

群馬大学理工学府理工学専攻
電子情報・数理教育プログラム

令和5年度
修士論文

小型原子時計群の分散型時刻同期に向けた
カルマンフィルタによる状態推定法の実用化に関する研究

令和6年 2月 29日 提出
指導教員 橋本 誠司 教授
川口 貴弘 助教

柿沼 優人
Yuto Kakinuma

目次

第 1 章	序論	4
第 2 章	原子時計の時刻同期に関する基礎知識	7
2.1	原子時計, 時系, 時刻同期に関する基礎知識	7
2.1.1	原子時計	7
2.1.2	時系と秒	8
2.1.3	原子時計の時刻同期	10
2.2	状態空間モデル	12
2.2.1	状態空間モデルの構築	12
2.2.2	連続時間状態空間モデルの離散化	15
2.3	カルマンフィルタ	15
2.3.1	カルマンフィルタ	15
2.3.2	線形カルマンフィルタのアルゴリズム	16
2.4	まとめ	17
第 3 章	カルマンフィルタによる原子時計群の状態推定法	19
3.1	原子時計の数学モデル	19
3.2	問題設定	23
3.3	原子時計群モデルの不可観測性と Modified Structured Kalman Filter	26
3.3.1	原子時計の比較情報を用いた原子時計群モデルの不可観測性	26
3.3.2	不可観測なシステムに対する Modified Structured Kalman Filter	28
3.4	カルマンフィルタを用いた原子時計群の状態推定のシミュレーション結果	30
3.5	推定結果を用いた推定時刻・推定時系の評価	31
3.6	まとめ	35
第 4 章	観測値の遅延に対応可能なカルマンフィルタによる原子時計群の状態推	

	定法	39
4.1	観測値の遅延	39
	4.1.1 原子時計の分散化への動き	40
	4.1.2 観測値に遅延があるときの数学モデル	41
4.2	状態の拡大法	42
4.3	観測値の再編成法	43
4.4	原子時計群モデルを用いた数値シミュレーション	45
4.5	時変遅延における再編成法と観測値を削除する再編成法	52
	4.5.1 時変遅延の設定	56
	4.5.2 時変の遅延をもつ観測値のもとでの観測値の再編成法	56
	4.5.3 効率的な観測値の再編成法の例	57
	4.5.4 原子時計群モデルにおける状態推定シミュレーションの結果と推 定時刻の評価	59
4.6	まとめ	78
第 5 章	小型原子時計の実機を用いたカルマンフィルタによる時刻同期	83
5.1	実機の構成と手順	83
5.2	実験結果	86
5.3	まとめ	90
第 6 章	結論	92
	参考文献	94
	質疑応答	98
	研究業績	100
	謝辞	101

第 1 章

序論

これまで、移動通信システムは目覚ましい進化を遂げ [1], 個人の生活に欠かせない要素となった。第一世代 (1G) は、初めて実用化された移動通信システムで、アナログ方式の携帯電話に採用された。第二世代 (2G) になると、データ通信の利用が可能となりメールやインターネットが携帯電話で利用可能となった。そして、第三世代 (3G), 第四世代 (4G) へと進み、データ通信の高速化・大容量化, 低遅延化が実現された。2020 年頃から利用できるようになった第五世代 (5G) では、さらなる高速化・大容量化, 低遅延化に加え、多数同時接続が可能となった。その第五世代のつぎに研究開発されているのが Beyond 5G[2] である。

Beyond 5G では、高速・大容量, 低遅延, 多数同時接続といった 5G の特徴的機能の更なる高度化に加え、超低消費電力, 超安全・信頼性, 自律性, 拡張性といった新たな価値の創造に重要である機能を持つことが想定されている。これらの技術が実現されることで、実世界であるフィジカル空間とコンピュータやネットワークなどの中の仮想的な空間であるサイバー空間の統合が期待され、スマートシティの実現にもつながる [3]。本研究では、Beyond 5G の特徴の 1 つと考えられている低遅延の高度化による超低遅延に着目して研究を行っている。

通信遅延の大きな要因の 1 つは、通信を行うたびに、通信の事前許可 (グラント) をえる必要があることである。グラントをえるステップを省略した通信を実現する考え方がグラントフリー [4] である。グラントフリーの通信では、グラントの取得にともなう遅延を抑えることができる。その一方、通信失敗のリスクの増加が問題となる。このリスクを軽減するために、あらかじめ計画された時刻に通信を行う方法が考えられている。この技術の実現のためには、それぞれのデバイスの持つ時計の時刻が精密に同期している必要があり、時刻同期が重要となる。

