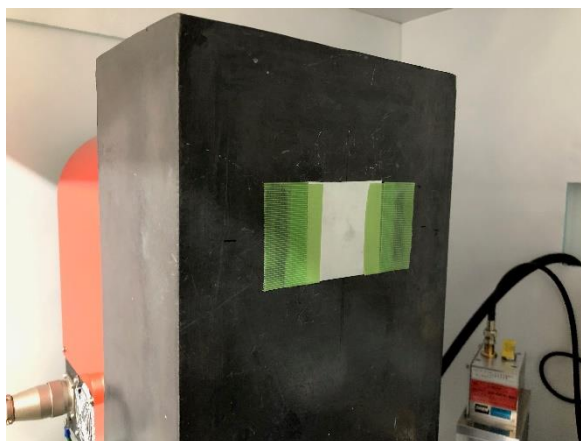


図 3-1-11 Al フィルター

### 3-2 使用したソフトウェア

#### (1) ステージコントローラ (図 3-2-1) : SERVER PM16C-04XD(L)

図 3-2-1 の赤枠で試料を移動させることができる。

- A pos. : 試料の回転 (45000 で 90° )
- B pos. : 試料の奥行 (+1000 で手前方向 1 mm)
- C pos. : 試料の高さ (+1000 で垂直方向下に 1 mm)
- D pos. : 検出器の奥行 (+1000 で手前方向 1 mm)

#### 使用方法

- ① ソフトを起動する。起動したら青枠をクリックしステージコントローラとステージを Connect させる。
- ② 動かしたいポジションを黄枠の SELECT から選択する。緑枠の MODE に数値を入力する。
- ③ 紫枠の CONTROL の START をクリックするとステージが移動する。

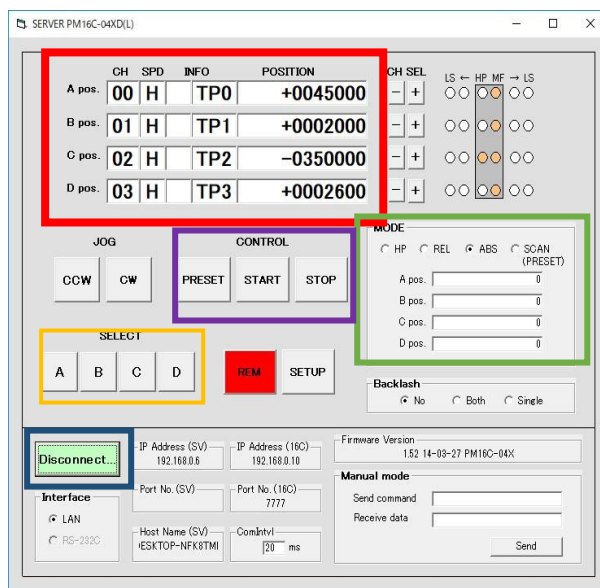


図 3-2-1 ステージコントローラ

(2) CT 撮影プログラム(図 3-2-2):Clear Pulse Xray CT Imaging System

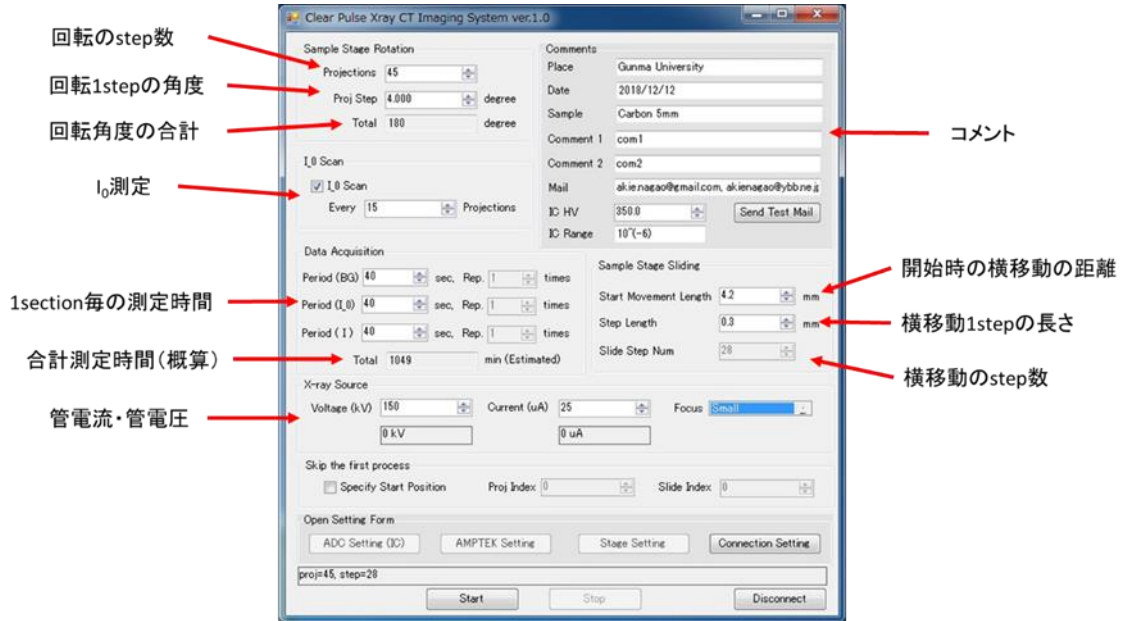


図 3-2-2 CT 撮影プログラム

CT 撮影プログラムの撮影に関する各項目の説明は以下である。

Sample Stage Rotation

- Projections : 測定試料の回転ステップ数
- Proj Step : 測定試料の 1 ステップの回転角度
- $I_0$  Scan :  $I_0$  の測定を何 projection 毎に行うか

Date Acquisition : 1 section にかける時間

- Period(BG) : バックグラウンドの測定にかける時間
- Period( $I_0$ ) :  $I_0$  の測定にかける時間
- Period(I) : 試料を設置したときにかける時間

Sample Stage Sliding

- Start Movement Length : 試料の中心から左右に動いたときの距離
- Step Length : 横移動 1 ステップの距離
- Slide Step Num : 横移動のステップ数

X-ray Source

- Voltage : 管電圧
- Current : 管電流

Start を押すと指定した場所にフォルダを作成し、自動で CT 撮影を行う。撮影が終わると自動で止まる。

(3) スペクトル補正 (図 3-2-3):EMF123 レスポンス補正ソフト

測定値の低エネルギーを補正するため EMF-株式会社製の応答補正ソフト EMF123-3 を使用した。

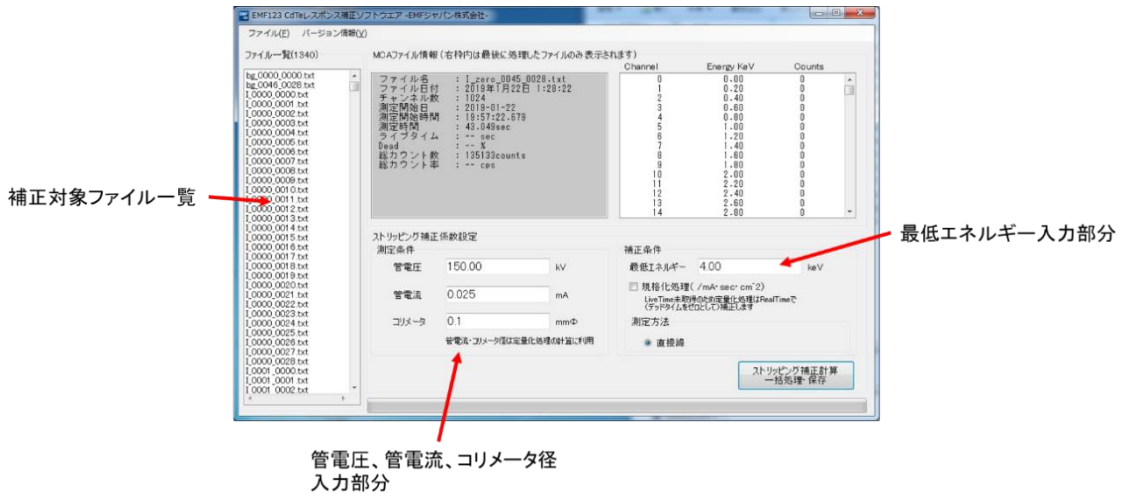


図 3-2-3 EMF 社製応答補正ソフト EMF123-3 画面

このスペクトル補正ソフトは CdTe 検出器用の補正式に基づいている。

$$N_t(E_0) = \left\{ N_d(E_0) - \sum_{E=E_0+1}^{E_{max}} R(E_0, E) N_t(E) \right\} / \varepsilon(E_0) \quad (3-3-1)$$

$N_t(E_0)$  : エネルギー  $E_0$  の真のフォトン数

$N_d(E_0)$  : エネルギー  $E_0$  で検出したフォトン数

$E_{max}$  : 検出したスペクトルの最高フォトンエネルギー

$R(E_0, E)$  : 擬似効果と電荷の不完全な収集効果を考慮したエネルギー  $E$  の単色線レスポンス関数

$\varepsilon(E_0)$  : 全エネルギー吸収ピーク効率

この補正を行うことで X 線スペクトルは低エネルギー (30 keV 以下) でのフォトンのカウント数が減少し、それ以外の範囲 (30 keV 以上) のフォトンのカウント数は増加する。



(4) 画像再構成プログラム (図 3-2-4): PhotonCountingCTReconstruction

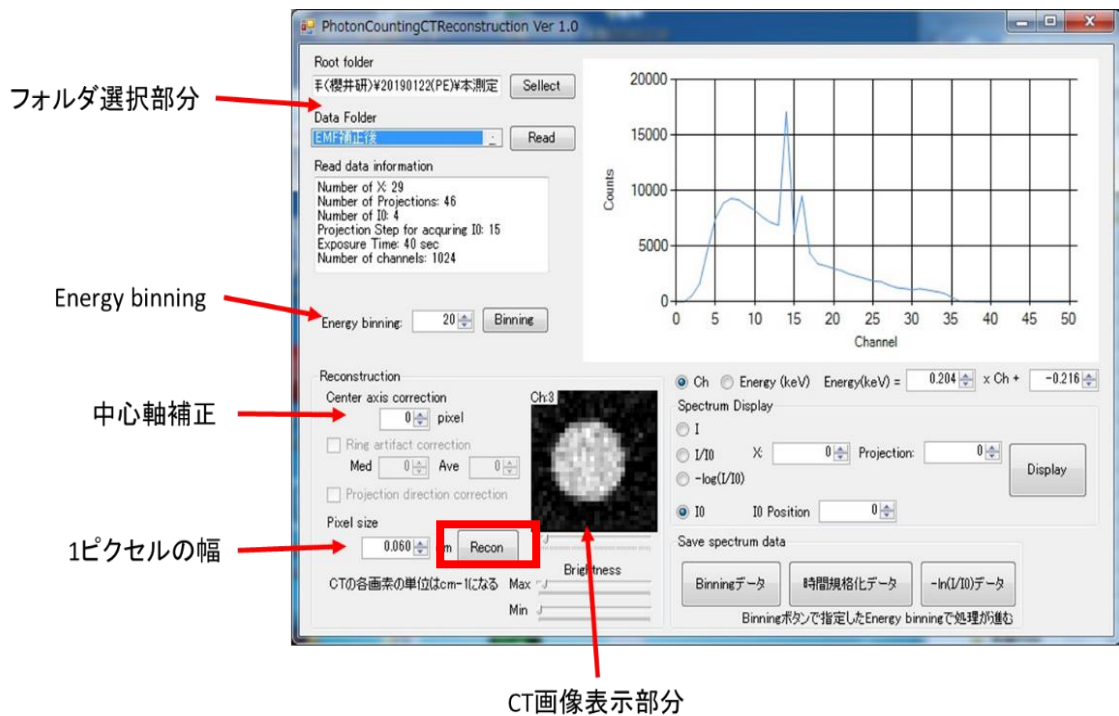


図 3-2-4 PhotonCountingCTReconstruction 画面

フォルダ選択部分で再構成したい測定データの入ったフォルダを選択する。Data Folder が青くなって選択されていることを確認してから Read をクリックし、測定データを読み込む。

Energy binning で binning する数を決める。binning とは X 線スペクトルに特定の幅を持たせて区分することである。0-200 keV のエネルギーを 1024 等分し、エネルギー (ch) 幅を持たせた。1ch の ch 幅は約 0.2 keV である。Energy binning の値を増やすことでフォトンのカウント数を平均化することができる。例として Energy binning を 20 とした場合、20ch 分のカウント数が平均化される。また、Energy binning の値によって作成される CT 画像の枚数が変わる。デフォルトの設定では Energy binning の値は 1 に設定されており、1024ch 毎、1024 枚の CT 画像が作成される。Energy binning を 20 に設定すると、 $1024 \div 20 = 51.2$  となり、51 枚の CT 画像が作成される。

中心軸補正は画像を回転させ、重ね合わせる際の中心の軸を変えることができる。1 ピクセルの幅は CT 画像撮影時の Step Length と同じ値に設定する。

図 3-2-4 の赤枠の Recon をクリックすると bmp および raw 形式の CT 画像とサイノグラムが作成される。サイノグラムとは被写体を 360° 方向から撮影した投影データを縦に並べた画像である。

図 3-2-5 に中心軸補正の値を変え、作成した複数枚の CT 画像を示す。複数枚の CT 画像

を並べ、その中から最もアーチファクトが少ないものを肉眼で選択した。

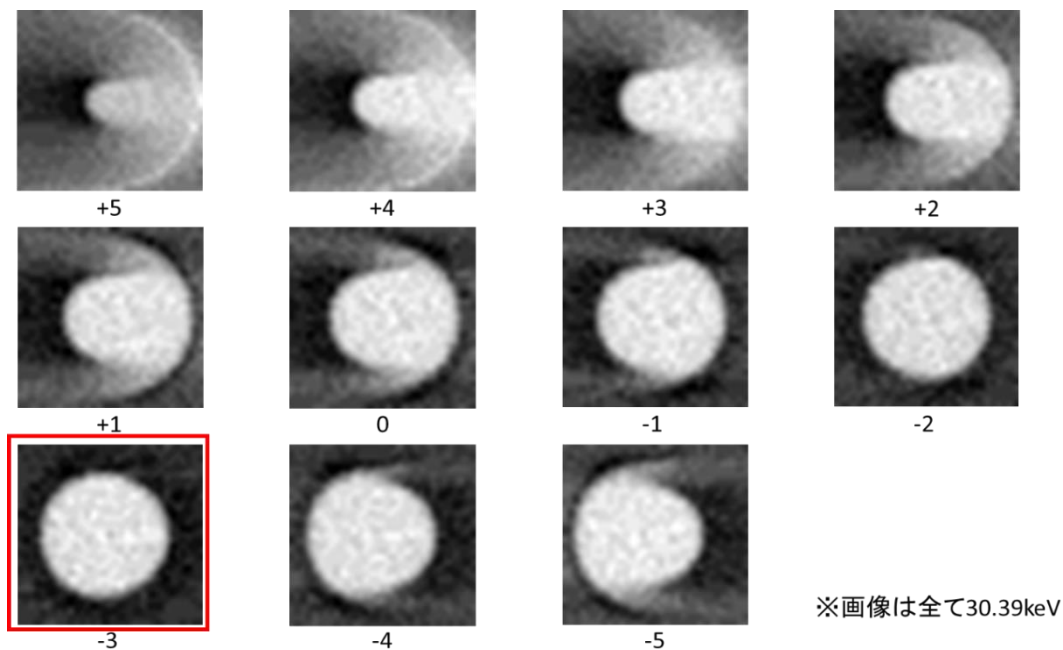


図 3-2-5 中心軸補正の値を変えた CT 画像

(5) ImageJ (図 3-2-6)

CT 画像の解析には Wayne Rasband が開発した画像処理ソフト ImageJ<sup>[5]</sup>を使用した。

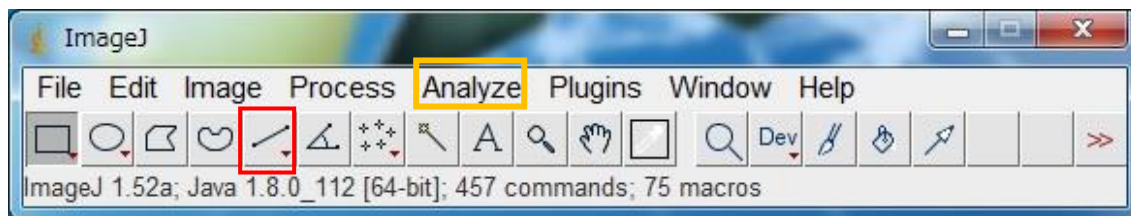


図 3-2-6 ImageJ 画面

File をクリックし、解析したい raw 形式の CT 画像を開く。開くときに図 3-2-7 のような画面が出る。

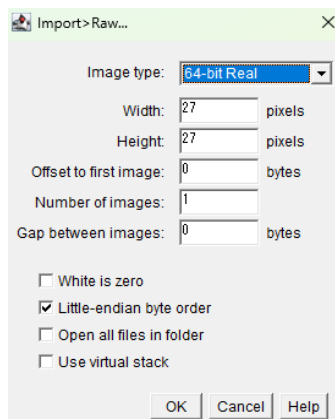


図 3-2-7 raw ファイルの開き方

Image type は 64-bit Real を選択する。Width、Height は横移動のステップ数にする。Offset to first image は 0 にする。Number of images は 1 にする。Gap between images は 0 にする。Little-endian byte order にチェックマークを入れ OK をクリックする。raw ファイルを開くと図 3-2-8 が画面に出る。

27x27 pixels; 32-bit; 3K

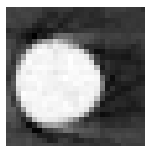


図 3-2-8 ImageJ で開いた CT 画像(raw ファイル)

図 3-2-6 の赤枠をクリックすることで CT 画像上に直線を引くことができる。直線を引いた CT 画像を図 3-2-9 に示す。

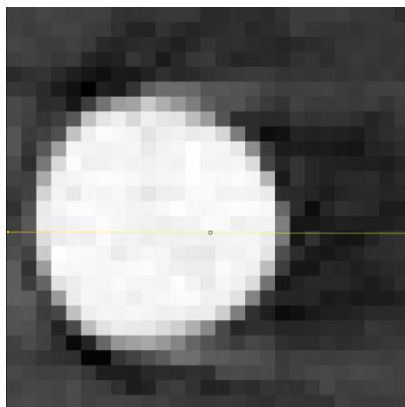


図 3-2-9 直線を引いた CT 画像

図 3-2-6 の黄枠の Analyze をクリックし、Plot Profile をクリックすると、引いた直線状のラインプロファイルが得られる。得られたラインプロファイルを図 3-2-10 に示す。CT 画像の各ピクセルには  $\mu$  が与えられているため、この Gray Value が  $\mu$  となる。

CT 画像上に直線を 8 本引き、平均化することで平均された  $\mu$  を求めた。

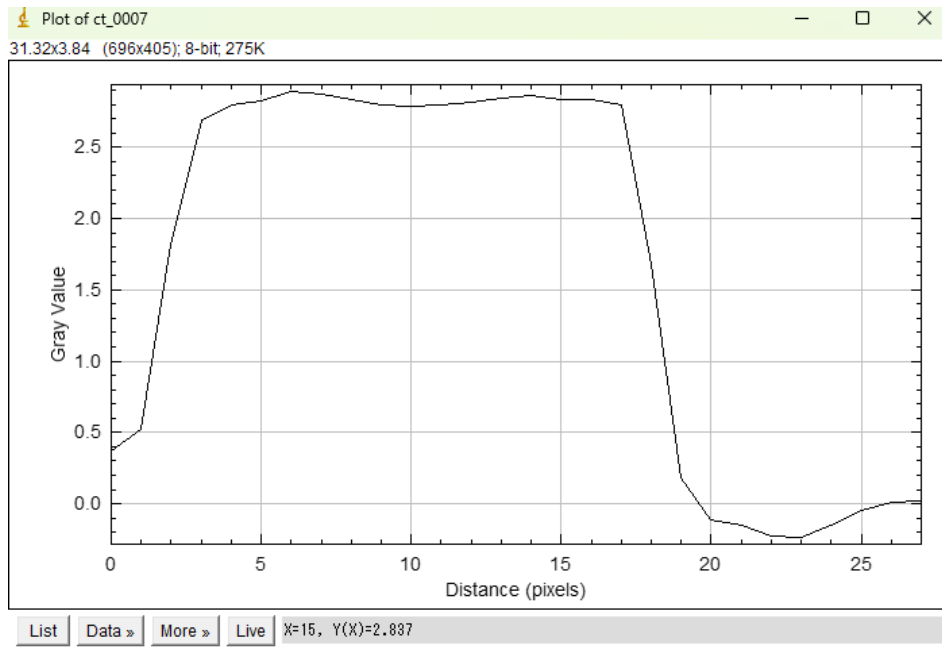


図 3-2-10 CT 画像のラインプロファイル

(6) raw 計算ソフト (図 3-2-11)

raw 形式の CT 画像の ROI (Region of Interest:関心領域)内の平均値や標準誤差を自動で計算する raw 計算ソフト<sup>[5]</sup>を群馬大学杉山が作成した。フォルダ内には filename、CT 画像が入ったフォルダ、raw 計算 ver2 が入っていないといけない。

CT_Binning-20(sample)	2023/11/01 21:38	ファイルフォルダ	
result	2024/01/21 16:58	ファイルフォルダ	
filename	2023/11/01 21:37	TXT ファイル	1 KB
raw計算ver2	2023/10/24 14:02	アプリケーション	15 KB
raw計算使い方	2023/10/21 20:12	Microsoft PowerP..	468 KB

図 3-2-11 raw 計算ソフト

まずフォルダ内の filename を開く。開いた画面が図 3-2-12 である。1 行目 the\_number\_of\_steps は CT 画像の横ステップ数を入れる。3 行目 circle\_center\_x は ROI の中心の x 座標である。5 行目 circle\_center\_y は ROI 内の中心の y 座標である。7 行目は ROI の範囲の半径である。10 行目以降は読み込む CT 画像のファイルのタイトルを入れる。

raw 計算 ver2 をクリックするとフォルダ内に result フォルダができる。result に ROI 内の  $\mu$  の平均値や、標準偏差が計算された excel ファイルができる。

```
1 | #the_number_of_steps↓
2 | 27↓
3 | #circle_center_x↓
4 | 12↓
5 | #circle_center_y↓
6 | 13↓
7 | #circle_radius↓
8 | 6↓
9 | #input_files↓
10 | .¥CT_Binning-20(sample)¥ct_0006.raw↓
11 | .¥CT_Binning-20(sample)¥ct_0007.raw↓
12 | .¥CT_Binning-20(sample)¥ct_0008.raw↓
13 | .¥CT_Binning-20(sample)¥ct_0009.raw↓
14 | .¥CT_Binning-20(sample)¥ct_0010.raw↓
15 | .¥CT_Binning-20(sample)¥ct_0011.raw↓
16 | .¥CT_Binning-20(sample)¥ct_0012.raw↓
17 | .¥CT_Binning-20(sample)¥ct_0013.raw↓
18 | .¥CT_Binning-20(sample)¥ct_0014.raw↓
19 | .¥CT_Binning-20(sample)¥ct_0015.raw↓
20 | .¥CT_Binning-20(sample)¥ct_0016.raw↓
21 | .¥CT_Binning-20(sample)¥ct_0017.raw↓
22 | ↓
23 | ↓
24 | [EOF]
```

图 3-2-12 filename 画面

### 3-3 各試料の測定条件

図 3-1-7 の PCCT 装置を用いて小林が $\mu$ の精密な測定を行った<sup>[3]</sup>。各試料の測定条件は表 3-3 に記載した。

	Al
回転	4° × 45 projections
横移動	0.3 mm × 26steps
測定時間	40sec/section
I0 測定	15projection 毎

	C
回転	4° × 45 projections
横移動	0.3 mm × 28steps
測定時間	40sec/section
I0 測定	15projection 毎

	H <sub>2</sub> O
回転	4° × 45 projections
横移動	1.0 mm × 26steps
測定時間	40sec/section
I0 測定	12projection 毎

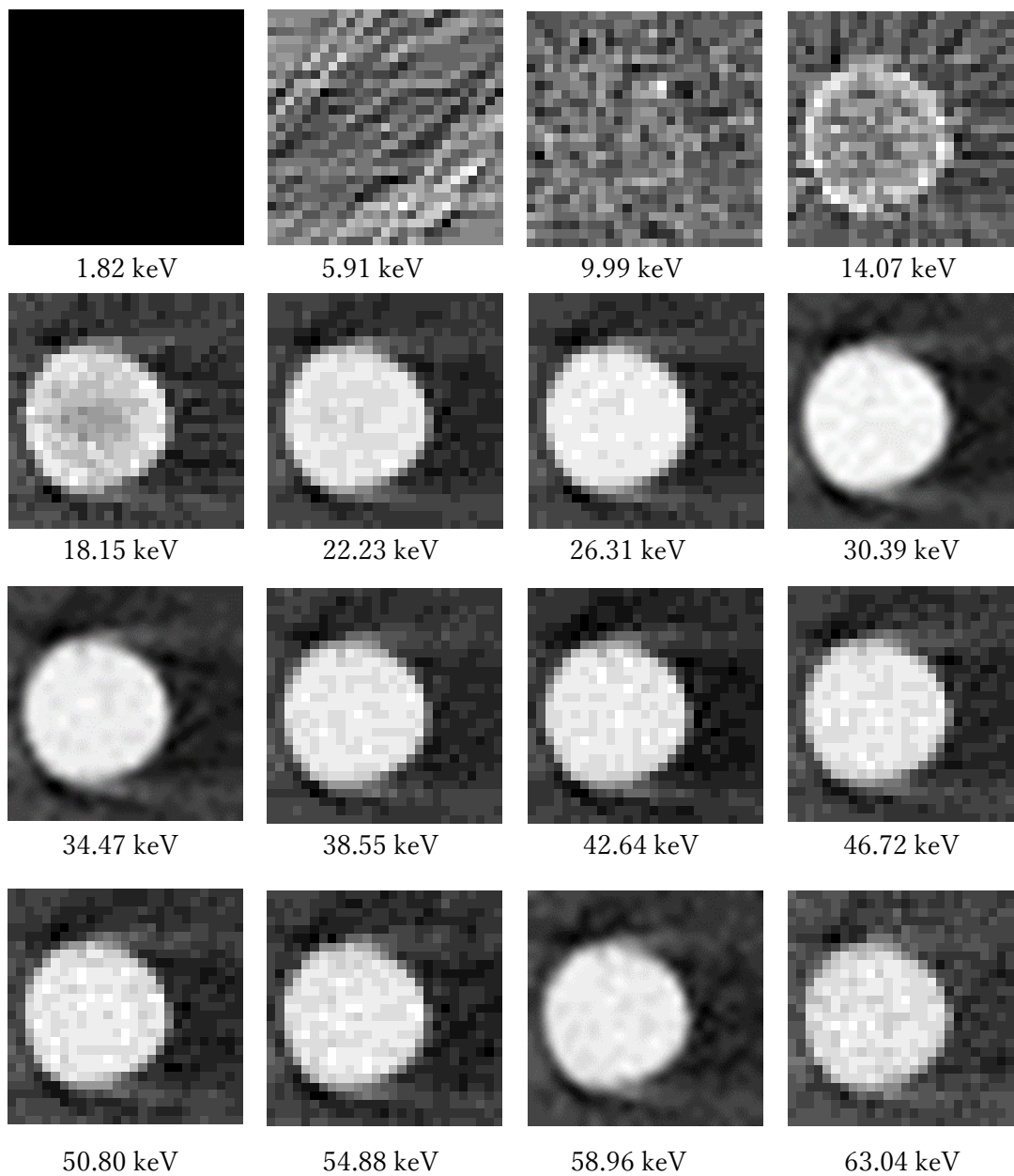
	Ti
回転	4° × 45 projections
横移動	0.3 mm × 28steps
測定時間	40sec/section
I0 測定	15projection 毎

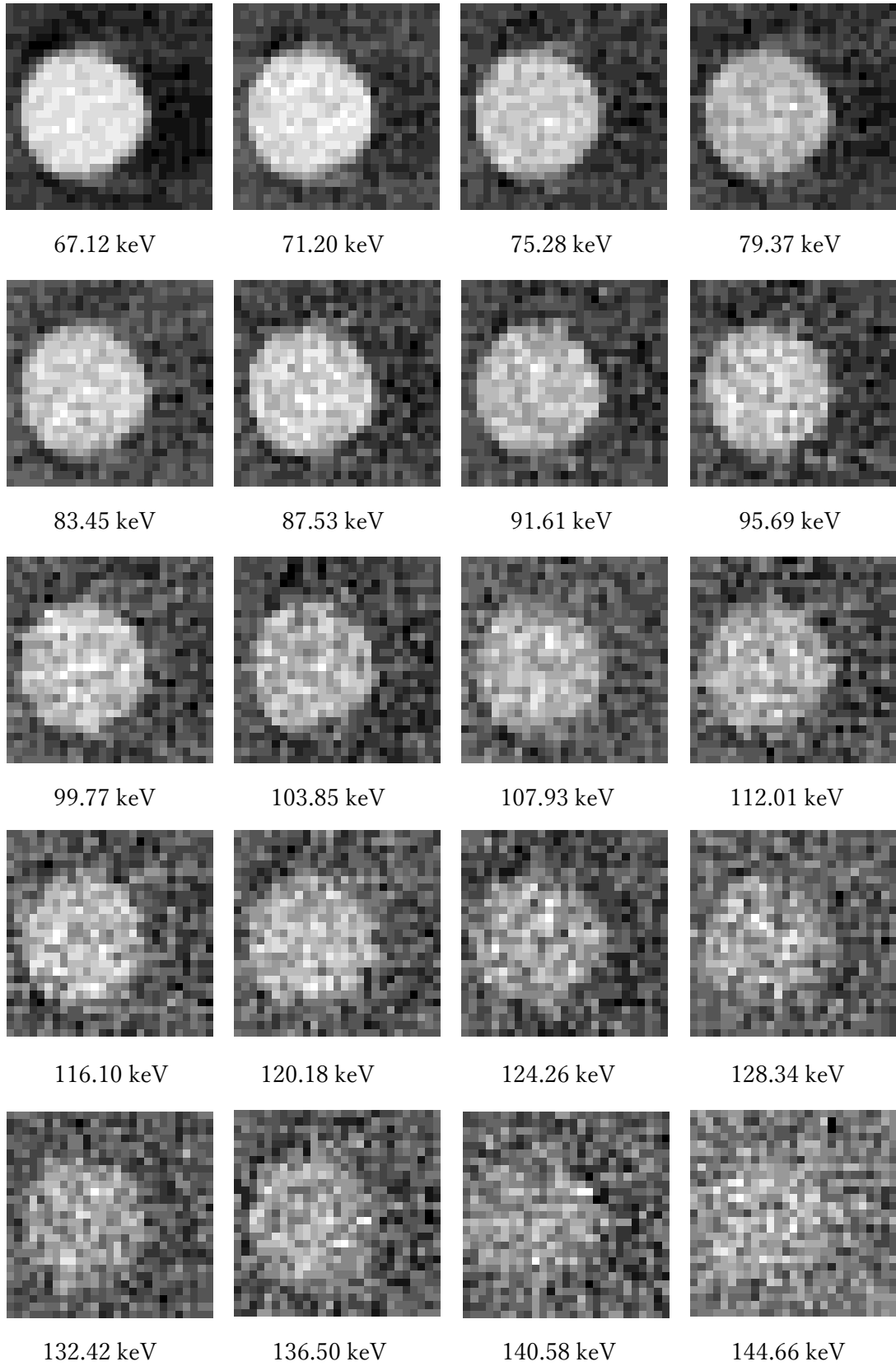
表 3-3 各試料の測定条件

### 3-4 各試料の測定結果

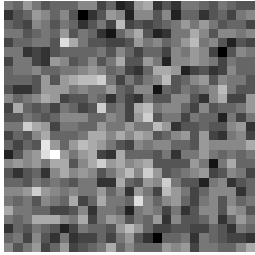
小林の実験によるデータから求めた各試料の CT 画像を下に示す。CT 画像は binning20 (約 4 keV)である。

① Al





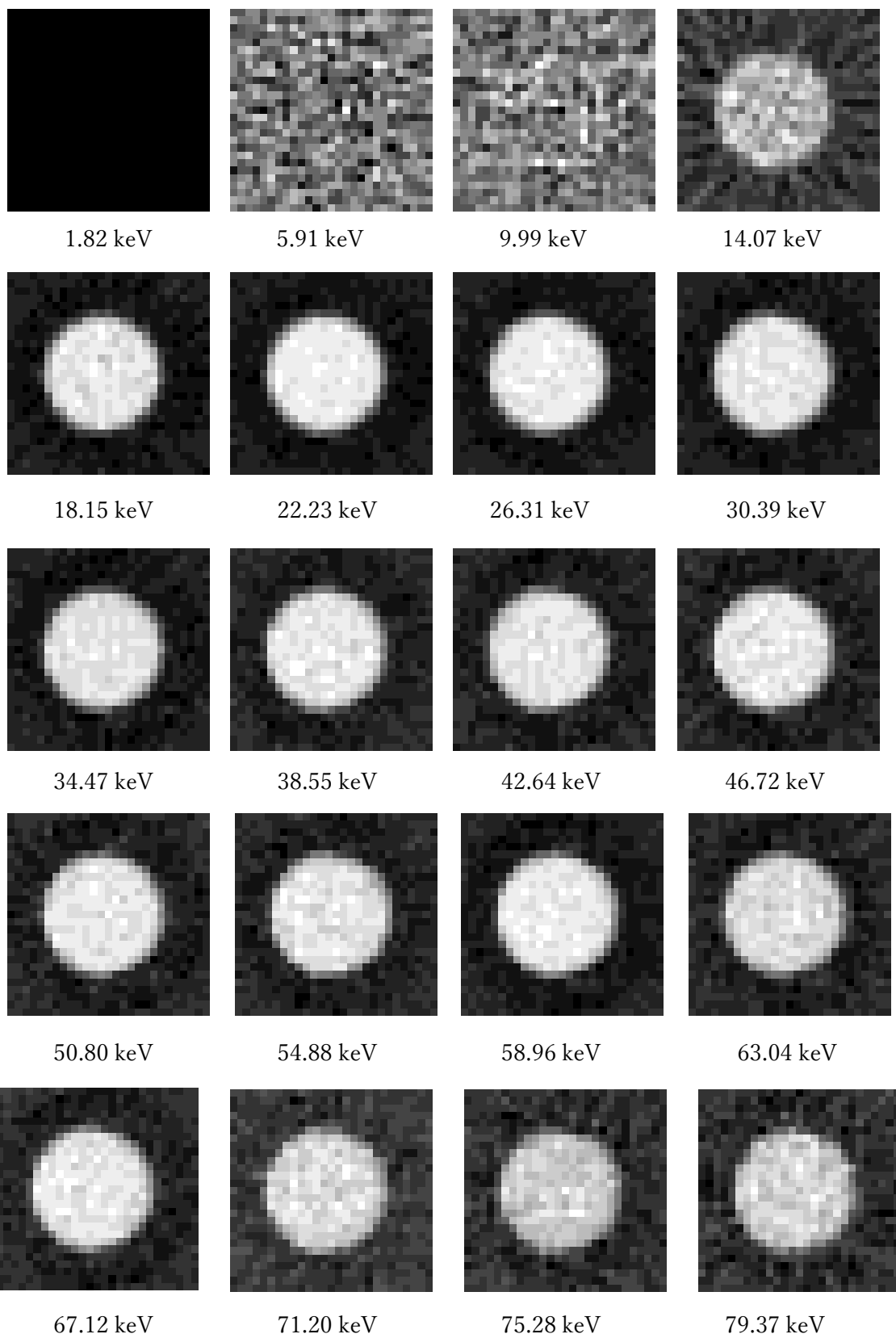




148.74 keV

图 3-4-1 CT 画像(AI)

② H<sub>2</sub>O



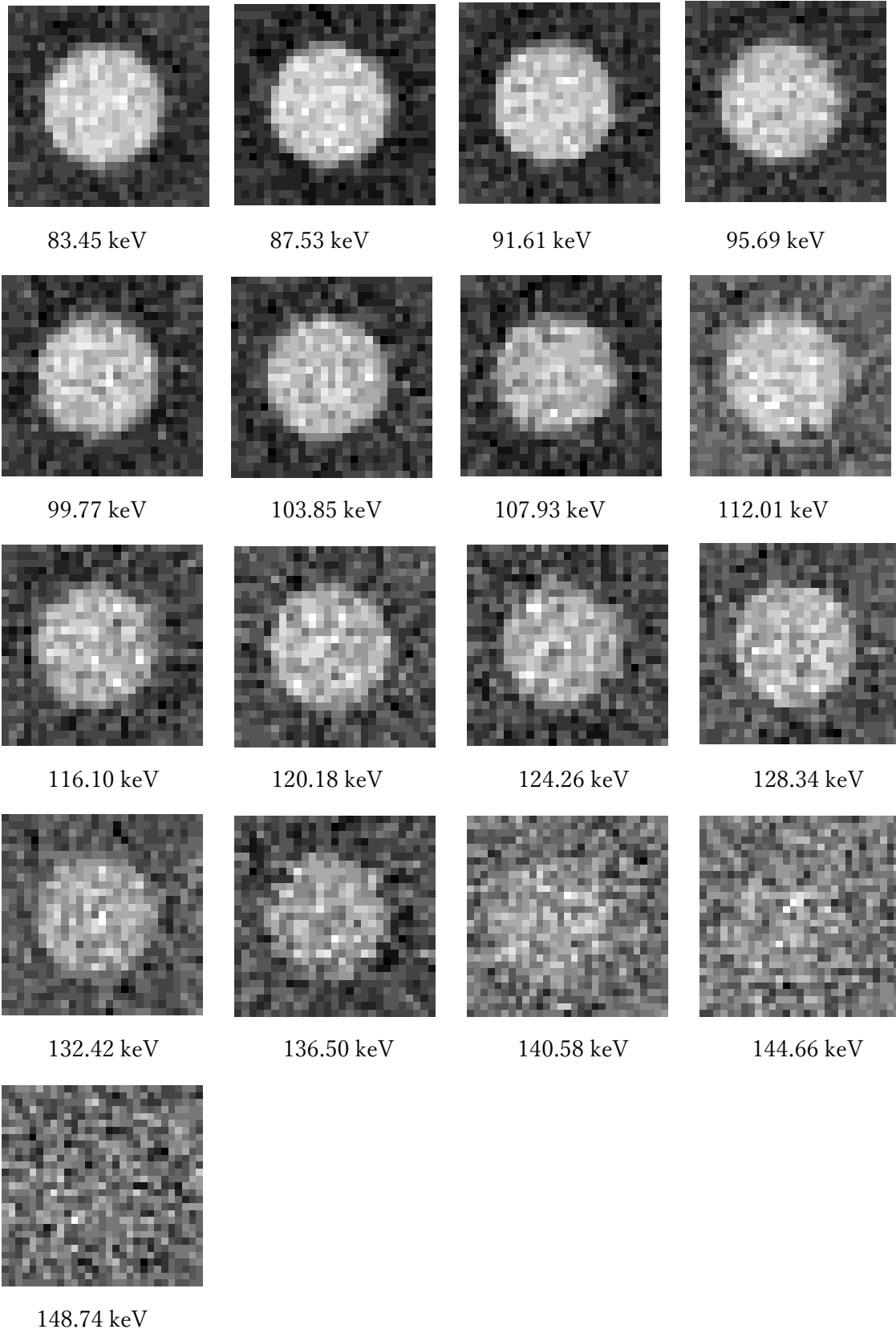
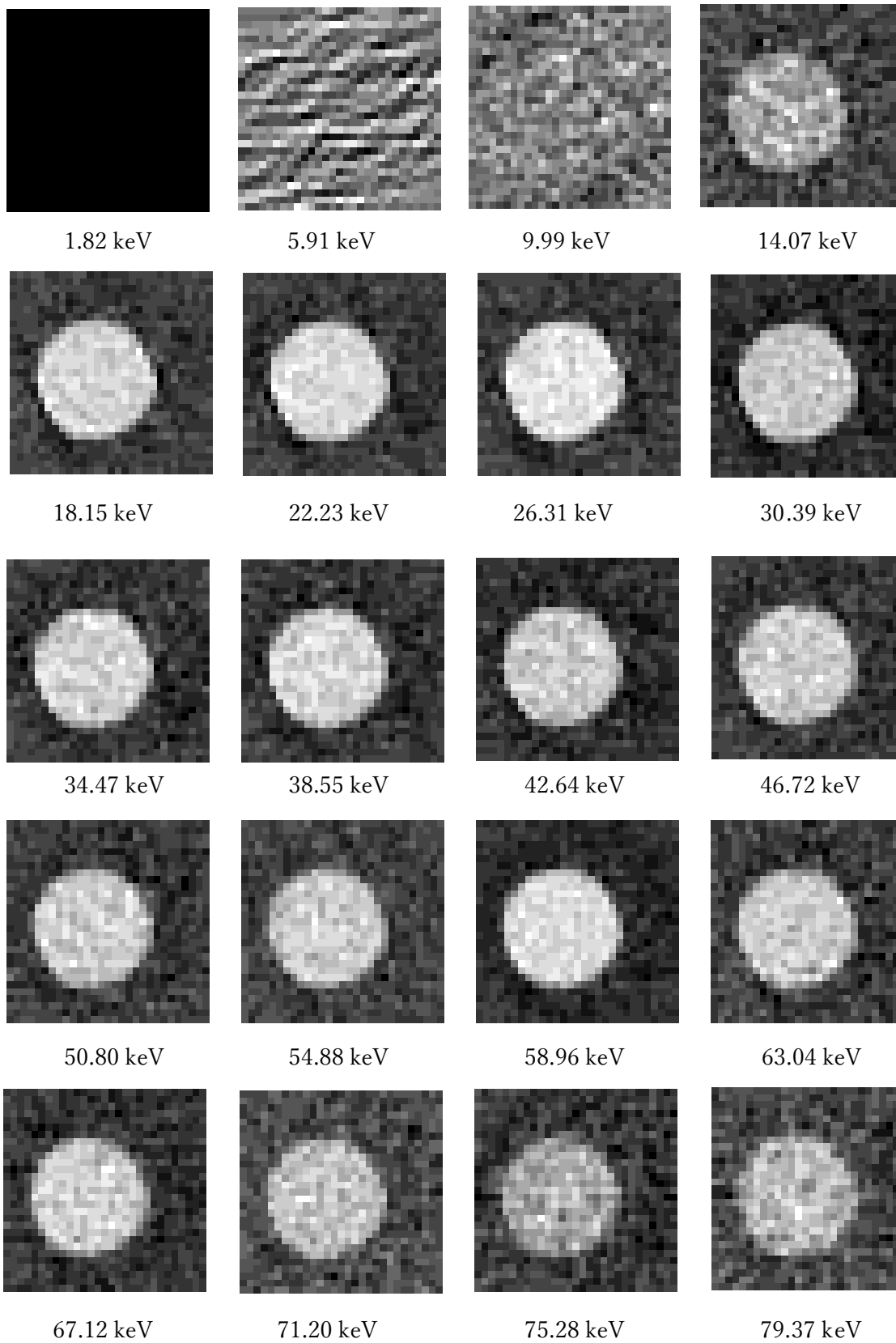