各デバイスの時刻を同期する方法として、電波やネットワークを用いて配信された標準時にそれぞれのデバイスの時刻を合わせるといったものが用いられている。このような標準時は、1つの機関に配置された複数の原子時計の情報を統合して生成されることが多い。現在、日本では国立研究開発法人情報通信研究機構 (National Institute of Information Communications Technology: NICT) が日本標準時 (Japan Standard Time: JST) を生成し、提供している。このシステムは、1か所の機関に複数の原子時計を配置し、それらの情報を統合して標準時を生成する。これは原子時計が1か所に集められているという点で、中央集権型システムであると言える。このような中央集権型システムでは、地震などの災害の発生により、システムに問題が生じたとき、標準時が維持できないという懸念がある。このような懸念を解消するために、日本各地に分散局を設置した、分散型システムへの移行が進められている [5]。また、近年小型チップ化された原子時計が開発されたこともあり [6],[7]、さらなる分散化を検討することも可能となった。原子時計を小型デバイスに搭載し、日本中に分散させるというものである。これらの分散化された原子時計を用いた分散型の標準時生成法を確立することができれば、災害による影響の懸念を解消することができる。また、通信デバイスに搭載された小型原子時計同士を標準時に頼ることなく直接的に同期すれば、よりロバストな時刻同期システムが構成できると考えられる。

標準時の生成や時刻同期に複数の原子時計を用いることを目的として、原子時計群の状態推定を行う研究が行われてきた [8]。この方法では、原子時計群が1か所に集められ、データを遅延なく利用できることが想定されている。しかし、本研究で考えている分散型時刻同期では、さらに検討を進める必要がある。標準時生成や時刻同期は、複数の時計から選んだ2つの時計の時刻を比較した差を計測し、そのデータを集めて解析することで達成される。分散化したシステムでは、この時刻差データをインターネットなどを通じて収集するため、遅延が生じてしまう。

そこで、本論文では、観測値の遅延に対応可能な原子時計群の状態推定法を提案する。具体的には、観測値の遅延に対応可能なカルマンフィルタ [9] を観測値の遅延が時変で、かつ遅延の最大量を仮定できない場合に拡張し、原子時計群に適用する。提案法の有効性を数値シミュレーションを通して示す。また、本研究の課題において、カルマンフィルタが実用上で有効であるかを確認するとともに更なる課題の発見のため、原子時計の実機を用いてカルマンフィルタの検証を行う。本研究では、情報通信研究機構にある小型原子時計を利用している。この実機実験では、小型原子時計を用い、リアルタイムに中央集権型システムを想定したカルマンフィルタを適用したときの検証を行い、その検証結果を示す。

第2章では、原子時計群の時刻同期を考える際の基礎知識となる時系と原子時計、時刻

同期について述べる。また、状態空間モデルとカルマンフィルタについても述べる。第3章では、従来の遅延がない観測値を用いたカルマンフィルタによる状態推定法について述べる。第4章では、分散化により生じた観測値の遅延に対応可能な状態推定法について述べる。第5章では、カルマンフィルタの実用性を原子時計の実機を用いて検証した結果について述べる。

なお、本論文の成果は、総務省の「電波資源拡大のための研究開発 (JPJ000254)」によりえられたものであることをここに付記する。

第2章

原子時計の時刻同期に関する基礎知識

本章では、原子時計の時刻同期を考える際の基礎知識について述べる。2.1節ではまず、原子時計について述べる。また、時系の意味と種々の時系について代表的なものを紹介し、秒の定義とその背景についても述べる。さらに、時刻同期に関して述べる。2.2節では連続時間状態空間モデルの構築とその離散化について述べる。2.3節では本研究の肝となるカルマンフィルタについて述べる。2.4節では本章のまとめを述べる。

2.1 原子時計，時系，時刻同期に関する基礎知識

本節では、研究の基礎となる原子時計や時系，時刻同期について述べる。なお本節は、文献 [10],[11] を参考とした。

2.1.1 原子時計

原子時計は原子の量子遷移を周波数基準とした安定度と確度の高い時計である。ここで、安定度とは、時間経過によらず一定の周波数を安定して出力できる能力のことである。原子時計においては、この周波数の安定度が最も重要な性能指標となる。また、確度とは、周波数の出力結果の一貫性であり、高い確度であると、複数の出力結果が同じになる。原子時計は、単に時刻を表示するものではなく、一定の周波数の波を出力する周波数発信器である。この波の情報を、次項で述べる時系や秒の生成に用いている。原子時計は、安定度と確度が高いことから、時刻と周波数が重要となる通信や金融から宇宙開発や

地球物理など幅広い分野において現代社会の基盤を支えている。

現在、一般的な腕時計やスマートフォンに搭載されている時計は、水晶時計というもので、約 100 年に 1 秒ずれると言われている [12]。これに対し、1 秒の定義を現示する原子時計 (セシウム原子泉型一次周波数標準器) は、約 2000 万年に 1 秒のずれと、非常に高い性能であることがわかる [13]。さらに、高い安定度と確度を実現できる時計として光時計があり、光格子時計やイオントラップ光時計の研究開発が進んでいる [14],[15],[16]。現在はセシウム一次周波数標準器を凌駕する性能がえられており、将来的な秒の再定義に向けた国際的な議論が進んでいる [17],[18]。

時計の高性能化が進むと同時に、原子時計の小型化と省電力化を目指した取り組みも進捗している [19]。CPT(Coherent Population Trapping) 共鳴を利用した小型原子時計は、光時計の安定度には及ばないものの、従来一般的に用いられる水晶時計に比べて高安定かつ小型、低消費電力な原子時計として注目されており、原子時計の応用先も広がりを見せつつある。近年では、時刻情報の重要性から、海底地震計、低軌道衛星や小型探査機、データセンターなどで活用が進んでおり、さまざまな分野においてその重要性が増している。

2.1.2 時系と秒

時系 (Time Scale) という言葉の意味は、分野によって異なる表現で提示されている。例えば、国際無線通信諮問委員会 (International Radio Consultative Committee: CCIR) の勧告 [20] では、“an ordered set of scale markers with an associated numbering” と定められている。直訳すると、「番号のついた物差し目盛りの集合」となる。また、国際電気通信連合 (International Telecommunication Union: ITU) の勧告 [21] では、“A system of unambiguous ordering of events.” と定められている。こちらも直訳すると、「出来事を明白に順序づけるシステム」となる。すなわち、時系とは「出来事の順序を決めるための尺度」である。

この時系は、いくつかの種類があり、その成り立ちにより分類される。2.1.1 節で述べた原子時計を用いた時系生成もその 1 つである。ここでは、代表的な天文時と原子時について説明する。また、時系生成の基準となる秒の定義についてもここで述べる。

天文時

天文時 (Astronomical Time) は、天体の運動を観測し、それによって定められた時系である。その例として、太陽時と世界時について述べる。

太陽時 (Solar Time) は、太陽の運動に基づき定められた時系である。太陽の運動を地球上のある地点から観測し、太陽の南中からつぎの南中までの時間を真太陽日とする。その長さを分割する方法で定められた時系が真太陽時である。真太陽時は、地球の公転速度が一樣でないことや、太陽の軌道が赤道面に対し傾いていることが原因で、一樣な時系ではない。そこで、実際の太陽と同時に近地点を出発し、黄道上を一樣な速度で運動する仮想の太陽を考える。ここで、近地点は太陽の軌道上で最も地球に近い点であり、黄道は天球上の太陽の平均的な軌道である。この仮想の太陽を基に定められた時系が平均太陽時 (Mean Solar Time: MST) である。なお、太陽時は (仮想の) 太陽を観測する地点が異なると、経度の差だけ時刻に差が生じてしまうため、世界共通で扱うことのできる時系ではないことに注意する。

世界時 (Universal Time: UT) は、経度 0 度であるグリニッジにおける平均太陽時である。技術の進歩につれ、世界的に統一された時系の必要性が増し、考えられたのが世界時である。観測地点が定まった平均太陽時であるため、世界共通の時系である。中でも、極運動を補正した UT を UT1 と呼ぶ。現在、世界時は一般的にこの UT1 を指すことが多い。

原子時

原子時 (Atomic Time) は、2.1.1 項で述べた原子時計を基に定められた時系である。天文時より、正確な時系を作ることができる。本論文では、現在の時系生成で重要となる国際原子時と世界協定時、日本標準時について記述する。

国際原子時 (International Atomic Time: TAI) は、1971 年に国際度量委員会 (Comite International des Poids et Mesures: CIPM) により「TAI は、国際単位系における時間の単位である秒の定義 (SI 秒) にしたがって、いくつかの機関で運転されている原子時計の指示値に基づいて国際度量衡局 (Bureau International des Poids et Mesures: BIPM) が定める基準となる時刻の座標である」と定義された [22]。すなわち、標準時を扱う世界各国の機関の原子時計データを BIPM が収集し、秒の定義にしたがうように作成した時系である。収集されるデータは前月の 5 日毎のものであり、毎月 1 回送付される。そのデータを用い、毎月 15 日前後に 5 日毎の TAI が計算される。したがって、TAI の値は過去の 5 日毎の値しか存在せず、リアルタイムで値がえられる時系ではない。すなわち、値は遅延して届くことになる。

世界協定時 (Coordinated Universal Time: UTC) は、国際原子時 TAI に閏秒 (leap sec) による調整を施し、世界時 UT1 から大きくずれないように修正した時系である。我々の日常生活は太陽の動きと深く関わっているため、日常的に使われる時系は地球の運行に基づ

く天文時系である世界時に準拠するように調整された原子時系で定めるのがよいという考えに基づき規定された。時系の修正としては、UT1 との時刻差が 0.9 秒を越えそうになったら 1 秒 (閏秒) を挿入または削除する。ただし、過去 27 回行われた修正はすべて 1 秒の挿入である。UTC は TAI に基づく時系であるため、リアルタイムで値がえられる時系ではない。

UTC は長時間のデータ蓄積と解析により確度と安定度を追求する時系であり、リアルタイムで値がえられる時系ではない。各機関はリアルタイムで使える時系を必要とするため、UTC に準じた各機関独自のリアルタイムで使える時系 UTC(k) を生成している。UTC(k) の生成には、各機関が所有する原子時計を用いることに注意する。ここで k は各機関の略称が入る。日本の場合、情報通信研究機構が UTC(NICT)[23] という時系を生成している。これは、世界協定時 UTC との時刻差が ± 10 ナノ秒以内を目標として調整、管理されている。この UTC(NICT) に東経 135 度に相当する時差 9 時間を加えた時系が日本標準時であり、日本の時刻として用いられている。