图 3-4-2 CT 画像(H<sub>2</sub>O)

③ C



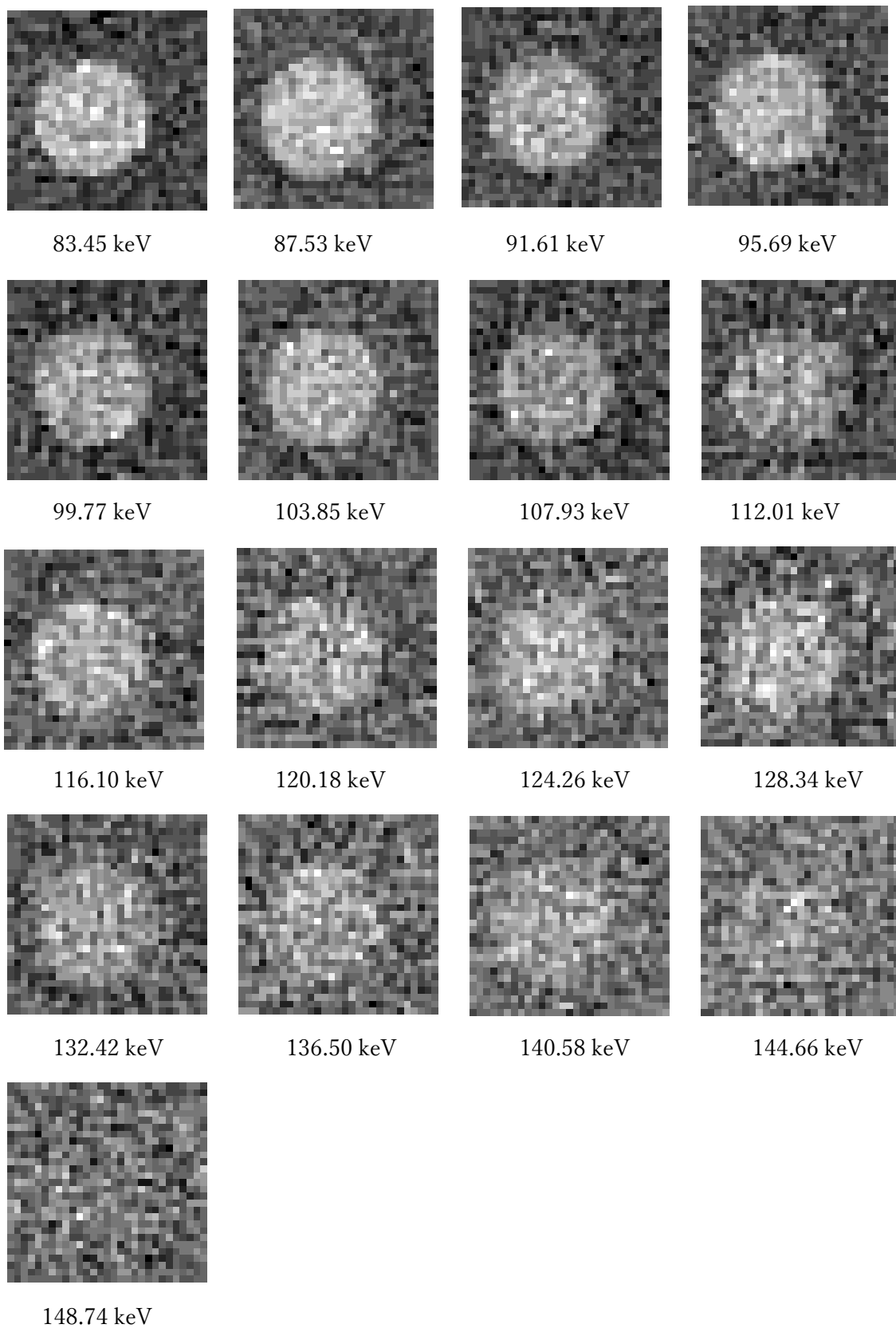
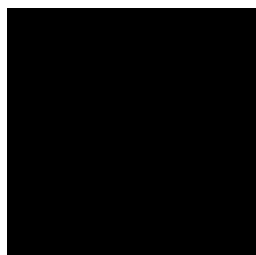
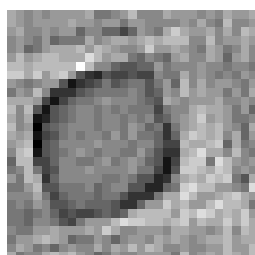


图 3-4-3 CT 画像(C)

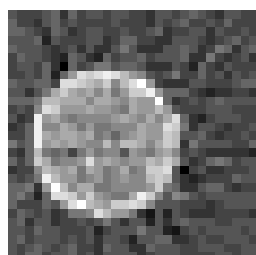
④ Ti



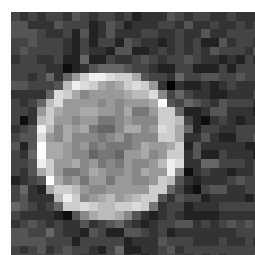
1.82 keV



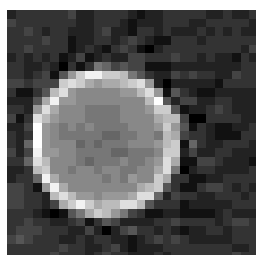
5.91 keV



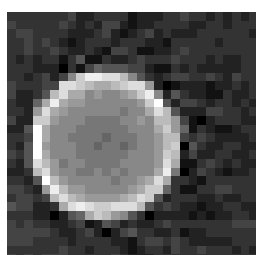
9.99 keV



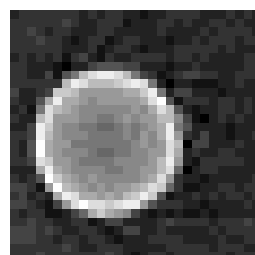
14.07 keV



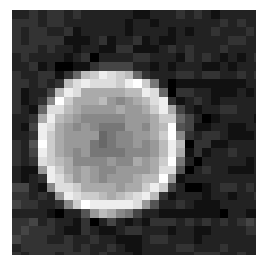
18.15 keV



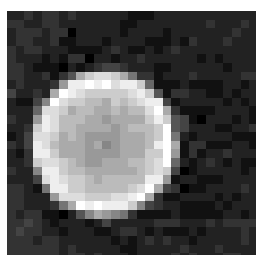
22.23 keV



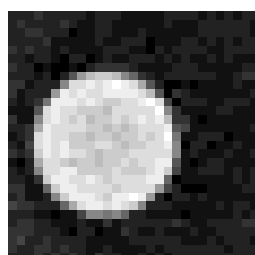
26.31 keV



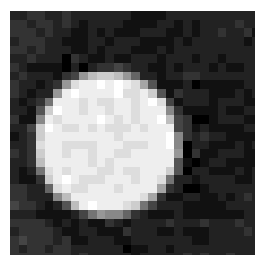
30.39 keV



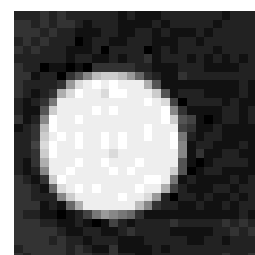
34.47 keV



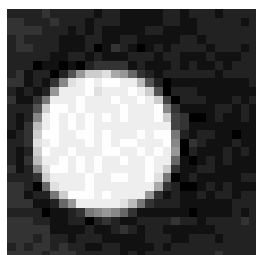
38.55 keV



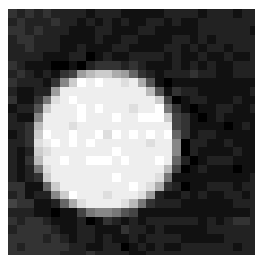
42.64 keV



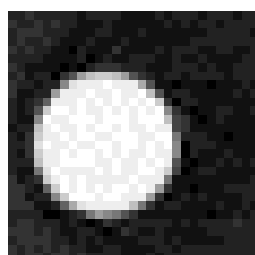
46.72 keV



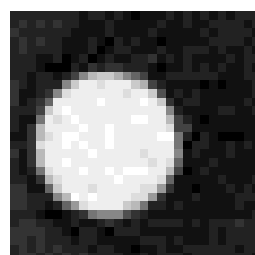
50.80 keV



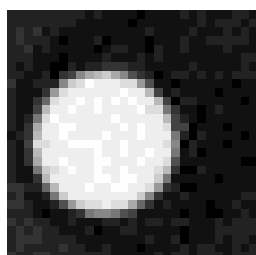
54.88 keV



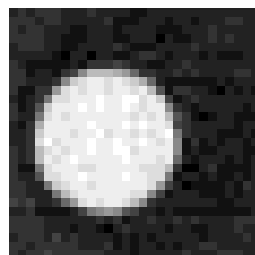
58.96 keV



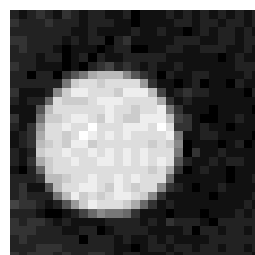
63.04 keV



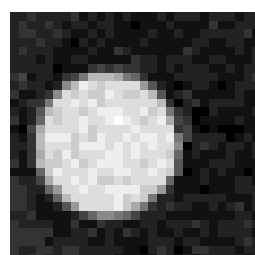
67.12 keV



71.20 keV



75.28 keV



79.37 keV

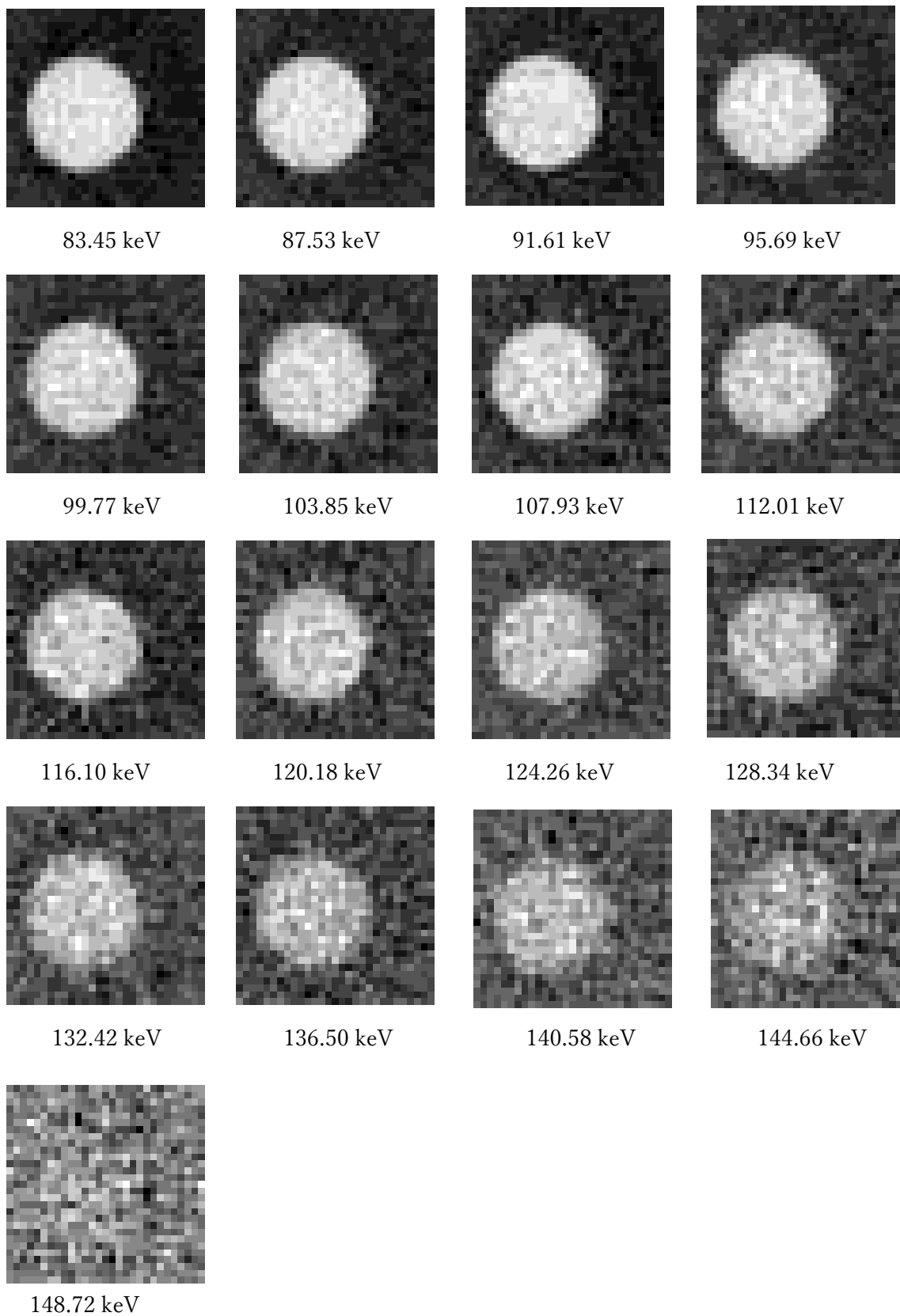
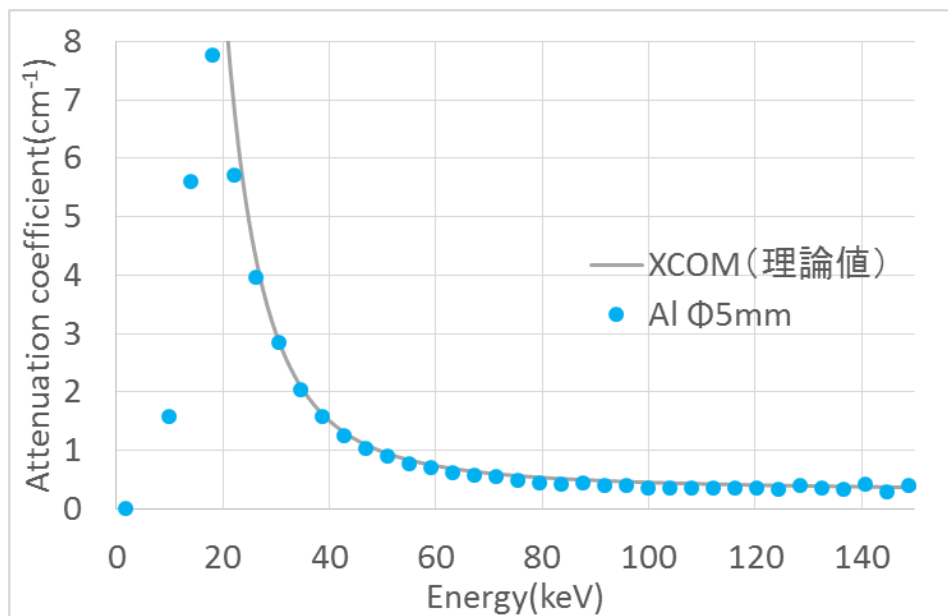
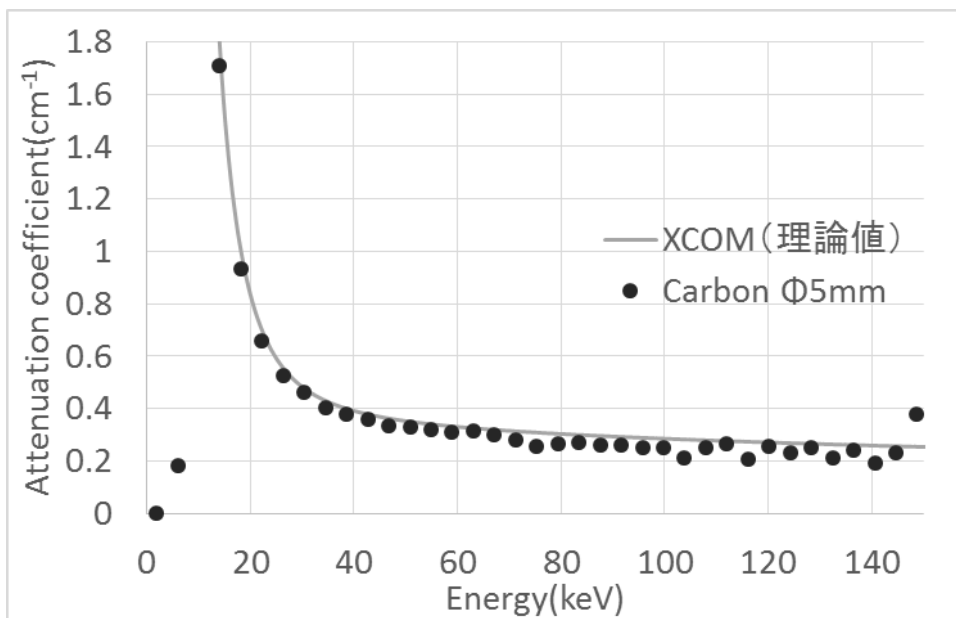


图 3-4-4 CT 画像(Ti)

CT 画像から求めた $\mu$ の測定結果を図 3-4-2 に示す。 $\mu$ の理論値は NIST(アメリカ国立標準技術研究所)<sup>[4]</sup>が開発した元素データベースである XCOM<sup>[4]</sup>を用いた。点が小林による実験による $\mu$ の実測値で、黒の実線が XCOM による各試料の $\mu$ の理論値である。

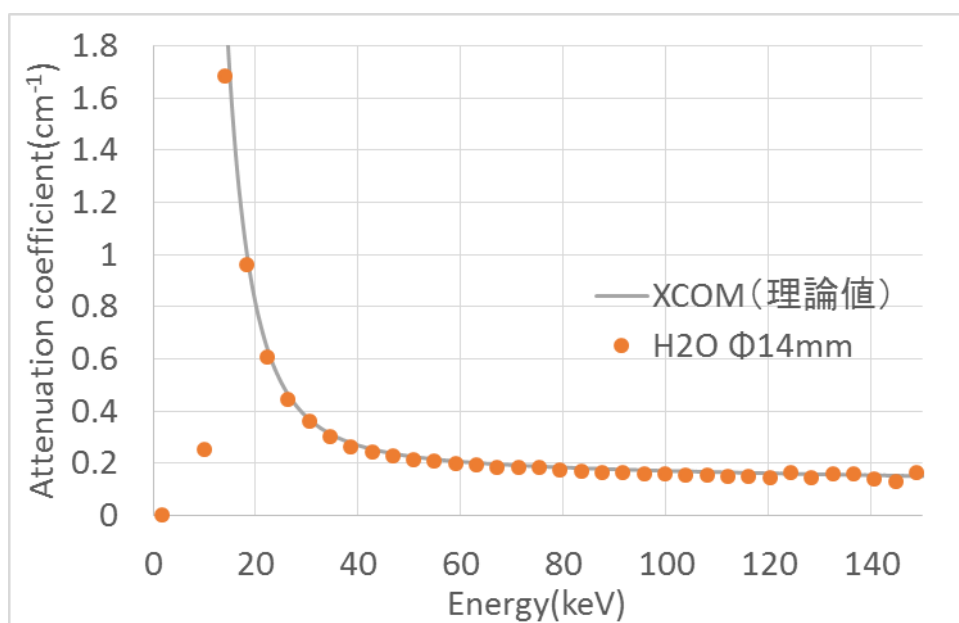


(a) Al の線減弱係数

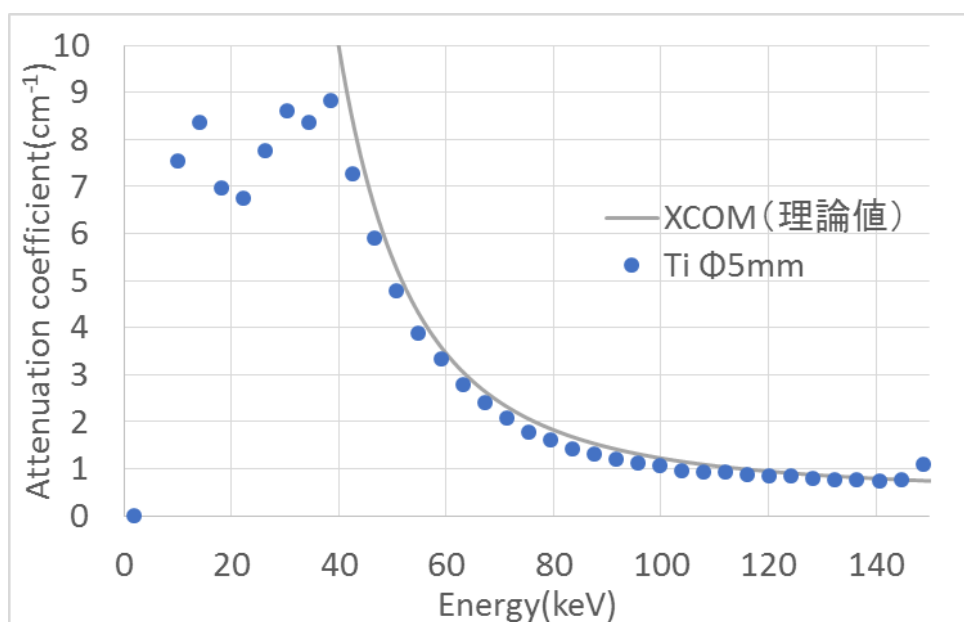


(b) C の線減弱係数





(c) H<sub>2</sub>O の線減弱係数



(d) Ti の線減弱係数

図 3-4-5 各試料の線減弱係数の実験値と理論値の比較

Al、C、H<sub>2</sub>O において、20 keV 以上で $\mu$ の実験値と理論値は一致した。  
Ti は 40 keV 以上で $\mu$ の実験値と理論値は一致した。

binning100(20 keV 幅)のときの各試料の CT 画像も画像再構成プログラムを用いて作成した。作成した CT 画像を下図に示す。150 keV 以上の CT 画像は省略した。