秒の定義

1 秒という時間間隔を正確に作り出す方法としては、何らかの一定な周期運動を一定回数数えることが一般的である。現在、1 秒は「秒は、セシウム 133 の原子の基底状態の 2 つの超微細構造準位の間遷移に対する放射の周期の 9192631770 倍の継続時間である。」と定義されている [22]。つまり、原子時計から出力される波をカウントすることで、1 秒が生成されている。この秒を積算し続けることで、原子時系が生成される。かつては、天文時に基づき 1 秒が定義されていた。しかし、周期の安定度が悪いことや、長期の観測結果を必要とすること、天体の観測や計算が煩雑であることから、実際の使用に適していないことが問題視されていた。一方、原子時計による 1 秒は天文時のものよりはるかに正確であり、理想的な 1 秒をより再現できるものである。そのため、現在世界で生成されている標準時は原子時計に基づく時系である。

2.1.3 原子時計の時刻同期

本項では、原子時計の時刻同期に関して、同期の必要性和原子時計における同期の種類を述べる。

原子時計の同期の必要性

前節で、日本標準時は情報通信研究機構の所有する原子時計により生成されていることについて述べた。原子時計が出力する波の周波数は、ずれたり揺らいだりするので、1つの原子時計に頼り、生成された時系は確度・安定度に欠ける。また、原子時計が故障することも想定される。複数の原子時計を用いて時系を生成することで、数をもって個々の原子時計のずれや揺らぎをならし、故障による時系の途切れも防いでいる。原子時計の数を増やせば増やすほど、ずれや揺らぎをならす効果は大きくなり、故障の影響も小さくすることができる。

複数の原子時計を用いる考え方を発展させて、原子時計の分散化についての研究がなされている。これは、日本各地に分散局を設置し、本部と並行して標準時に準じた時刻を生成し、非常時には情報通信研究機構本部の代替局として機能させようという試みである。さらに、スマートフォンなどの個人が所有することのできる小型デバイスへの実装も考えられている。その背景には、小型チップ化された原子時計の開発や、東日本大震災による災害危機への意識の高まりがある。中央集権型システムから分散型システムへの移行により、災害時の時系の停止を防ぐことができ、使用する原子時計の台数の増加による信頼性や確度・安定度の向上も期待される。

このような分散化を実現するにあたり、それぞれの原子時計の指す時刻が一致すること、すなわち同期していることが重要である。原子時計の同期により生成された時系は、時計1つ1つへの依存度が低く、本部および分散局に問題が生じても同等の時系を保つことが可能である。さらに、1章で述べたように、分散化した小型原子時計の時刻同期を達成すると、通信の低遅延化の実現につながり、次世代の移動通信システム Beyond 5G などの技術革新にもつながる。このように、原子時計の分散化において同期技術は必要不可欠であり、日本を含めた世界各国で研究開発が進められている。

原子時計の時刻同期

同期という言葉は一般的に、“作動の時間を一致させること”や、“内容や情報を一致させること”という意味で知られている。原子時計においては、周波数同期と位相同期、そして時刻同期といった異なる意味を持つ3種類の同期があり、それらについて説明する。

前項で述べたとおり、原子時計は量子遷移を周波数基準とした時計であり、出力された周波数の安定度の高い波を測定し、原子時系が生成されている。ここで、複数の原子時計があるとき、この波の周波数が一致することを周波数同期していると言う。周波数同期は、つぎに述べる2つの同期に比べ、比較的達成しやすい同期である。

また、原子時計から出力される波の位相が、時間経過によらず一致し続けることを、位相同期していると言う。なお、位相同期は、一般的に位相の瞬間的な一致ではなく、連続的に一致していることを指すため、位相同期が達成されていれば周波数同期も達成されている。

さらに、位相同期を達成している、かつそのカウント値が一致している場合、時刻同期していると言う。1秒は、原子時計から出力される波をカウントすることで定義されていると述べたが、このカウント値が一致することである。本研究では、原子時計群においてこの時刻同期を達成することを考えている。

2.2 状態空間モデル

本論文では原子時計の同期技術を検討するために状態空間モデルを用いる。本節は状態空間モデルの基礎的な知識について述べることを目的とする。具体的には、電気回路の例題を用い、連続時間状態空間モデルの構築とその離散化について述べる。