① Al

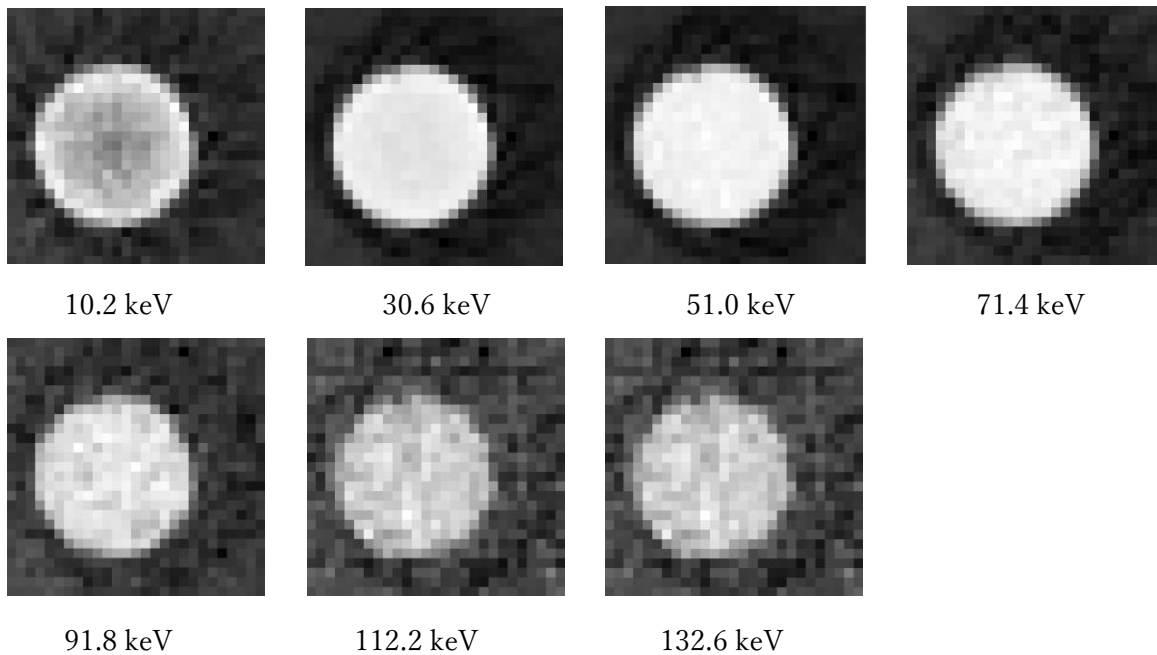


图 3-4-6 CT 画像(Al)

② H<sub>2</sub>O

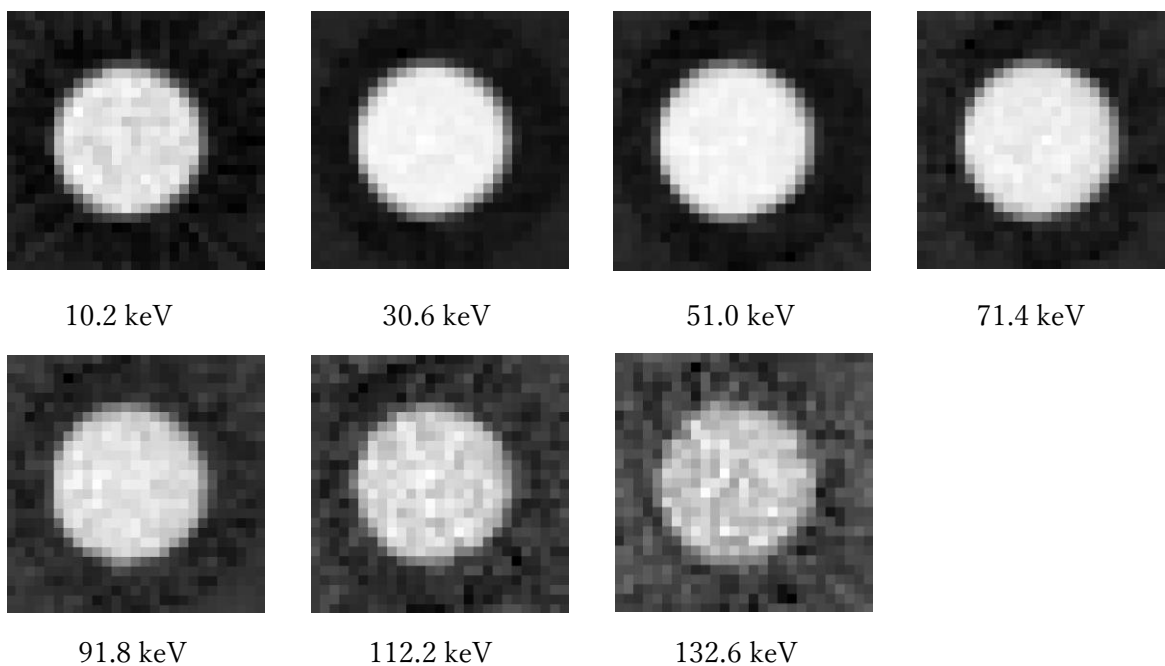


图 3-4-7 CT 画像(H<sub>2</sub>O)

③ C

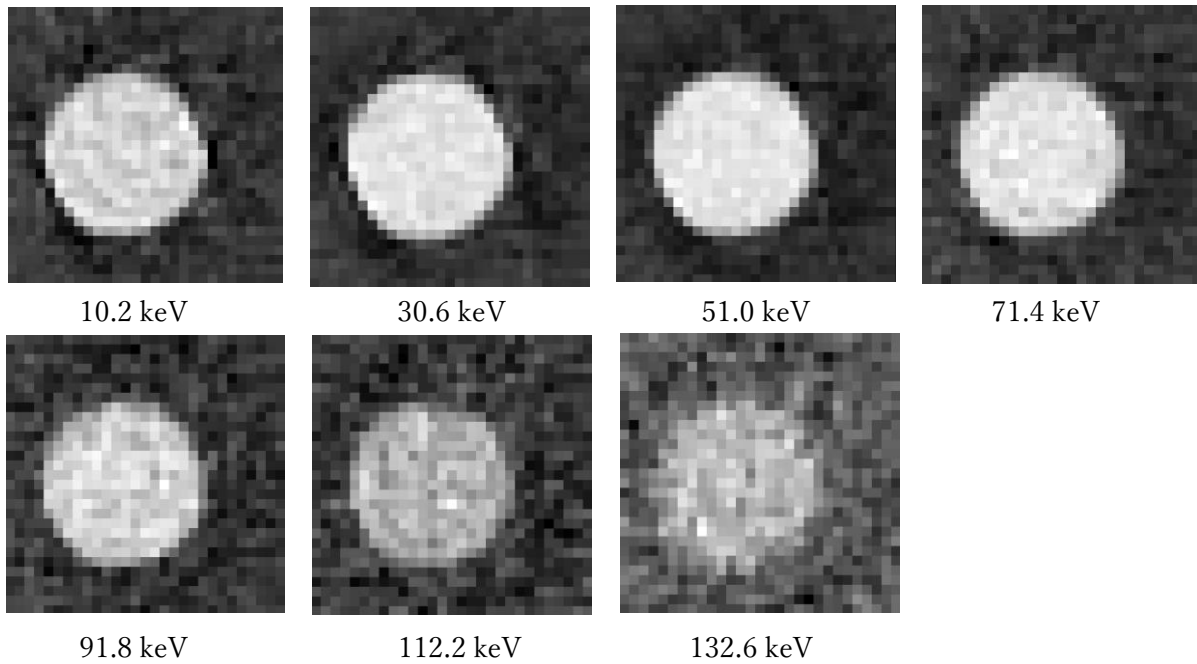


图 3-4-8 CT 画像(C)

④ Ti

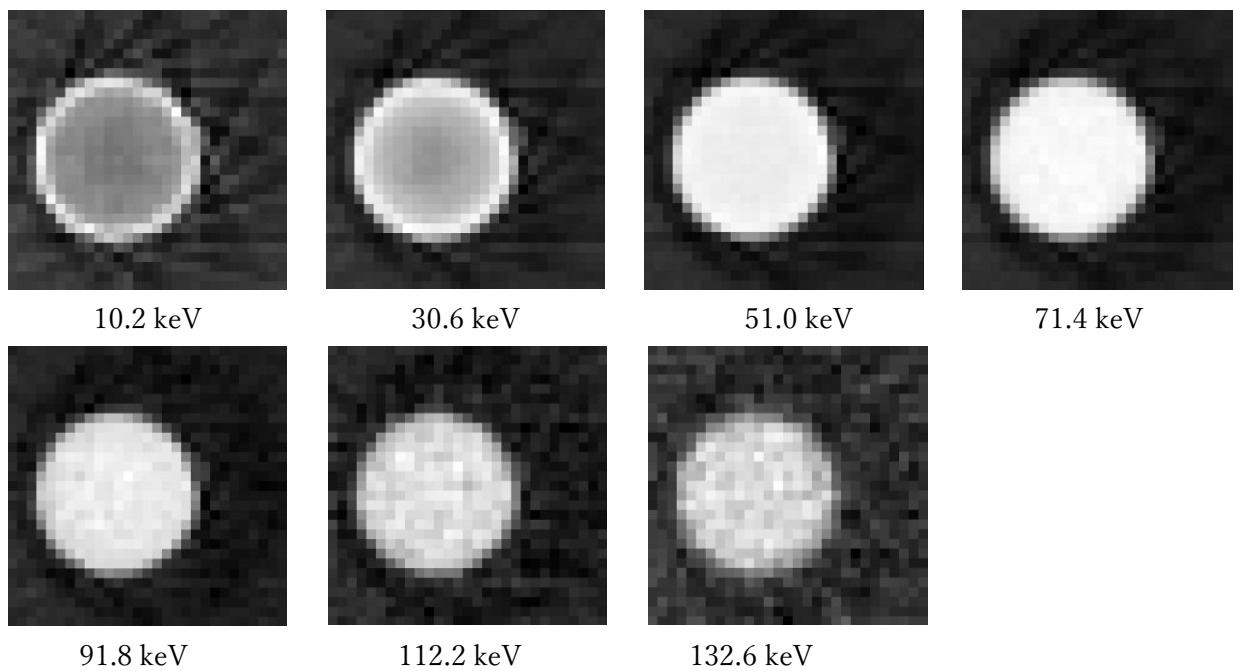


图 3-4-9 CT 画像(Ti)

## 第4章 CT画像の解析とカップリング

### 4-1 CT画像の解析

ImageJを用いて、binning20のときとbinning100のときのAl、H<sub>2</sub>OのCT画像の解析を行った。解析方法はImageJの操作方法に記載した方法で行った。

#### ① Al

binning20のときのCT画像の解析結果は下図のようになった。試料の中心の $\mu$ は一定であった。

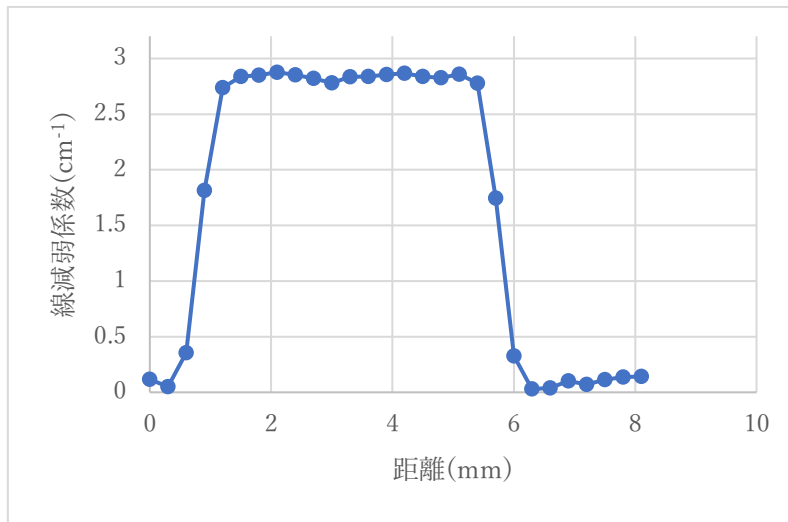


図 4-1-1 binning20 のときの Al(30.39 keV)の $\mu$

binning100のときのCT画像の解析結果は下図のようになった。試料の中心の $\mu$ は減少した。

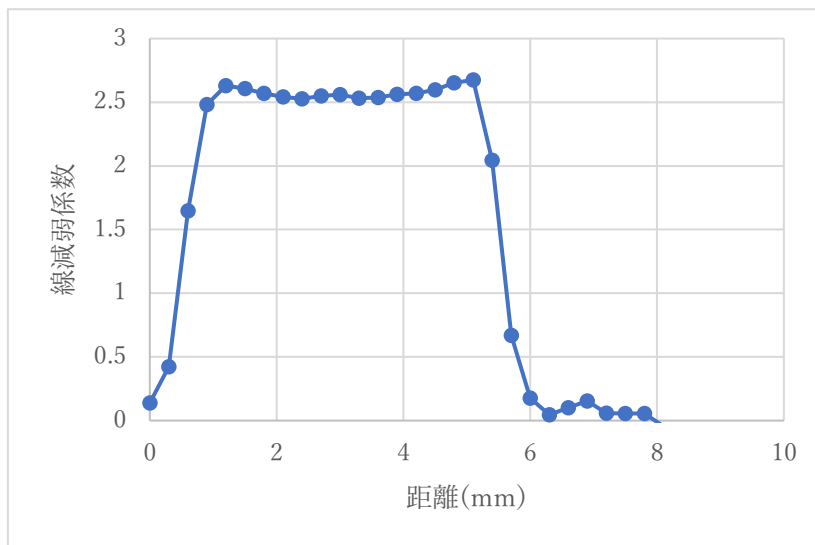


図 4-1-2 binning100 のときの Al(30.6 keV)の $\mu$

② H<sub>2</sub>O

binning20 のときの CT 画像の解析結果は下図のようになった。試料の中心の $\mu$ は一定であった。

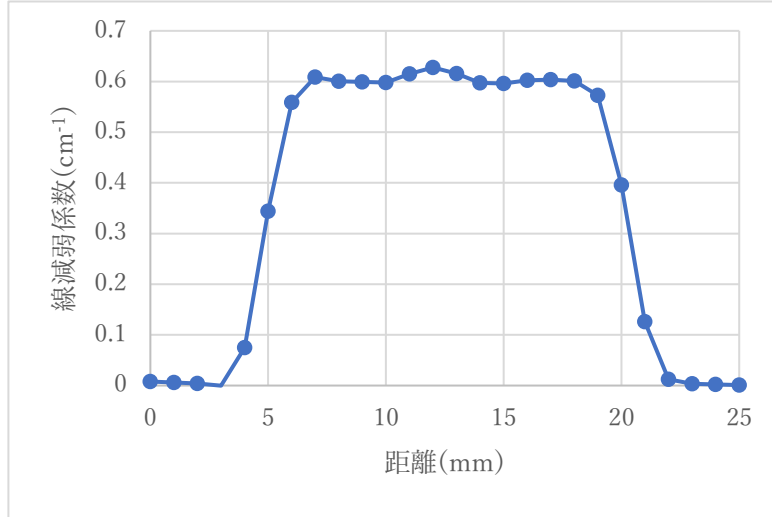


図 4-1-3 binning20 のときの Al の $\mu$  (30.39 keV)

binning100 のときの CT 画像の解析結果は下図のようになった。試料の中心の $\mu$ は一定であった。

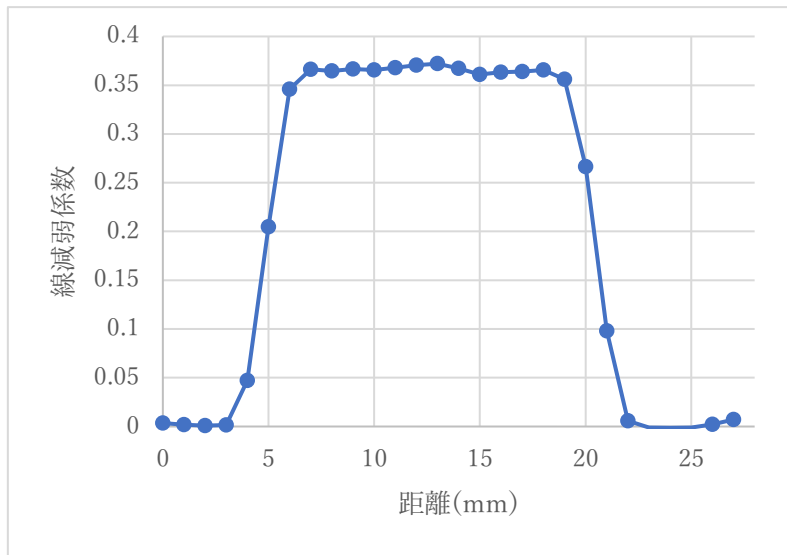


図 4-1-4 binning100 のときの Al の $\mu$  (30.39 keV)

#### 4-2 シミュレーション

4-2-1 式から、シミュレーションによる X 線強度 ( $I$ ) を求めた。  $I_0$  は測定データを使用し、 $\mu$  は XCOM のデータを使用した。

$$I(E_i) = I_0(E_i)e^{-\mu(E_i)t} \quad (4-2-1)$$

$I_0$ : 試料がないときの X 線強度

$I$ : 試料を設置したときの X 線強度

$t$ : 試料の厚さ (mm)

また、binning した時の  $\mu$  を求めるため 4-2-1 式から 4-2-2 式を出した。

$$\mu_{bin} = -\frac{1}{t} \ln \left( \frac{\Sigma I(E_i)}{\Sigma I_0(E_i)} \right) \quad (4-2-2)$$

4-2-2 式からシミュレーションで Al と H<sub>2</sub>O の binning20 のときと binning100 のときの  $\mu$  を求めた。また図 4-2-1 のように  $\mu$  の規格化を行った。