2.2.1 状態空間モデルの構築

状態空間モデルは、システムのダイナミクスを

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} \quad (2.1)$$

と記述する [24]。ただし、 \mathbf{u} と \mathbf{y} はそれぞれシステムの入力と出力であり、 \mathbf{x} は状態である。

Fig. 2.1 のような電気回路が与えられるとき、このダイナミクスを状態空間モデルで記述することを考える。図において電圧 $v \in \mathbb{R}$ は観測可能な出力であるとする。また、電流 $i \in \mathbb{R}$ を入力とする。そして、各コンデンサにかかる電圧を状態とする。まず、電気容量 $C_0 \in \mathbb{R}$ のコンデンサにかかる電圧を $v_1 \in \mathbb{R}$ 、電気容量 $C_1 \in \mathbb{R}$ のコンデンサにかかる電圧を $v_2 \in \mathbb{R}$ とする。また、抵抗 $R \in \mathbb{R}$ に流れる電流を $i_r \in \mathbb{R}$ 、電気容量 C_1 のコンデンサに流れる電流を $i_c \in \mathbb{R}$ とする。ただし、 C_0, C_1, R は正である。これを基に各コンデンサにかかる電圧は、

$$v_1 = \frac{1}{C_0} \int i dt \quad (2.2)$$

$$v_2 = \frac{1}{C_1} \int i_c dt \quad (2.3)$$

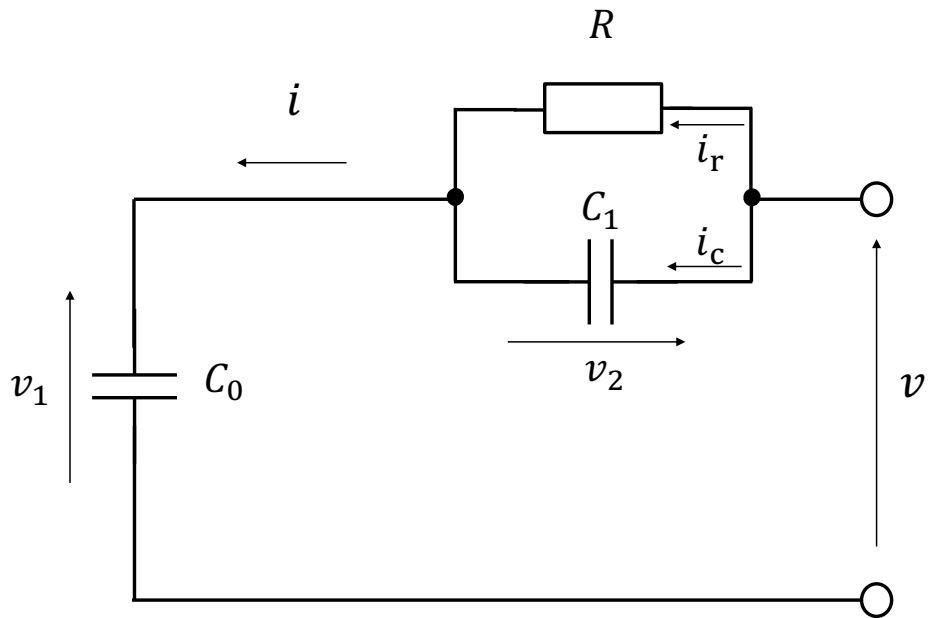


Fig. 2.1 Electrical circuit

の不定積分となる．両辺を時間微分すると

$$\dot{v}_1 = \frac{1}{C_0} i \quad (2.4)$$

$$\dot{v}_2 = \frac{1}{C_1} i_c \quad (2.5)$$

となる．また，キルヒホッフの第一法則とオームの法則より

$$i = i_r + i_c \quad (2.6)$$

$$i_r = \frac{v_2}{R} \quad (2.7)$$

が成り立つ．(2.6) 式に (2.7) 式を代入して変形すると

$$i_c = i - \frac{v_2}{R} \quad (2.8)$$

となる。この (2.8) 式を (2.5) 式に代入すると

$$\dot{v}_2 = \frac{1}{C_1}i - \frac{v_2}{R} \quad (2.9)$$

となる。また

$$v = v_1 + v_2 \quad (2.10)$$

が成り立つ。この (2.10) 式と (2.4), (2.9) 式をまとめて、状態空間モデルを構築すると

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_0} \\ \frac{1}{C_1} \end{bmatrix} i \quad (2.11)$$

$$v = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

となる。ここで

$$\dot{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

とおくと

$$\dot{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC_1} \end{bmatrix} \mathbf{V} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_0} \\ \frac{1}{C_1} \end{bmatrix} i \quad (2.14)$$

$$v = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{V} \quad (2.15)$$

と書くことができる。また

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC_1} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_0} \\ \frac{1}{C_1} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$\boldsymbol{\gamma} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

とおくと

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{V}} = \boldsymbol{\alpha}\mathbf{V} + \boldsymbol{\beta}i \\ v = \boldsymbol{\gamma}\mathbf{V} \end{cases} \quad (2.19)$$

と書き換えることができ、上で示した状態空間モデルをえることができた。

2.2.2 連続時間状態空間モデルの離散化

本項では、2.2.1 項で構築した連続時間状態空間モデルを離散化する方法について述べる。離散化する方法はいくつかあるが、今回は前進差分による離散化を考える。

サンプリング時間 T を用いると (2.19) の状態方程式の左辺は

$$\dot{\mathbf{V}} \approx \frac{\mathbf{V}[k+1] - \mathbf{V}[k]}{T} \quad (2.20)$$

と近似することができる。ここで近似は T が十分に小さい値であるときに成立する。また、 $\mathbf{V}[k]$ は離散時刻 k における状態、すなわち時刻 $t = kT$ における \mathbf{V} の値である。この (2.20) 式を用いると (2.19) における状態方程式は

$$\frac{\mathbf{V}[k+1] - \mathbf{V}[k]}{T} = \alpha \mathbf{V}[k] + \beta i[k] \quad (2.21)$$

となる。これを変形すると

$$\begin{cases} \mathbf{V}[k+1] = (\mathbf{I} + T\alpha)\mathbf{V}[k] + T\beta i[k] \\ v[k] = \gamma \mathbf{V}[k] \end{cases} \quad (2.22)$$

となり、離散時間状態空間モデルを構築することができた。

2.3 カルマンフィルタ

本節では、原子時計の同期技術を検討するために用いるカルマンフィルタについての知識や本研究で用いるアルゴリズムを述べる。

2.3.1 カルマンフィルタ

フィルタは一般的に“不要なものを取り除き、必要なものだけ通す”という意味の言葉である。これに対して、推定問題におけるフィルタリングは、推定する時刻とえられる情報の関係を表す用語である。推定問題は、予測、フィルタリング、平滑の3つに分類される。予測 (prediction) は、時刻 $k-n$ までの過去のデータに基づいて現時刻 k の値を推定する問題である。フィルタリング (filtering) は、現時刻 k を含む過去のデータに基づいて現時刻 k の値を推定する問題である。平滑 (smoothing) は、時刻 $k+n$ までの未来のデータに基づいて現時刻 k の値を推定する問題である。

この中のフィルタリング問題を解くアルゴリズムの1つがカルマンフィルタである。カ

カルマンフィルタは、1960年代初頭、カルマン (Rudolf Emil Kalman) が離散時間カルマンフィルタを発表し [25]、その後、カルマンの同僚のビュシー (R. S. Bucy) が連続時間カルマンフィルタを提案した [26]。カルマンフィルタは、1960年代米国で行われたアポロ計画における人工衛星の軌道推定が成功したことで広く知られた技術である。また、カルマンフィルタは、過去のデータから現在の値の最適な値を推定することから、システム制御理論を筆頭に広い領域で扱われる。

つぎに、カルマンフィルタを設計の観点から述べる。対象システムの状態空間モデルを設計し、そのモデルを用いた出力の推定値を計算する。つぎに観測値と推定値の誤差をフィードバックすることで状態推定値と真の状態を近づけることを目指す。特にフィードバックゲインを最適に設計することで、最適な状態を推定することができる。次項では、この最適なフィードバック機構を実現する線形カルマンフィルタのアルゴリズムについて述べる。

2.3.2 線形カルマンフィルタのアルゴリズム

一般的な離散時間状態空間モデル

$$\begin{cases} \mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A}\mathbf{x}[k] + \mathbf{v}[k] \\ \mathbf{y}[k] = \mathbf{C}\mathbf{x}[k] + \mathbf{w}[k] \end{cases} \quad (2.23)$$

を考える。ただし、システム雑音 $\mathbf{v}[\cdot]$ は

$$\mathbb{E}[\mathbf{v}[k]] = \mathbf{0}, \quad \mathbb{E}[\mathbf{v}[k]\mathbf{v}^T[k']] = \begin{cases} \mathbf{Q}, & k = k' \\ \mathbf{0}, & k \neq k' \end{cases}$$

を満たす正規性白色雑音であり、観測雑音 $\mathbf{w}[\cdot]$ は

$$\mathbb{E}[\mathbf{w}[k]] = \mathbf{0}, \quad \mathbb{E}[\mathbf{w}[k]\mathbf{w}^T[k']] = \begin{cases} \mathbf{R}, & k = k' \\ \mathbf{0}, & k \neq k' \end{cases}$$

を満たす正規性白色雑音である。

定理 2.3.1 (Kalman Filter) このときのカルマンフィルタのアルゴリズムは

$$\hat{\mathbf{x}}^-[k] = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}[k-1] \quad (2.24a)$$

$$\mathbf{P}^-[k] = \mathbf{A}\mathbf{P}[k-1]\mathbf{A}^\top + \mathbf{Q} \quad (2.24b)$$

$$\mathbf{G}[k] = \mathbf{P}^-[k]\mathbf{C}^\top(\mathbf{C}\mathbf{P}^-[k]\mathbf{C}^\top + \mathbf{R})^{-1} \quad (2.24c)$$

$$\hat{\mathbf{x}}[k] = \hat{\mathbf{x}}^-[k] + \mathbf{G}[k](\mathbf{y}[k] - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}^-[k]) \quad (2.24d)$$

$$\mathbf{P}[k] = (\mathbf{I} - \mathbf{G}[k]\mathbf{C})\mathbf{P}^-[k] \quad (2.24e)$$