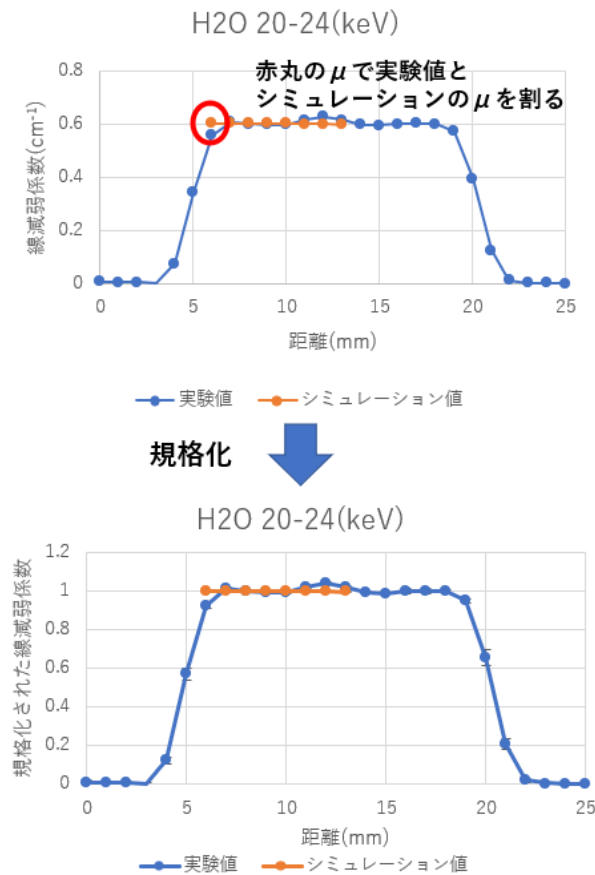


図 4-2-1  $\mu$  の規格化

規格化されたシミュレーションによる $\mu$ と実験による $\mu$ を重ねた。

① Al

binning20 のときの Al(30.39 keV)の規格化された $\mu$ を図 4-2-2 に示す。

実験とシミュレーションの $\mu$ は一致した。

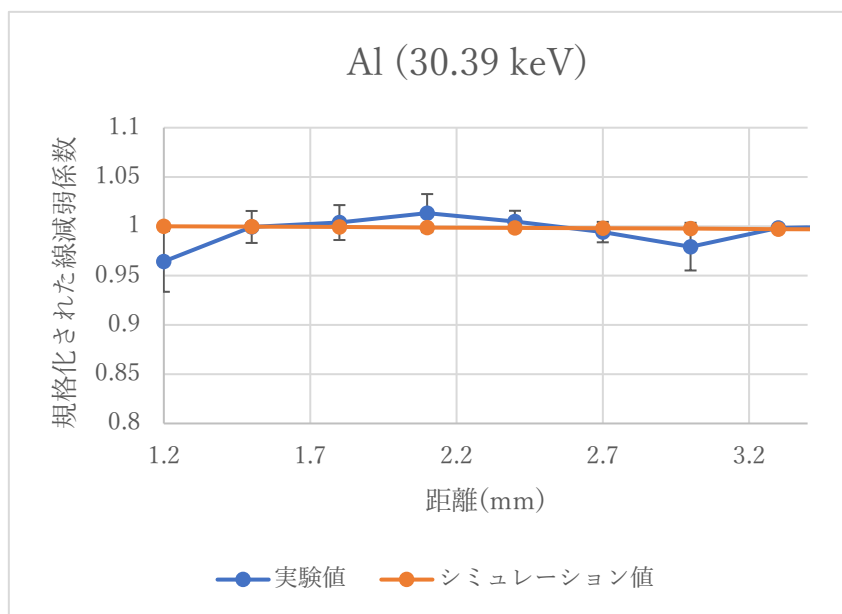


図 4-2-2 binning20 Al 規格化された $\mu$ の比較

binning 100 のときの Al(30.6 keV)の規格化された $\mu$ を図 4-2-3 に示す。

実験とシミュレーションの $\mu$ は一致した。

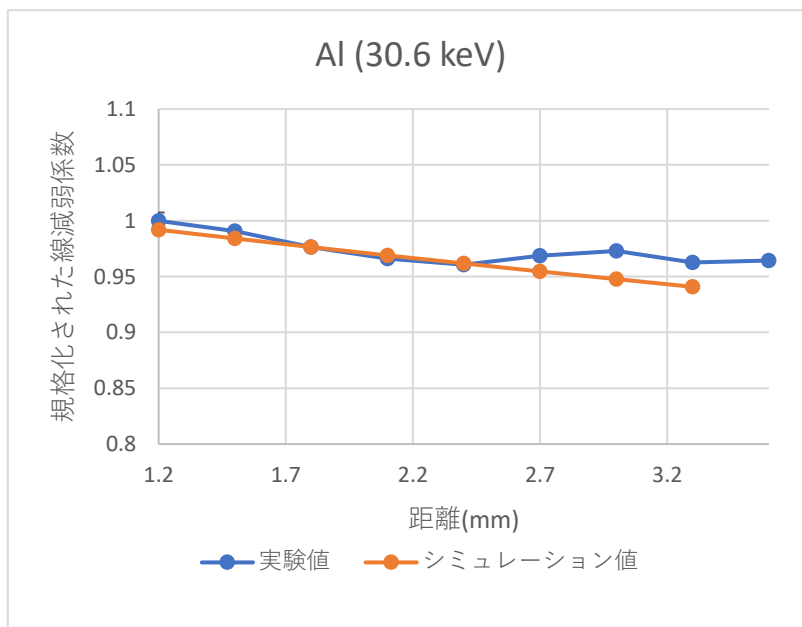


図 4-2-3 binning100 Al 規格化された $\mu$ の比較

② H<sub>2</sub>O

binning20 のときの H<sub>2</sub>O(22.23 keV)の規格化された $\mu$ を図 4-2-4 に示す。  
実験とシミュレーションの $\mu$ は一致した。

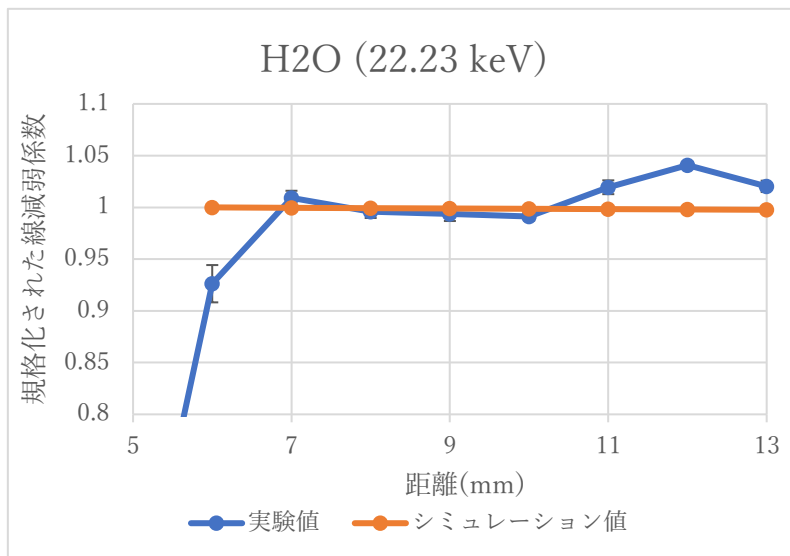


図 4-2-4 binnin20 H<sub>2</sub>O 規格化された $\mu$ の比較

Binning100 のときの H<sub>2</sub>O(30.6 keV)の規格化された $\mu$ を図 4-2-4 に示す。  
実験とシミュレーションの $\mu$ は一致した。

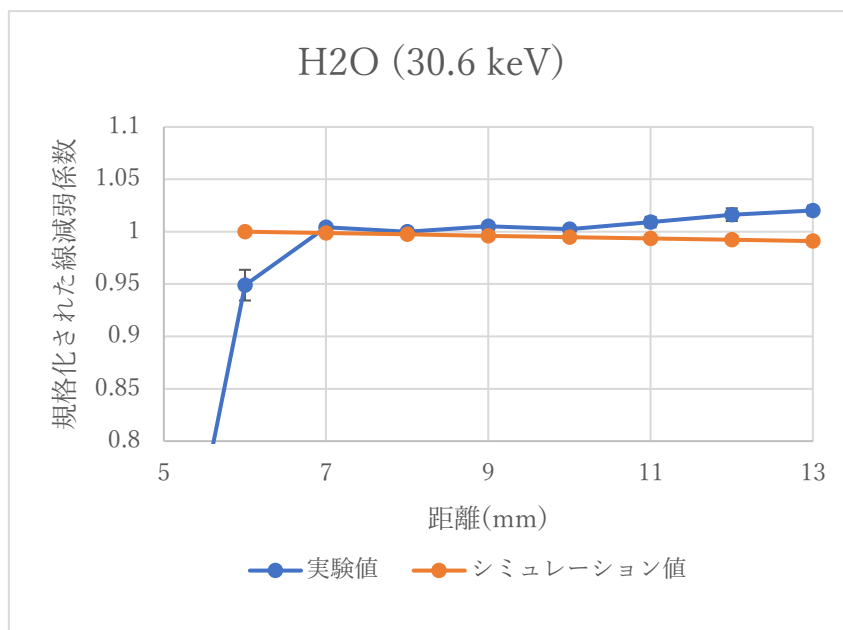


図 4-2-5 binnin100 H<sub>2</sub>O 規格化された $\mu$ の比較

このことからシミュレーションと実験の $\mu$ が一致したと言える。



#### 4-3 シミュレーションによるカップリングの検討

次に、人体を想定し、円柱状 Al2 cm と円柱状 H<sub>2</sub>O10 cm でシミュレーションによるカップリングの検討を行った。距離 0 cm のときのシミュレーションの $\mu$ でシミュレーション全体の $\mu$ を割り規格化した。

##### ① Al

シミュレーションによる binning20 のときのカップリングを図 4-3-1 に示す。 $\mu$ は距離 2cm で 2%減少した。

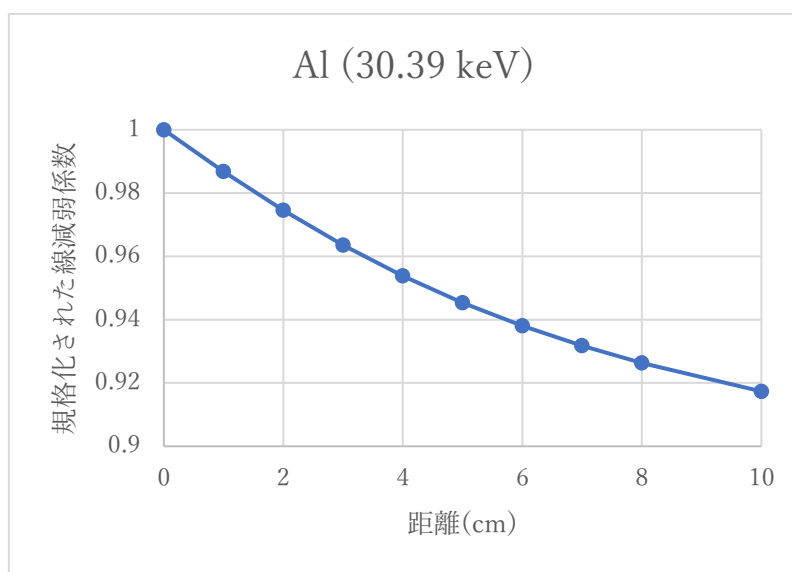


図 4-3-1 シミュレーションによる binning20 Al のカップリング

シミュレーションによる binning100 のときのカップリングを図 4-3-2 に示す。 $\mu$ は距離 2cm で 24%減少した。

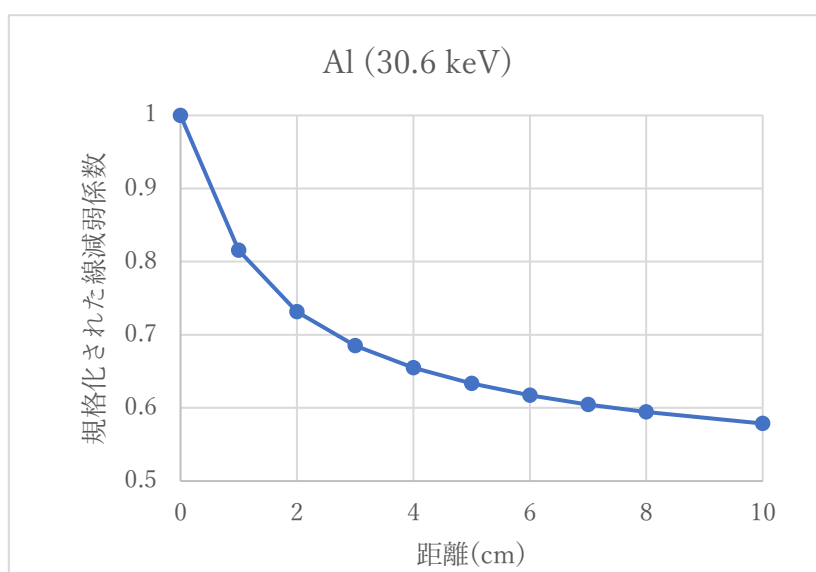


図 4-3-2 シミュレーションによる binning100 Al のカップリング

② H<sub>2</sub>O

シミュレーションによる binning20 のときのカップングを図 4-3-3 に示す。 $\mu$ は距離 10cm で 3%減少した。

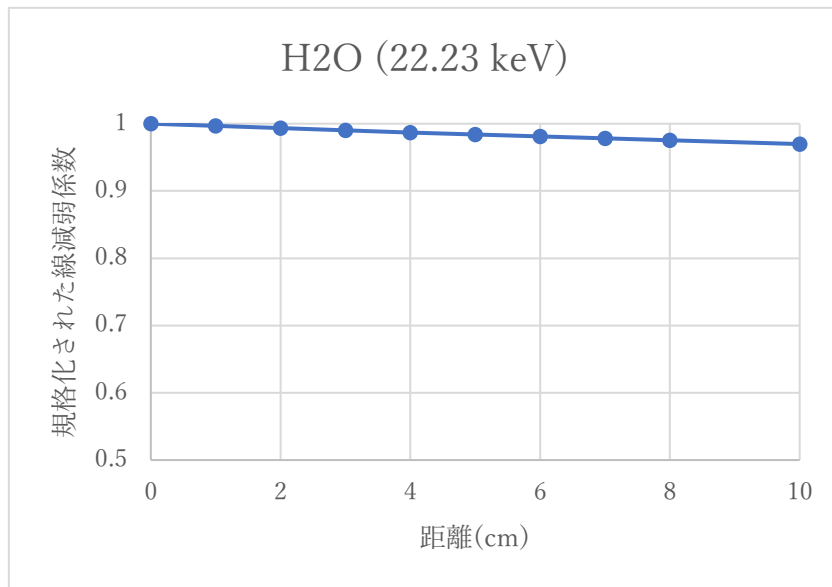


図 4-3-3 シミュレーションによる binning 20 H<sub>2</sub>O のカップング

シミュレーションによる binning100 のときのカップングを図 4-3-4 に示す。 $\mu$ は距離 10cm で 9%減少した。

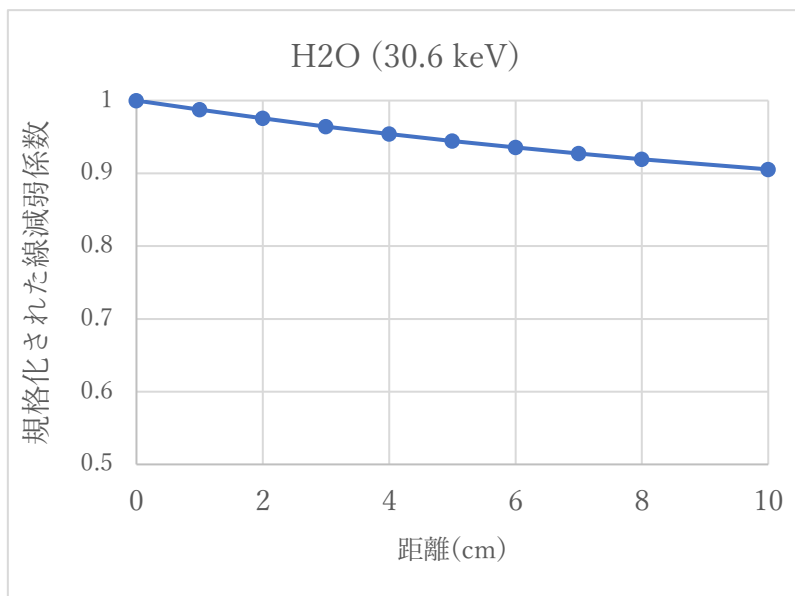


図 4-3-4 シミュレーションによる binning100 H<sub>2</sub>O のカップング

binning 数とカップングの関係について表 4-1 にまとめた。

binning 数	距離 2 cm での $\mu$ の減少量(%)
20	2%
100	24%

(a) Al カップングの検討

binning 数	距離 10 cm での $\mu$ の減少量(%)
20	3%
100	9%

(b) H<sub>2</sub>O カップングの検討

表 4-1 binning 数とカップングの関係

表 4-1 から binning100 に比べ、binning20 は同じ距離での $\mu$ の減少量の割合が低いことが分かった。このことから binning を狭くするとカップングの軽減に有効であることが分かった。

#### 4-4 統計誤差の検討

binning を狭くするとカップングの軽減に有効であるが、フォトンのカウント数は下がり、精度は悪化すると考えられる。そこで 4-4-1 式から各試料の binning20 と binning100 の統計誤差の割合を求め表 4-2 にまとめた。

$$\frac{\Delta\mu t}{\mu t} = \frac{1}{-\ln \frac{\Sigma I}{\Sigma I_0}} \sqrt{\left(\frac{1}{\Sigma I_0} + \frac{1}{\Sigma I}\right)} \quad (4-4-1)$$

binning 数	20	100
Al の統計誤差の割合(%)	0.0305%	0.0279%
H <sub>2</sub> O の統計誤差の割合(%)	0.296%	0.201%

表 4-2 binning 数と統計誤差の割合の関係

表の 4-2 から Al の binning20 のときの統計誤差の割合は binning100 のときの統計誤差の 1.09 倍、H<sub>2</sub>O の binning20 のときの統計誤差の割合は binning100 のときの統計誤差の割合の 1.46 倍となった。このことから binning を狭くすると統計精度は悪化することが分かった。

## 第5章 $\mu$ の足し合わせ

### 5-1 $\mu$ の足し合わせ

よりカップリングのないCT画像を得るために、各ピクセルに与えられた $\mu$ を足し合わせ平均化した。各試料の binning20 の CT 画像の $\mu$ のグラフとその $\mu$ を 20-100 keV まで足し合わせ平均化した CT 画像を下図に示す。グラフの誤差棒は ROI 内の $\mu$ の統計誤差の割合である。平均化した CT 画像上の黄線はその画像のラインプロファイルである。

#### ① Al

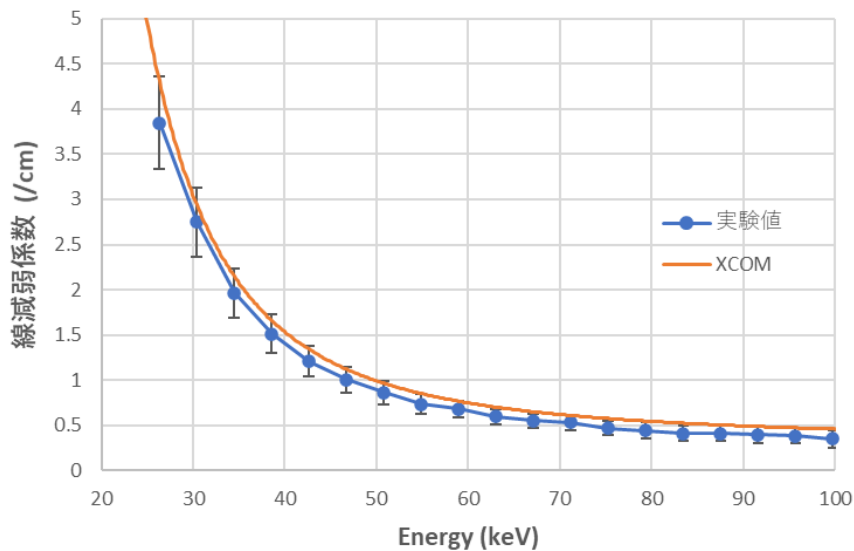


図 5-1-1 binning20 の Al の $\mu$

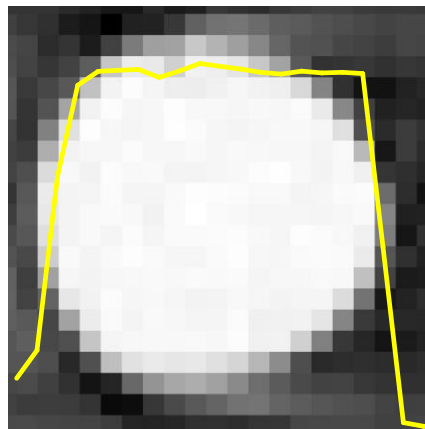


図 5-1-2 Al の 20-100 keV まで平均化した CT 画像

グラフの統計誤差の割合はエネルギーが高くなるにつれて小さくなった。平均化した CT 画像の統計誤差の割合は 0.13548 であった。図 5-1-3 は横軸 Energy (keV)、縦軸 $\mu$ の統計