となる。ただし、 \mathbf{I} は単位行列である。また、 $\hat{\mathbf{x}}^-$ は事前状態推定値、 $\hat{\mathbf{x}}$ は事後状態推定値であり、 \mathbf{P}^- は事前誤差共分散行列、 \mathbf{P} は事後誤差共分散行列、 \mathbf{G} はカルマンゲインである。

2.4 まとめ

本章では、原子時計の時刻同期を考える際の基礎となる、原子時計と時系、同期について述べた。また、状態空間モデルの構築と離散化についても述べた。さらに、本研究の肝となるカルマンフィルタの基礎やアルゴリズムについて述べた。

原子時計は、安定度と確度の高い時計であり、その性能をさらに高めるため、多くの機関で研究開発が行われている。また、小型で安価な原子時計の研究開発も進捗している。小型原子時計を利用した、更なる技術革新が期待され、研究開発が行われている。本研究もその1つである。

時系は、定義の違いによりこれまで様々なものが作られてきた。また、技術の進歩につれ、世界的に統一された時系の必要性が増した。そこで、国際的な取り決めがなされるようになった。また、天文時に基づく時系よりはるかに尺度間隔が等間隔で、正確に時間を刻むことができる原子時が使われるようになった。これは原子時計に基づく時系で、現在でも1秒の定義や標準時生成はこの原子時を基に定められている。国際原子時 TAI は原子時による国際的な時系で、この TAI に基づく世界協定時 UTC が世界の標準時である。UTC は、世界中の標準機関から送られた原子時計データを基に生成した確度・安定度を追求した時系、つまり最も高精度な時系である。しかし、UTC は柔軟性が低く、リアルタイムに利用できる時系ではない。そこで世界各国の標準機関は、UTC に準じた国ごとの標準時を生成している。日本においては、情報通信研究機構の生成する UTC(NICT) に時差9時間を加えたものが日本標準時 JST と定められている。

この日本標準時の精度や安定性を保証するためや、小型原子時計の利用に向けて、時刻

同期が重要となる。中央集権型システムから分散型システムへの移行により、災害に強くより安定的な日本標準時の生成も可能となる。また、分散化した小型原子時計の時刻同期を達成すると、通信の低遅延化にもつながる。本論文では、この分散型時刻同期を達成する方法について言及する。

また、本論文では原子時計の同期技術を検討するために状態空間モデルを用いる。そのため、電気回路の例題を用い、連続時間状態空間モデルの構築とその離散化について述べた。

さらに、本論文の時刻同期を行うにあたり、重要な技術であるカルマンフィルタについて述べた。カルマンフィルタは、対象システムの状態空間モデルを用いて、最適な状態値を推定することができるシステム制御理論を筆頭に広い領域で使われるアルゴリズムである。

第 3 章

カルマンフィルタによる原子時計群の状態推定法

本章では、カルマンフィルタによる原子時計群の状態推定法について述べる。3.1 節では、単一の原子時計の数学モデルを述べる。3.2 節では、原子時計群のモデルと問題設定について述べる。3.3 節では、原子時計群モデルの不可観測性と不可観測なシステムに対するカルマンフィルタについて述べる。3.4 節では、カルマンフィルタを用いて原子時計群の状態推定のシミュレーションを行った結果について述べる。3.5 節では、3.4 節の状態推定結果を用いた推定時刻・推定時系の評価を行った結果について述べる。3.6 節では、本章のまとめを述べる。

3.1 原子時計の数学モデル

本節では、原子時計群のモデルの説明するための、単一の原子時計のモデルについて述べる。

時計が指す時刻を時計読値 (clock reading) と呼び、理想の時刻 t における時計読値を $h(t)$ と書く。そして、この時計読値と時刻 t の差

$$\Delta h(t) = h(t) - t \tag{3.1}$$

を時計読値偏差 (clock reading deviation) と呼ぶ。原子時計の時計読値偏差 $\Delta h(t)$ は

$$\begin{aligned} \Delta h(t) = & \sum_{j=1}^n \frac{\alpha_{i,j}}{(j-1)!} t^{j-1} \\ & + \sum_{j=1}^n \int_0^t \int_0^{t_1} \cdots \int_0^{t_{j-1}} \xi_j(t_j) dt_j \cdots dt_2 dt_1 \end{aligned} \quad (3.2)$$

とモデル化できることが経験的に知られている [27]. ただし, $\alpha_{i,1}, \dots, \alpha_{i,n}$ は初期値に関する定数であり, n はモデルの次数である. また, $\xi_1(\cdot), \dots, \xi_n(\cdot)$ は

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\xi_i(t)] &= 0 \\ \mathbb{E}[\xi_i(t)\xi_i(t+\tau)] &= \sigma_i^2 \delta(\tau) \\ \mathbb{E}[\xi_i(t)\xi_j(t+\tau)] &= 0, \quad \forall \tau \in \mathbb{R}, \quad i \neq j \end{aligned}$$

を満たす正規性白色雑音である. ここで, $\delta(t)$ はデルタ関数であり, σ_i^2 は $\xi_i(t)$ の分散である.