誤差の割合のグラフである。平均化した CT 画像の統計誤差の割合は各エネルギーの CT 画像の統計誤差の割合より大きくなった。

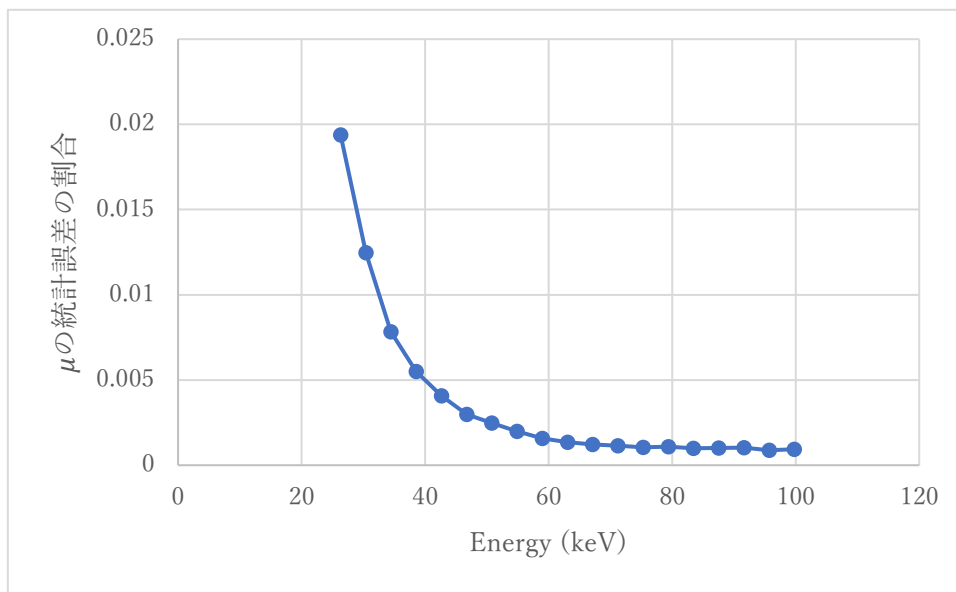


図 5-1-3 Al の Energy(keV) と  $\mu$  の統計誤差の割合の関係

② H<sub>2</sub>O

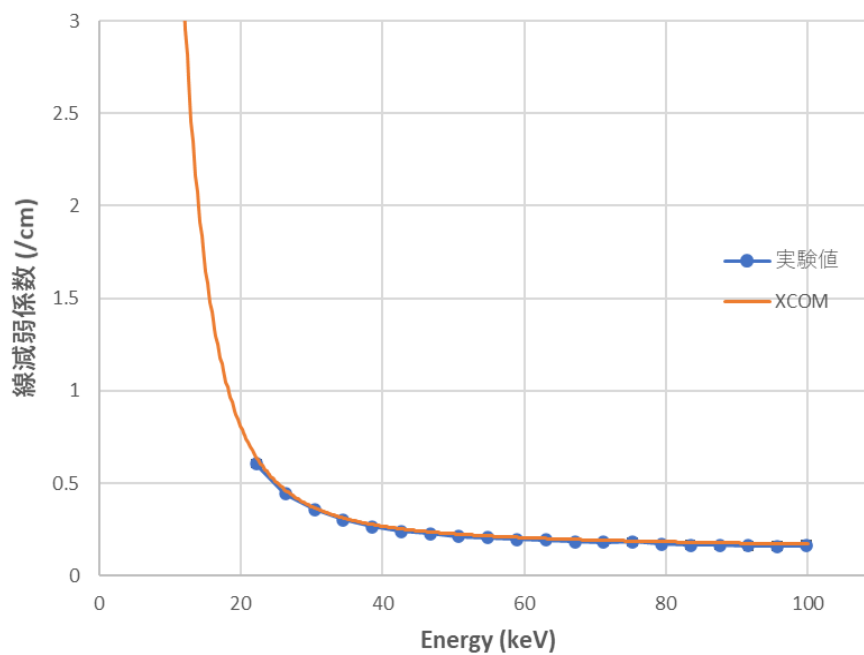


図 5-1-4 binning20 の H<sub>2</sub>O の  $\mu$

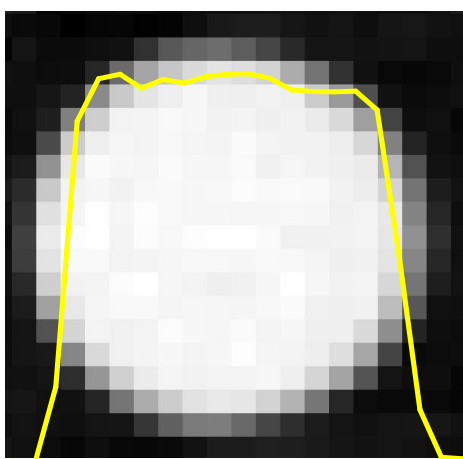


図 5-1-5 H<sub>2</sub>O の 20-100 keV まで平均化した CT 画像

グラフの統計誤差の割合は 70keV 以上でエネルギーが高くなるにつれて大きくなった。平均化した CT 画像の統計誤差の割合は 0.016989 であった。図 5-1-6 は横軸 Energy (keV)、縦軸 $\mu$ の統計誤差の割合のグラフである。平均化した CT 画像の統計誤差の割合は各エネルギーの CT 画像の統計誤差の割合より小さくなった。

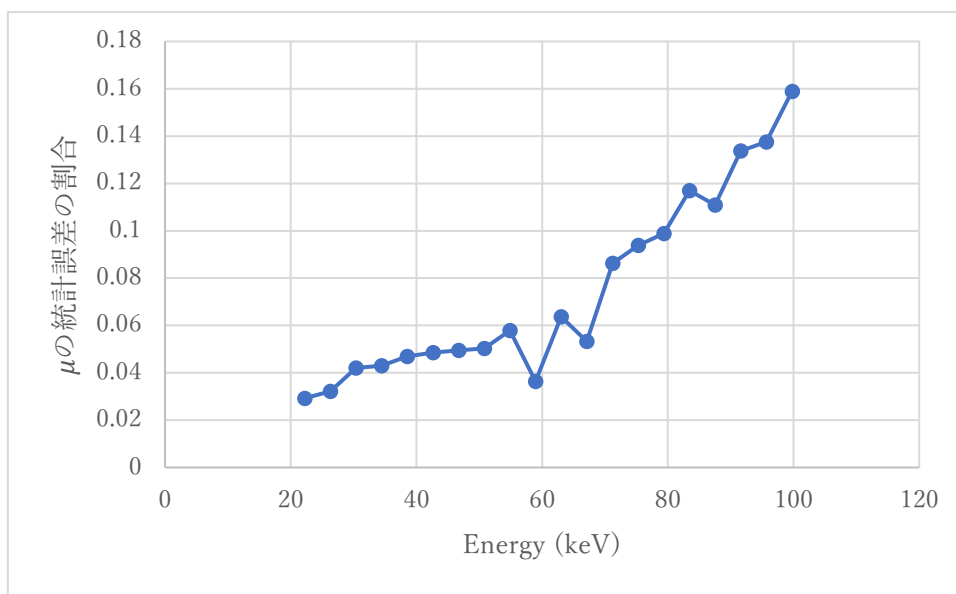


図 5-1-6 H<sub>2</sub>O の Energy(keV) と  $\mu$  の統計誤差の割合の関係

③ C

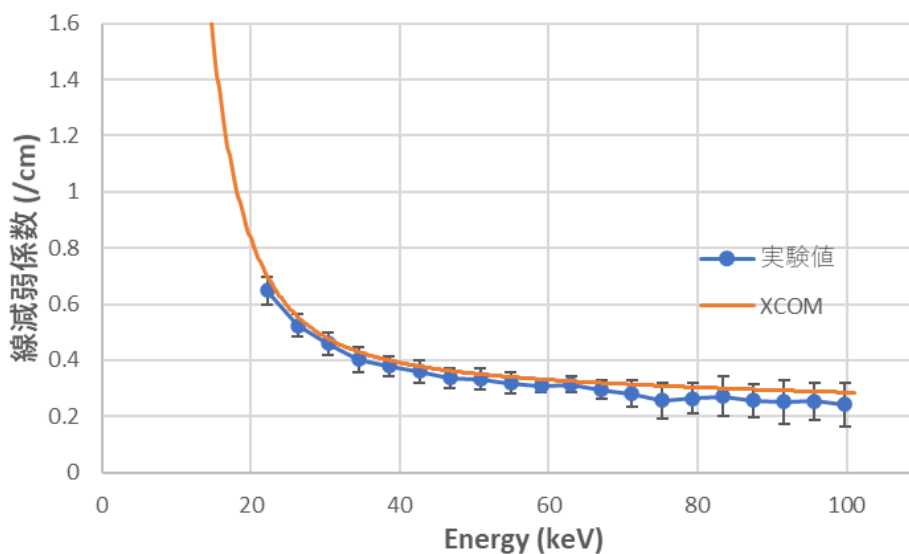


図 5-1-7 binning20 の C の  $\mu$

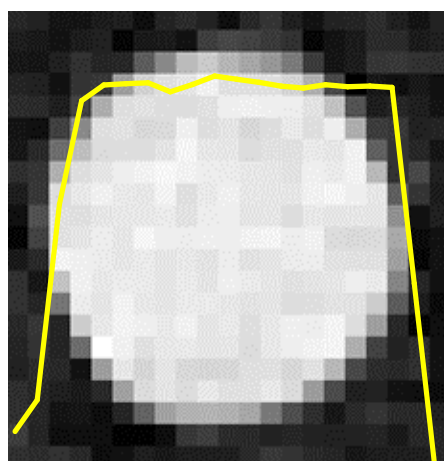


図 5-1-8 C の 20-100 keV まで平均化した CT 画像

グラフの統計誤差の割合は 70 keV 以上でエネルギーが高くなるにつれて大きくなった。平均化した CT 画像の統計誤差の割合は 0.045176 であった。図 5-1-9 は横軸 Energy (keV)、縦軸  $\mu$  の統計誤差の割合のグラフである。平均化した CT 画像の統計誤差の割合は各エネルギーの CT 画像の統計誤差の割合より小さくなった。

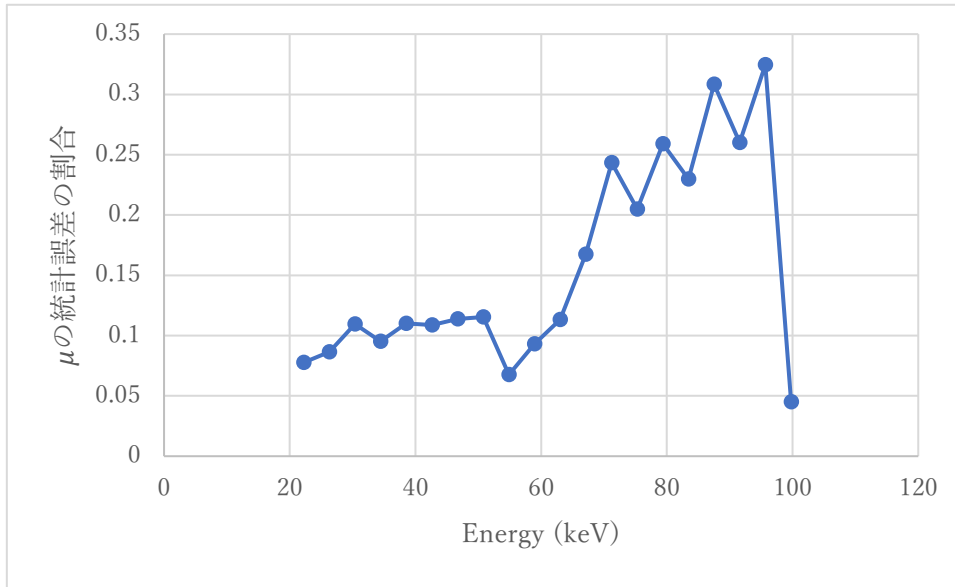


図 5-1-9 C の Energy(keV)と $\mu$ の統計誤差の割合の関係

④ Ti

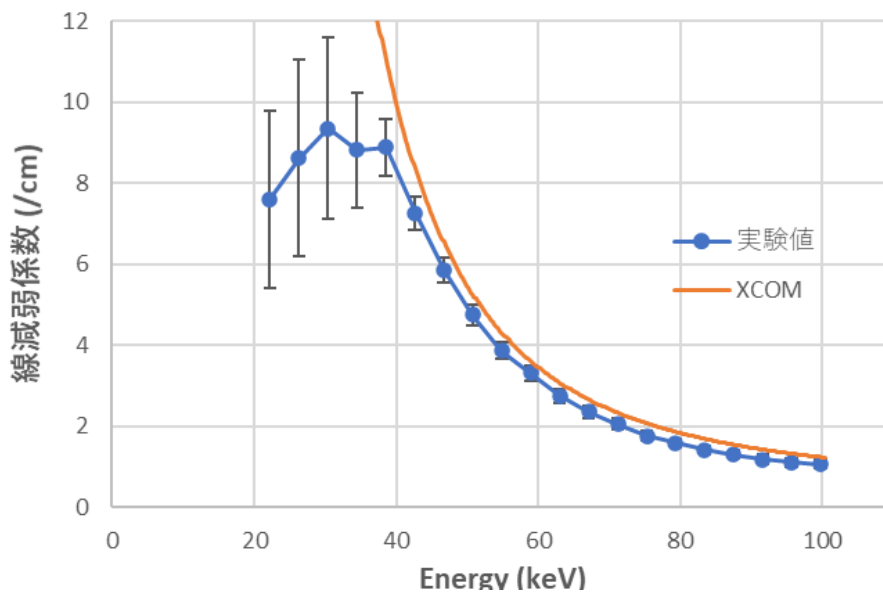


図 5-1-10 binning20 の Ti の $\mu$



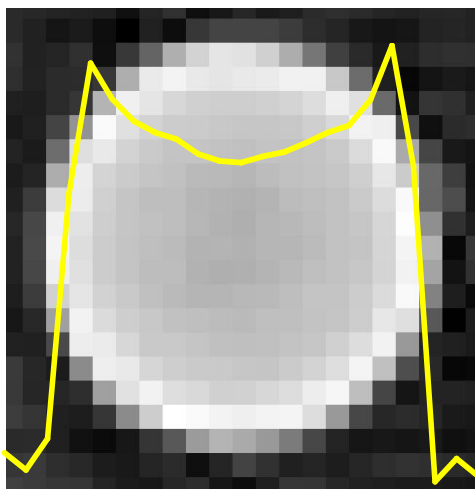


図 5-1-11 Ti の 20-100 keV まで平均化した CT 画像

グラフの統計誤差の割合はエネルギーが高くなるにつれて小さくなった。平均化した CT 画像の統計誤差の割合は 0.08991 であった。図 5-1-12 は横軸 Energy (keV)、縦軸 $\mu$ の統計誤差の割合のグラフである。平均化した CT 画像の統計誤差の割合は各エネルギーの CT 画像の統計誤差の割合より約 35-90 keV のエネルギー範囲で小さくなった。

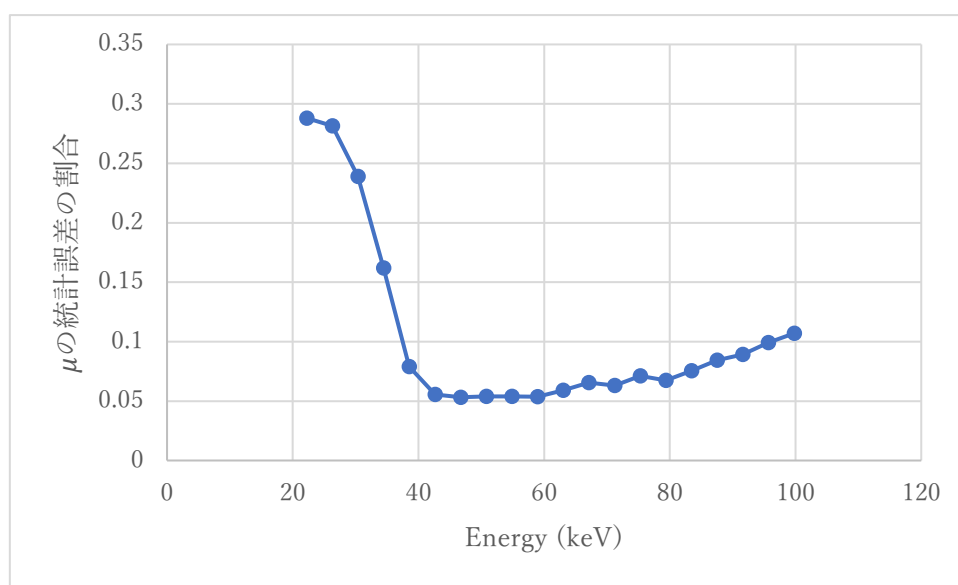


図 5-1-12 Ti の Energy(keV)と $\mu$ の統計誤差の割合の関係

Al、H<sub>2</sub>O、C ではカップリングが起きなかったが、Ti ではカップリングが起きた。Al、Ti では一部エネルギー範囲で各エネルギーの統計誤差の割合が足し合わせて求めた統計誤差の割合が大きくなった。H<sub>2</sub>O、C、は 70 keV 以上で統計誤差の割合が大きくなった。Ti は 20-40 keV で統計誤差の割合が大きくなった。

次に足し合わせる範囲を 20-70keV に変え、各試料の binning20 の CT 画像の $\mu$ のグラフとその $\mu$ を 20-70 keV まで足し合わせ平均化した CT 画像を下図に示す。

① Al

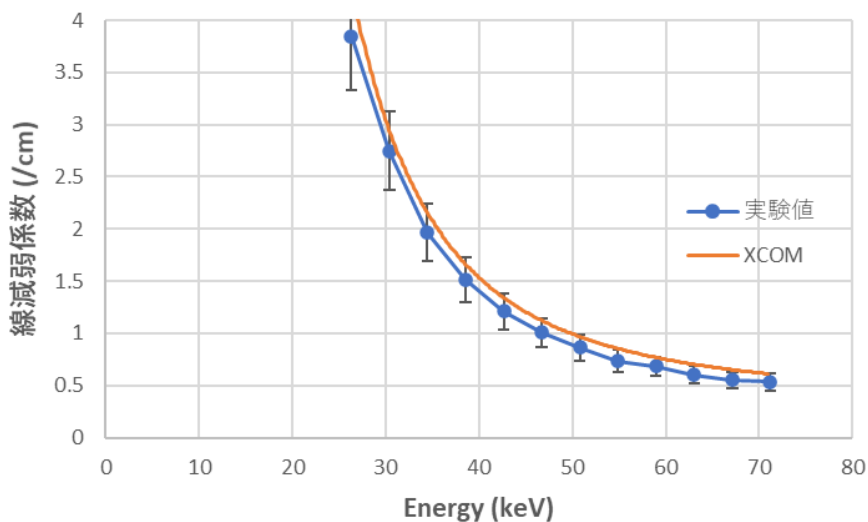


図 5-1-13 binning20 の Al の $\mu$

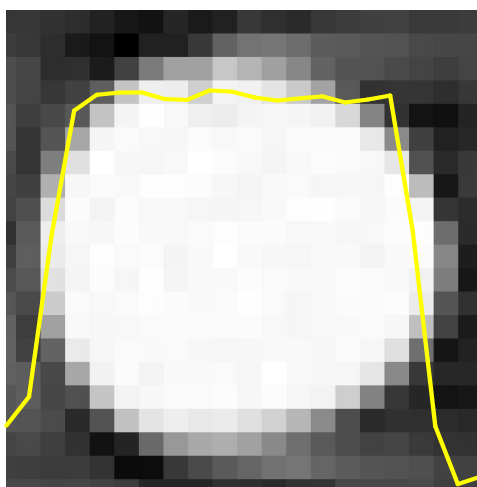


図 5-1-14 Al の 20-70 keV まで平均化した CT 画像

グラフの統計誤差の割合はエネルギーが高くなるにつれて小さくなった。平均化した CT 画像の統計誤差の割合は 0.133733 であった。図 5-1-14 は横軸 Energy (keV)、縦軸 $\mu$ の統計誤差の割合のグラフである。平均化した CT 画像の統計誤差の割合は各エネルギーの CT 画像の統計誤差の割合より大きくなった。

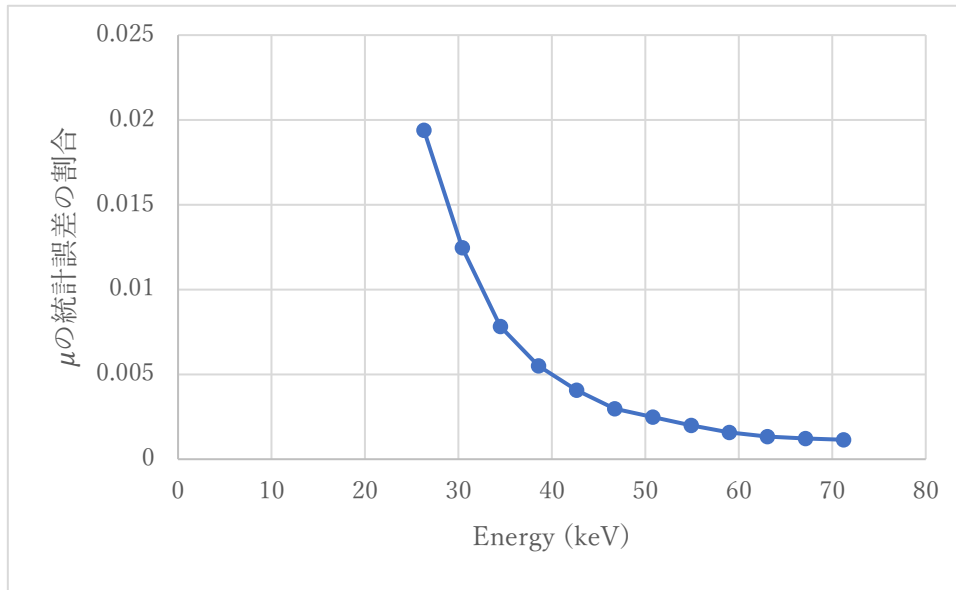


図 5-1-15 Al の Energy(keV)と $\mu$ の統計誤差の割合の関係

② H<sub>2</sub>O

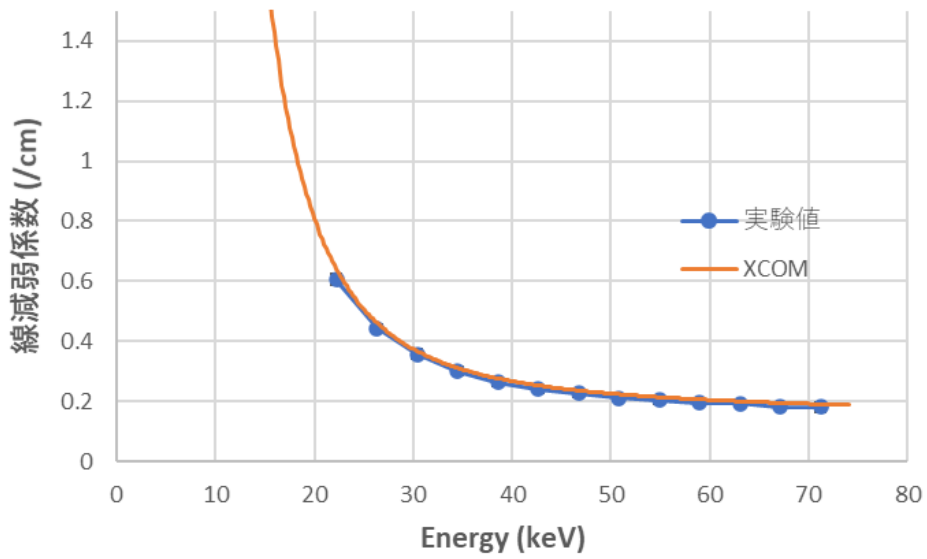


図 5-1-16 binning20 の H<sub>2</sub>O の $\mu$

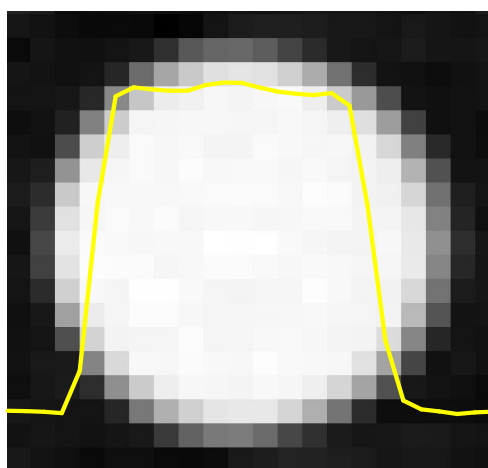


図 5-1-17 H<sub>2</sub>O の 20-70 keV まで平均化した CT 画像

平均化した CT 画像の統計誤差の割合は 0.00335 であった。グラフの統計誤差の割合は 20 keV のとき最大となった。図 5-1-18 は横軸 Energy (keV)、縦軸  $\mu$  の統計誤差の割合のグラフである。平均化した CT 画像の統計誤差の割合は各エネルギーの CT 画像の統計誤差の割合より小さくなった。

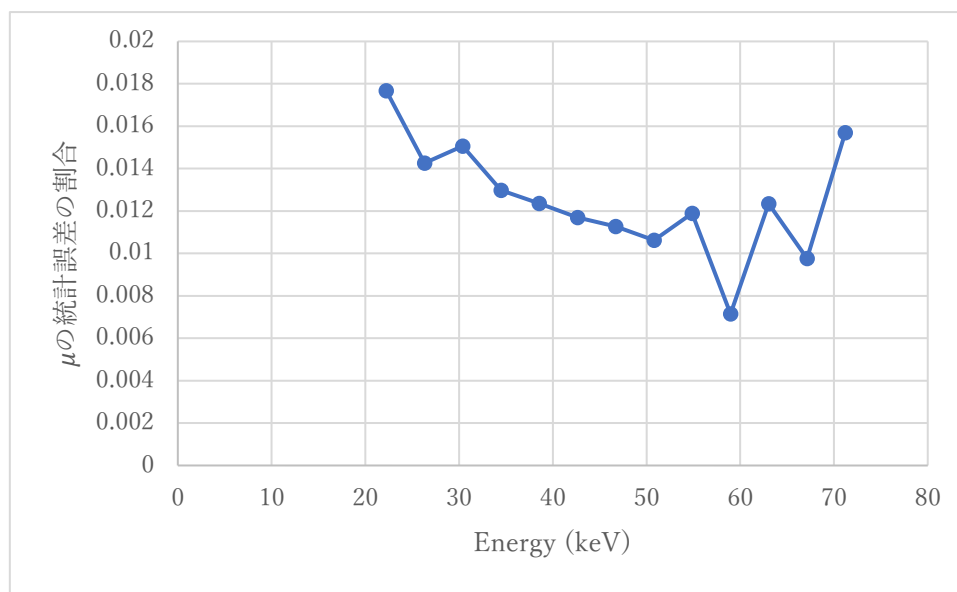


図 5-1-18 H<sub>2</sub>O の energy(keV)と  $\mu$  の統計誤差の割合の関係

③ C

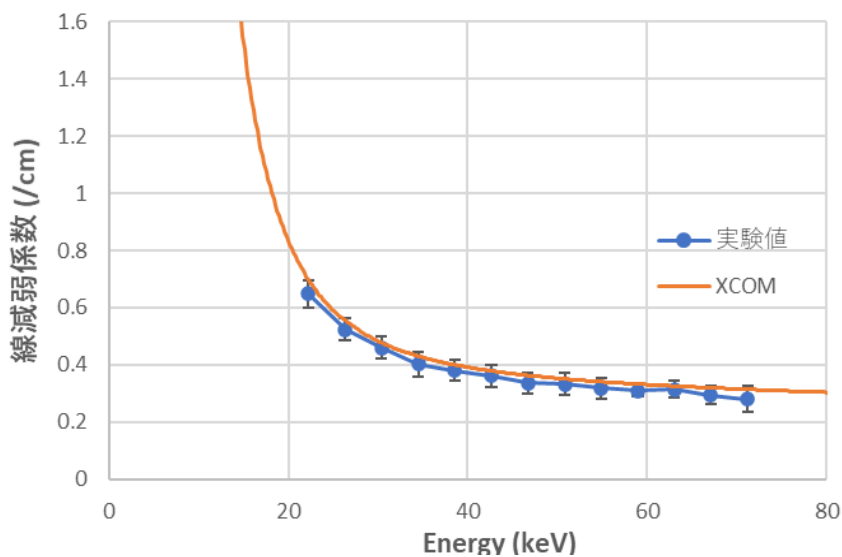


図 5-1-19 C の binning20 の $\mu$

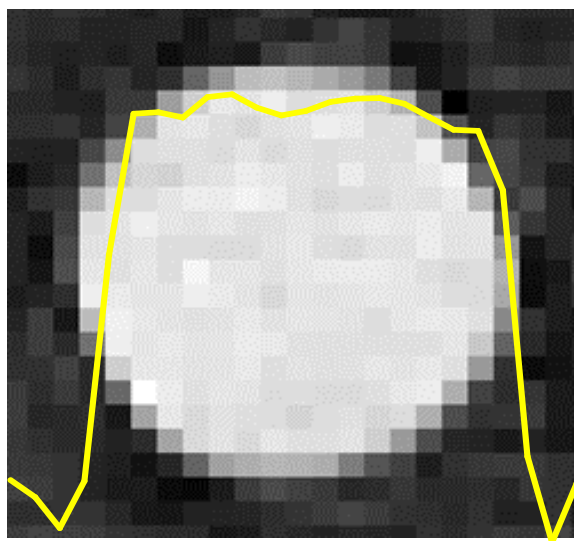


図 5-1-20 C の 20-70 keV まで平均化した CT 画像

平均化した CT 画像の統計誤差の割合は 0.01526 であった。グラフの統計誤差の割合は 20 keV のとき最大となった。図 5-1-21 は横軸 Energy (keV)、縦軸 $\mu$ の統計誤差の割合のグラフである。平均化した CT 画像の統計誤差の割合は各エネルギーの CT 画像の統計誤差の割合より小さくなった。

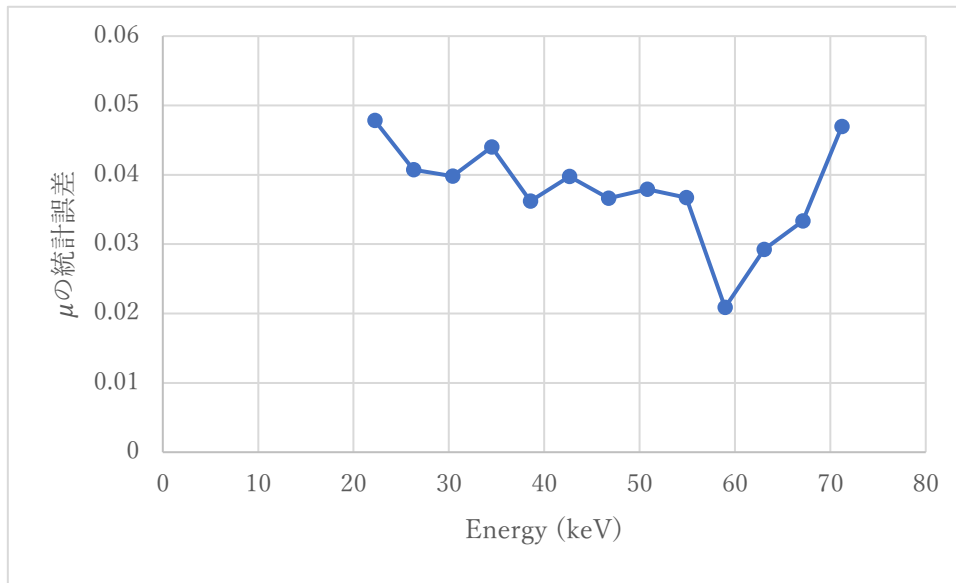


図 5-1-21 C の Energy(keV)と $\mu$ の統計誤差の割合の関係

④ Ti

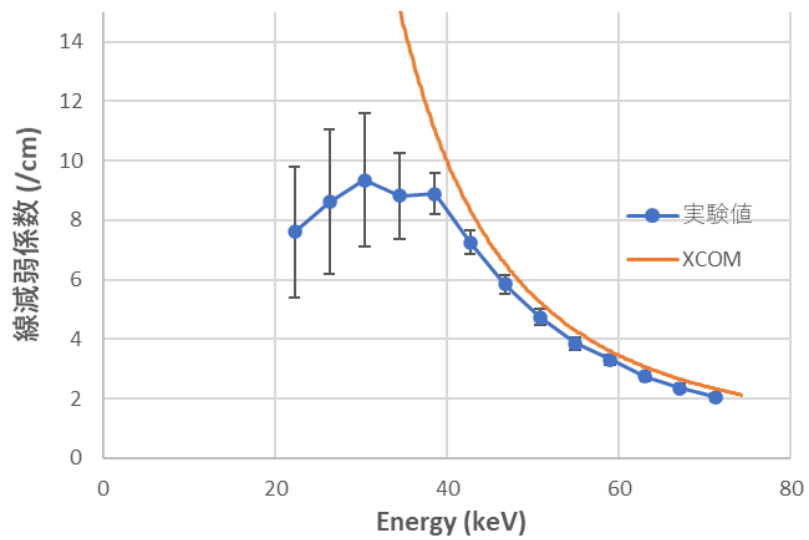


図 5-1-22 Ti の binning20 の $\mu$

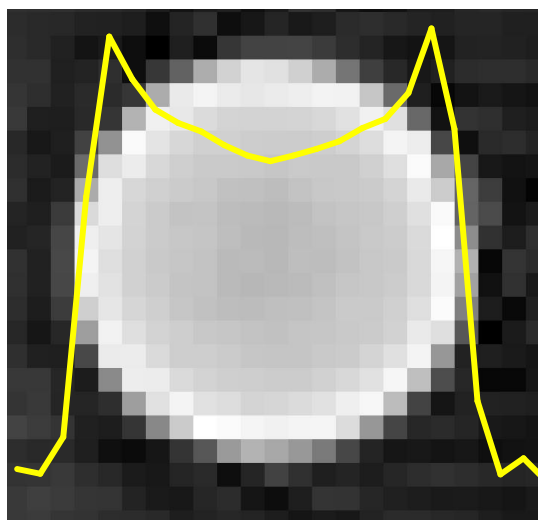


図 5-1-23 Ti の 20-70 keV まで平均化した CT 画像

平均化した CT 画像の統計誤差の割合は 0.104025 であった。グラフの統計誤差の割合はエネルギーが高くなるにつれて小さくなった。図 5-1-24 は横軸 Energy (keV)、縦軸  $\mu$  の統計誤差の割合のグラフである。平均化した CT 画像の統計誤差の割合は各エネルギーの CT 画像の統計誤差の割合より 20-40 keV の範囲で小さくなった。

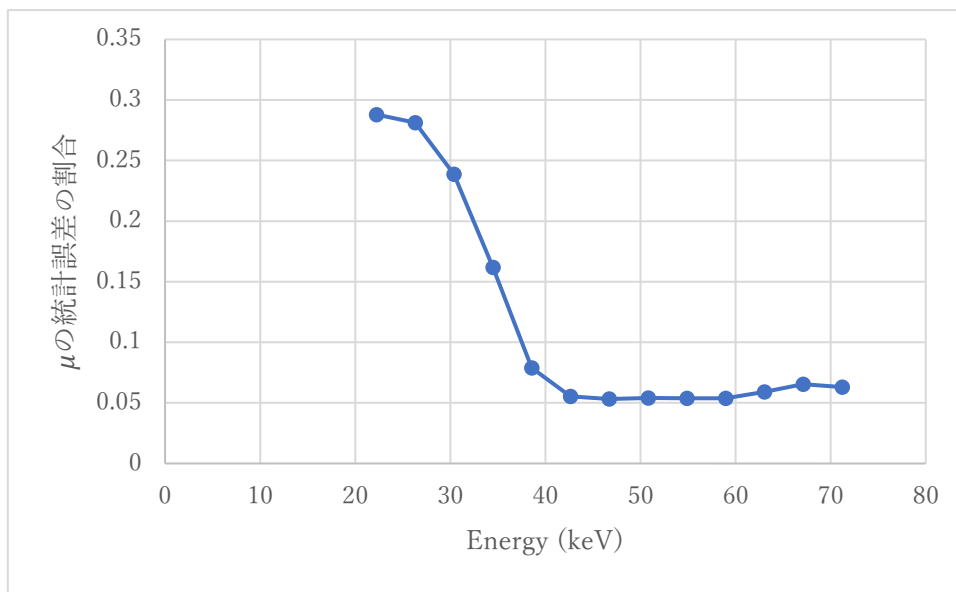


図 5-1-24 Ti の energy(keV)と  $\mu$  の統計誤差の割合の関係

Al、H<sub>2</sub>O、C ではカップリングが起きなかったが、Ti ではカップリングが起きた。Al、H<sub>2</sub>O、C ではエネルギーが高くなるにつれ統計誤差の割合が大きくなった。そのため 20-70 keV まで平均化したときの CT 画像の統計誤差の割合は 20-100 keV まで平均化したときの CT 画像の統計誤差に比べ小さくなった。逆に Ti ではエネルギーが高くなるにつれて統計誤差の割合が小さくなった。そのため 20-70 keV まで平均化したときの CT 画像の統

計誤差の割合は 20-100 keV まで平均化したときの CT 画像の統計誤差の割合に比べ大きくなった。

### 5-2 足し合わせるエネルギー範囲の再検討

20-70 keV と 20-100 keV の範囲で平均化した Ti の CT 画像には明らかにカップリングがみられた。Ti は 40 keV 以下で  $\mu$  の実験値と理論値が一致せず、これはカップリングによるものである。カップリングが起こっている 20-40 keV の CT 画像を足し合わせてしまい、平均化した CT 画像にもカップリングがみられたと考える。

そこで平均化するエネルギー範囲を 40-100 keV に変更した。変更した CT 画像を図 5-1-17 に示す。黄線は CT 画像上のラインプロファイルである。

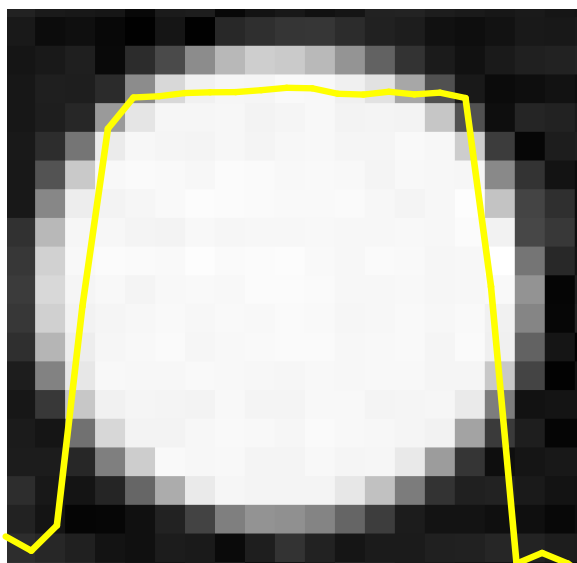


図 5-2-1 40-100 keV の範囲で平均化した Ti の CT 画像

図 5-2-1 から 40-100 keV の範囲で平均化した Ti の CT 画像はカップリングが起きていないといえる。

### 5-3 結論

各エネルギーの CT 画像を足し合わせ、平均化することで、統計誤差の割合を小さくすることができた。また、足し合わせるエネルギー範囲を変えることでカップリングを軽減することができた。問題点として、 $\rho_e$  あるいは  $Z$  などの定量画像が得られないことが挙げられる。



# 第6章 $\rho_e$ とZを求める手段の検討

## 6-1 $\rho_e$ とZの求め方

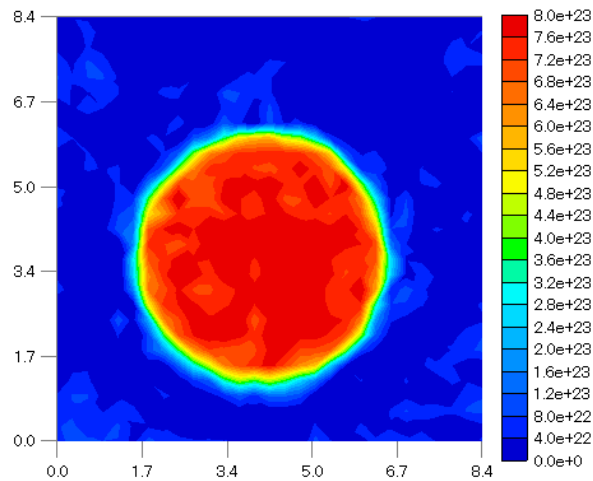
原理の式 2-9 の通り、 $\mu(k, Z)$ とZ、 $\rho_e$ には下式のような関係がある。

$$\frac{\mu(k, Z)}{G(k)} = \rho_e Z^4 \frac{F(k)}{G(k)} + \rho_e$$

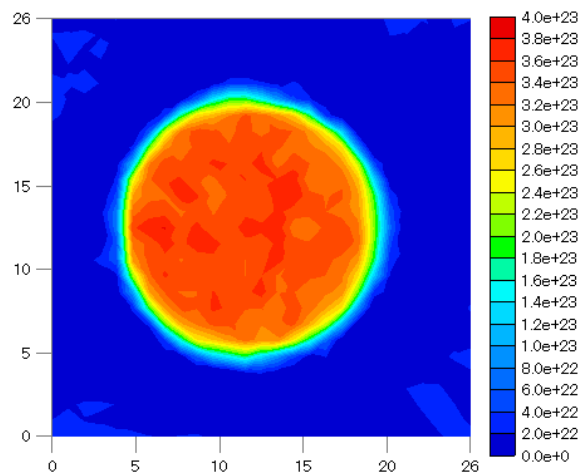
標準試料(C、Mg、Al)の $\mu(k, Z)$ を各エネルギーについて測定し、各エネルギーでの $F(k)$ と $G(k)$ をあらかじめ求めた。次に杉山のプログラムから binning20 の 20-100 keV の計 20 枚の CT 画像の各ピクセルの $\rho_e$ とZを求めた。

## 6-2 求めた $\rho_e$ 画像とZ画像

6-1 の方法で $\rho_e$ 画像を求めた。



(a) Al の $\rho_e$ 画像



(b) H<sub>2</sub>O の $\rho_e$ 画像

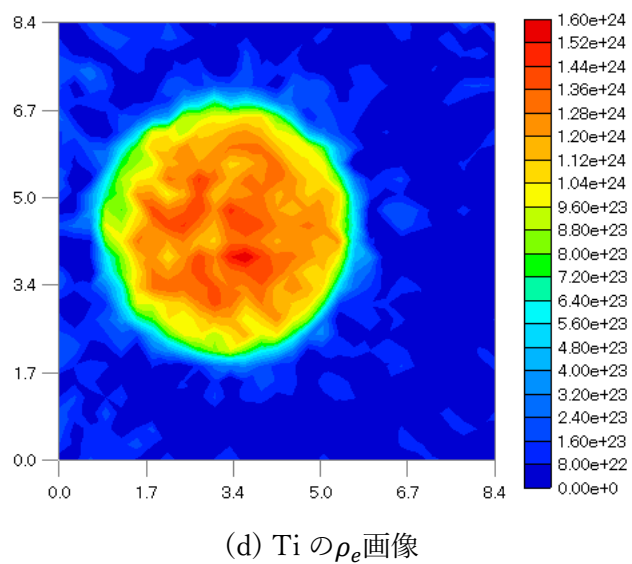
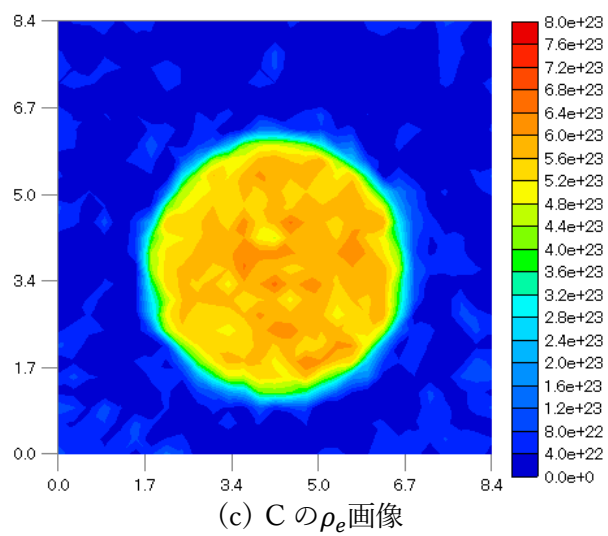
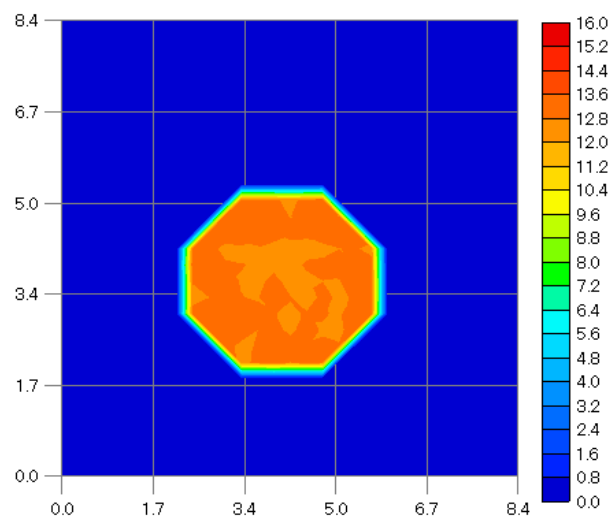
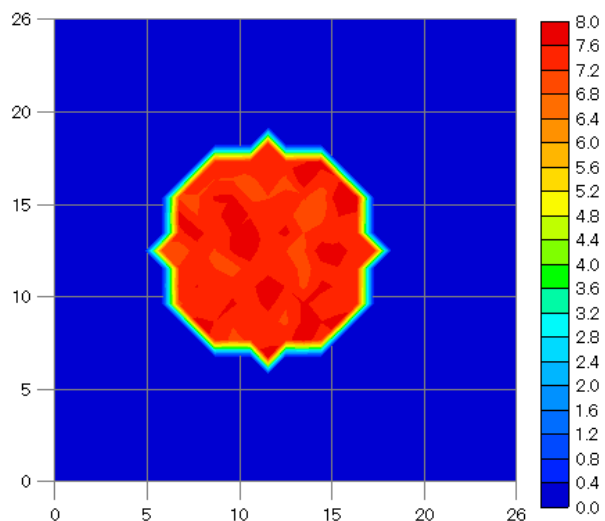


図 6-2-1 各試料の $\rho_e$ 画像

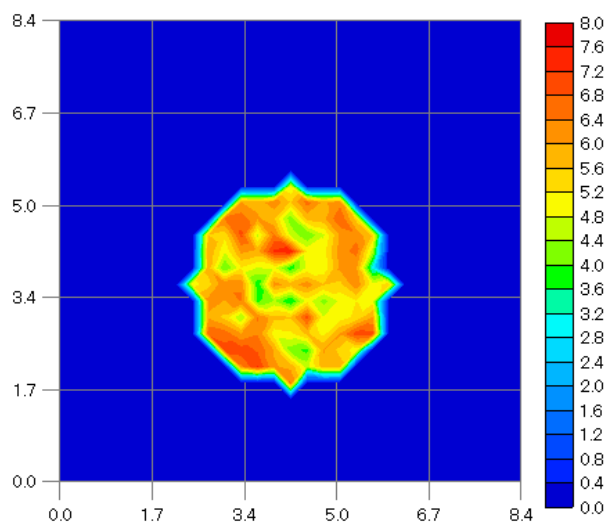
6-1 での方法でZ画像を求めた。



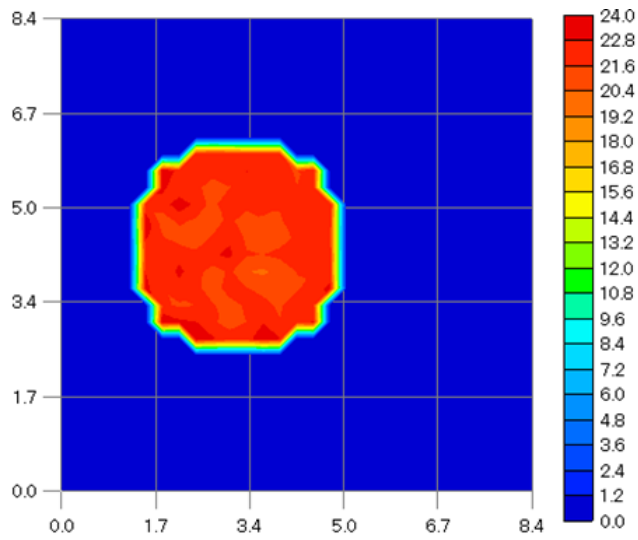
(a) Al のZ画像



(b) H<sub>2</sub>O のZ画像



(c) C のZ画像



(d) Ti のZ画像

図 6-2-2 各試料のZ画像

### 6-3 $\rho_e$ 画像とZ画像の解析

プログラムを使用し、6-2 で求めた $\rho_e$ 画像とZ画像の解析を行った。図 6-3-1 の赤丸のように円形範囲 ROI(Region of Interest:関心領域)をとった。ROI 内の $\rho_e$ またはZの値を合計し、平均値を計算した。また、理論値と求めた平均値から相対誤差を求めた。測定結果を表 6-1 に示す。

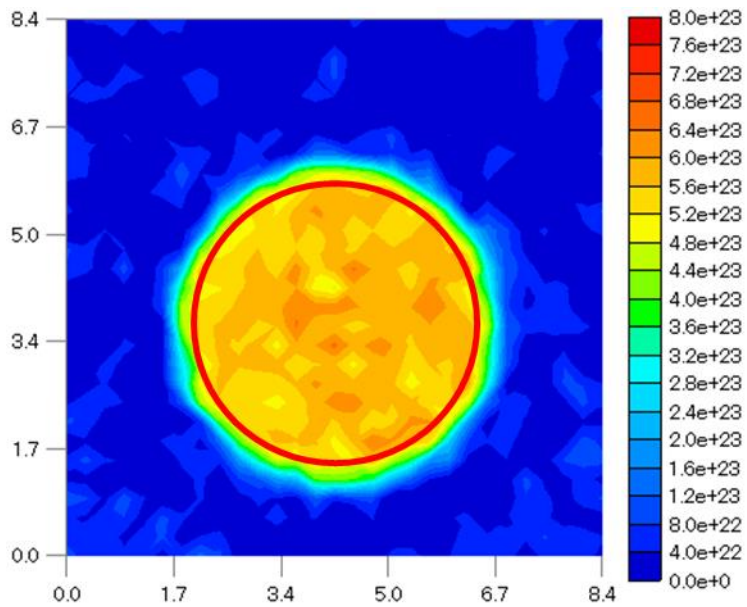


図 6-3-1 画像の ROI を使用した解析方法

試料	理論値		実験値(平均)		相対誤差 %	
	Z	$\rho_e$	Z	$\rho_e$	Z	$\rho_e$
Al	13	7.69E+23	12.92	7.77E+23	0.64%	1.07%
H2O	7.57	3.34E+23	7.44	3.50E+23	1.77%	4.75%
C	6.00	5.67E+23	5.61	5.69E+23	6.50%	0.43%
Ti	22	1.25E+24	22.03	1.25E+24	0.15%	0.02%

表 6-1  $\rho_e$ 画像とZ画像の解析結果

Al のZの相対誤差は 0.64%、H<sub>2</sub>O は 1.77%、C は 6.50%、Ti は 0.15%であった。おおむね 5%以内で一致した。Al の $\rho_e$ の相対誤差は 1.07%、H<sub>2</sub>O は 4.75%、C は 0.43%、Ti は 0.02%であった。こちらもおおむね 5%以内で一致した。

次に誤差の割合(%)を標準偏差÷平均として表 6-2 に示す。

試料	誤差の割合 (標準偏差/平均)		
	$\mu$	Z	$\rho_e$
Al	1.32%	1.74%	5.07%
H2O	2.00%	3.34%	3.58%
C	3.50%	16.16%	5.86%
Ti	0.99%	3.28%	9.74%

表 6-2  $\rho_e$ 画像とZ画像の誤差の割合

表 6-2 から Al の $\mu$ の誤差の割合は 1.32%、Zの誤差の割合は 1.74%、 $\rho_e$ の誤差の割合は 5.07%となった。同様に、H<sub>2</sub>O の $\mu$ の誤差の割合は 2.00%、Zの誤差の割合は 3.34%、 $\rho_e$ の誤差の割合は 3.58%となった。C の $\mu$ の誤差の割合は 3.50%、Zの誤差の割合は 16.16%、 $\rho_e$ の誤差の割合は 5.86%となった。Ti の $\mu$ の誤差の割合は 0.99%、Zの誤差の割合は 3.28%、 $\rho_e$ の誤差の割合は 9.74%となった。

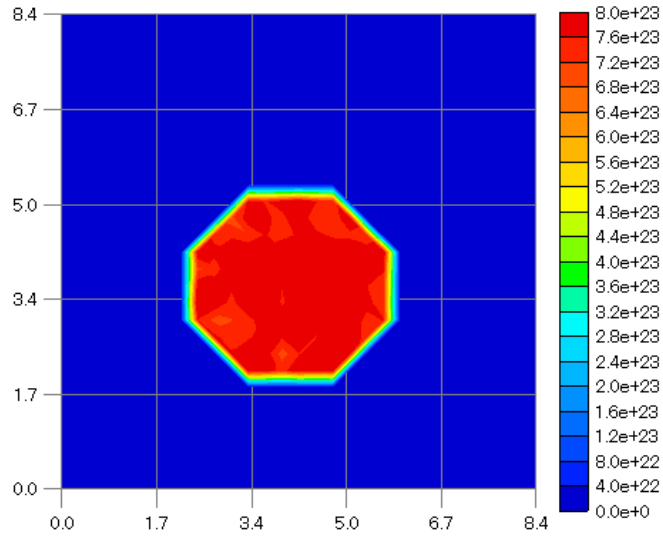
各試料の $\rho_e$ の誤差の割合とZの誤差の割合は、その試料の $\mu$ の誤差の割合より大きくなった。

#### 6-4 $\rho_e$ の誤差の縮減を検討

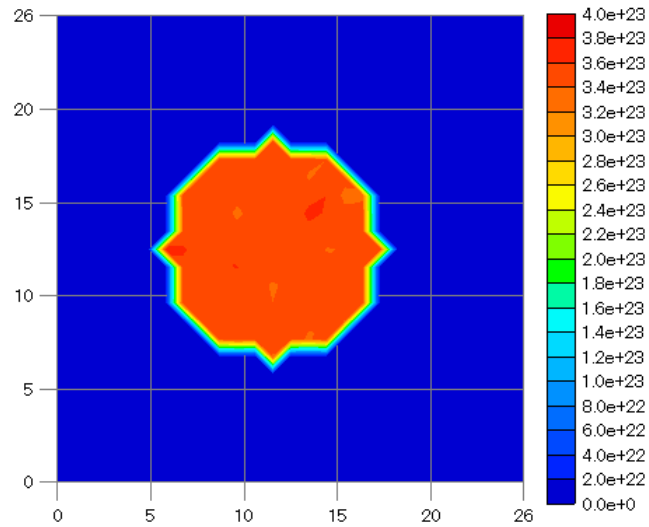
式(6-1)から、各エネルギーの $\mu$ と、 $F(k)$ 、 $G(k)$ をすべて足し合わせ、各ピクセルのZから $\rho_e$ の再計算を行った。

$$\rho_e = \frac{\sum_i \mu(E_i, Z)}{Z^4 \sum_i F(E_i) + \sum_i G(E_i)} \quad (6-1)$$

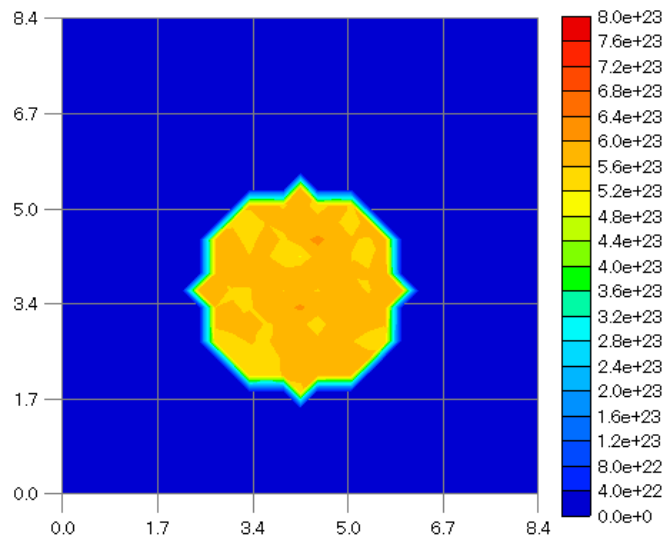
再計算した $\rho_e$ 画像を図 6-4-1 に示す。



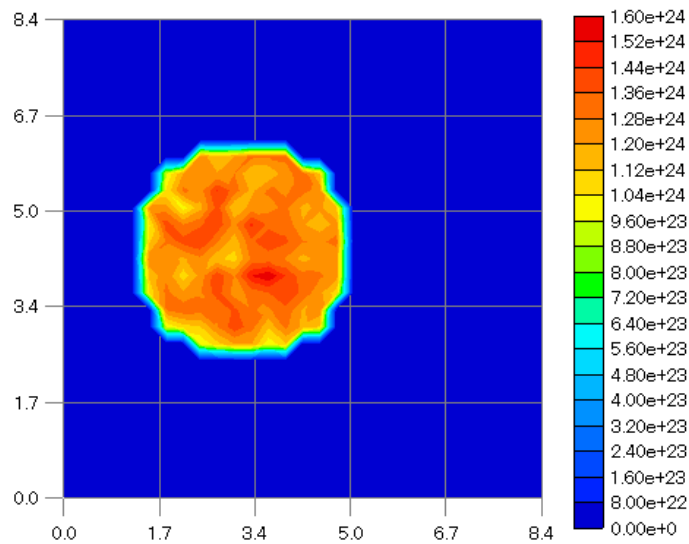
(a) Al の再計算した $\rho_e$ 画像



(b)  $H_2O$  の再計算した $\rho_e$ 画像



(c) C の再計算した $\rho_e$ 画像



(d) Ti の再計算した $\rho_e$ 画像

図 6-4-1 再計算した $\rho_e$ 画像

また、6-3 と同様の方法で再計算した $\rho_e$ 画像を解析し、 $\rho_e$ 画像の平均値と誤差の割合を求めた。式(2-9)と式(6-1)で求めた $\rho_e$ 画像の平均値と誤差の割合を比較し、表 6-3 にまとめた。

試料	$\rho_e$ 平均		$\rho_e$ 誤差の割合	
	式(2-9)	式(6-1)	式(2-9)	式(6-1)
Al	7.77E+23	7.77E+23	5.07%	4.09%
H2O	3.50E+23	3.49E+23	3.58%	1.82%
C	5.69E+23	5.69E+23	5.86%	3.17%
Ti	1.25E+24	1.25E+24	9.74%	9.38%

表 6-3 再計算前後の $\rho_e$ 画像の平均値と誤差の割合の比較

表 6-3 から Al の再計算後の $\rho_e$ の平均値は $7.77 \times 10^{23}$ となった。同様に H<sub>2</sub>O の再計算後の $\rho_e$ の平均値は $3.49 \times 10^{23}$ となった。C の再計算後の $\rho_e$ の平均値は $5.69 \times 10^{23}$ となった。Ti の再計算後の $\rho_e$ の平均値は $1.25 \times 10^{24}$ となった。このことから再計算前後で $\rho_e$ の平均値はほぼ一致したといえる。

また、Al の再計算後の $\rho_e$ の誤差の割合は 4.09%、H<sub>2</sub>O の再計算後の $\rho_e$ の誤差の割合は 1.82%、C の再計算後の $\rho_e$ の誤差の割合は 3.17%、Ti の再計算後の $\rho_e$ の誤差の割合は 9.38%であった。このことから再計算後の $\rho_e$ の誤差の割合は再計算前に比べ減少した。

#### 6-5 結論

標準試料(C、Mg、Al)の $\mu(k, Z)$ を各エネルギーについて測定し、各エネルギーでの $F(k)$ と $G(k)$ をあらかじめ計算することで、PCCT を用いたカップリングを軽減した CT 画像から $\rho_e$ と $Z$ を求めることができた。求めた $\rho_e$ や $Z$ の ROI 内の平均値と誤差の割合を求めることができた。各エネルギーの $\mu(k)$ と $F(k)$ と $G(k)$ を足し合わせ、各ピクセルの $Z$ から $\rho_e$ を得ることで、誤差の割合を減らすことができた。



## 第7章 結論

研究目的1つめの PCCT を用いた CT 画像のカッピングの軽減と $\mu$ の統計精度の向上について、各エネルギーの CT 画像を足し合わせ、平均化することで、統計誤差の割合を小さくすることができた。また、足し合わせるエネルギー範囲を変えることでカッピングを軽減することができた。

研究目的2つめの PCCT を用いたカッピングを軽減した画像を用いた、 $Z$ 、 $\rho_e$ を求める手段について標準試料(C、Mg、Al)の $\mu(k, Z)$ を各エネルギーについて測定し、各エネルギーでの $F(k)$ と $G(k)$ をあらかじめ計算することで、PCCT を用いたカッピングを軽減した CT 画像から $\rho_e$ と $Z$ を求めることができた。求めた $\rho_e$ や $Z$ の ROI 内の平均値と誤差の割合を求めることができた。各エネルギーの $\mu(k)$ と $F(k)$ と $G(k)$ を足し合わせ、各ピクセルの $Z$ から $\rho_e$ を得ることで、誤差の割合を減らすことができた。

## 参考文献

- [1] W. Zou et. al., JJAP 48(2008), pp.7317-7323
- [2] M. Torikoshi, T. Tsunoo, M. Sasaki, M. Endo, Y. Noda, Y. Ohno, T. Kohno, K. Hyodo, K. Uesugi, N. Yagi, Electron density measurement with dual-energy x-ray CT using synchrotron radiation, Phys. Med. Biol. 48 (2003) 673–685.
- [3] 小林結貴. 一素子 CdTe 検出器を用いたフォトンカウンティング CT システムの開発. 群馬大学修士学位論文.(2018), pp.47-67
- [4] NIST (米国立標準技術研究所). NIST XCOM :Element/Compound /Mixture(オンライン) <https://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/html/xcom1.html>

## 謝辞

本研究の検討を進める上で日頃より大変多くのご指導とご鞭撻を賜り、本論文において終始適切なご指導を頂きました、群馬大学理工学府櫻井浩教授に心より感謝の意を表し、厚くお礼申し上げます。

本研究の検討を進める上で日頃より大変多くのご指導とご鞭撻を賜り、本論文において終始適切なご指導を頂きました、量子科学技術研究開発機構研究員・群馬大学元教授取越正己博士に心より感謝の意を表し、厚くお礼申し上げます。

本研究の検討を進める上で大変多くのご指導とご鞭撻を賜り、本論文において終始適切なご指導を頂きました、群馬大学理工学府神谷富裕教授に心より感謝の意を表し、厚くお礼申し上げます。

本研究の検討を進める上で大変多くのご指導とご鞭撻を賜り、本論文において終始適切なご指導を頂きました、群馬大学理工学府鈴木真粧子準教授に心より感謝の意を表し、厚くお礼申し上げます。

本研究において、日頃より多くのご指導とご鞭撻を賜り、本論文において終始適切なご指導を頂いた群馬大学星和志講師に深く感謝いたします。

最後に、日頃より多くのご協力と激励を頂きました群馬大学理工学部櫻井研究室の皆様我心からお礼申し上げます。