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}(t) = \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \vdots \\ \xi_n(t) \end{bmatrix}$$

と変数を設定することにより, 状態空間モデルとして

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t) \\ \Delta h(t) = \mathbf{c} \mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (3.3)$$

と表せる. ただし, 行列 $\mathbf{A}_c \in \mathbb{R}^{n \times n}$ および $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ は

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = [1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0]$$

で定義される. なお, システム雑音 $\mathbf{v}(\cdot)$ は

$$\mathbb{E}[\mathbf{v}(t)] = 0, \quad \mathbb{E}[\mathbf{v}(t)\mathbf{v}^\top(t+\tau)] = \underbrace{\text{diag}(\sigma_1^2, \dots, \sigma_n^2)}_{:=\mathbf{q}} \delta(\tau)$$

を満たす, 正規性白色雑音である.

つぎに, 上で述べた数理モデルを離散化することを考える. ここでは, 理想時系におけ

る離散時刻の列 $\{t_0, t_1, \dots\}$ を考える. ただし, $t_0 = 0$ とする. 2 つの隣り合う時刻の間隔を

$$\tau_k = t_{k+1} - t_k, \quad k = 0, 1, \dots$$

と表す. (3.3) 式における時刻 t_k の状態 $\mathbf{x}(t_k)$ と時刻 t_{k+1} の状態 $\mathbf{x}(t_{k+1})$ の関係は, 線形システム的一般解に基づいて, 形式的に

$$\mathbf{x}(t_{k+1}) = \underbrace{e^{\mathbf{A}_c \tau_k}}_{:=\mathbf{A}[k]} \mathbf{x}(t_k) + \underbrace{\int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{\mathbf{A}_c(t_{k+1}-t)} \mathbf{v}(t) dt}_{:=\mathbf{v}[k]} \quad (3.4)$$

と表すことができる. ここで, (3.3) 式における行列 \mathbf{A}_c の構造から

$$\mathbf{A}_c^m = 0, \quad m \geq n$$

が成り立つ. なお, \mathbf{A}^m は対角から上側に数えて m 番目の副対角要素のみが 1 である行列となる. すなわち, \mathbf{A}^m の (i, j) 要素は

$$(\mathbf{A}_c^m)_{ij} = \begin{cases} 1, & j = i + m \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

である. したがって

$$\mathbf{A}[k] = \sum_{m=0}^{n-1} \frac{\tau_k^m}{m!} \mathbf{A}_c^m \quad (3.5)$$

がえられる. たとえば, セシウム原子時計に対応する $n = 2$ の場合には

$$\mathbf{A}^{\text{Cs}}[k] = \begin{bmatrix} 1 & \tau_k \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

となる. また, 時刻 t_k における離散時間のシステム雑音 $\mathbf{v}[k]$ について, 平均値は

$$\mathbb{E}[\mathbf{v}[k]] = \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{\mathbf{A}(t_{k+1}-t)} \mathbb{E}[\mathbf{v}(t)] dt = 0$$

である。一方で、自己相関は

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[\mathbf{v}[k]\mathbf{v}^\top[k']] &= \mathbb{E}\left[\left\{\int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{\mathbf{A}_c(t_{k+1}-t)}\mathbf{v}(t)dt\right\}\left\{\int_{t_{k'}}^{t_{k'+1}} e^{\mathbf{A}_c(t_{k'+1}-t')}\mathbf{v}(t')dt'\right\}^\top\right] \\
&= \int_{t_k}^{t_{k+1}} \int_{t_{k'}}^{t_{k'+1}} e^{\mathbf{A}_c(t_{k+1}-t)} \underbrace{\mathbb{E}[\mathbf{v}(t)\mathbf{v}^\top(t')]}_{:=\mathbf{q}\delta(t-t')} e^{\mathbf{A}_c^\top(t_{k'+1}-t')} dt' dt \\
&= \int_{[t_k, t_{k+1}] \cap [t_{k'}, t_{k'+1}]} e^{\mathbf{A}_c(t_{k+1}-t)} \mathbf{q} e^{\mathbf{A}_c^\top(t_{k'+1}-t)} dt \\
&= \begin{cases} \int_0^{\tau_k} e^{\mathbf{A}_c t} \mathbf{q} e^{\mathbf{A}_c^\top t} dt, & k = k' \\ 0, & k \neq k' \end{cases}
\end{aligned}$$

と計算できる。したがって、 $\mathbf{v}[\cdot]$ は平均 0 で共分散が

$$\mathbf{q}[k] = \int_0^{\tau_k} \left\{ \sum_{m=0}^{n-1} \frac{t^m}{m!} \mathbf{A}_c^m \right\} \mathbf{q} \left\{ \sum_{m=0}^{n-1} \frac{t^m}{m!} \mathbf{A}_c^m \right\}^\top dt \quad (3.6)$$

である離散時間の正規性白色雑音である。例えば、セシウム原子時計に対応する $n = 2$ の場合には

$$\begin{aligned}
\mathbf{q}^{\text{Cs}}[k] &= \int_0^{\tau_k} (\mathbf{I}_2 + t\mathbf{A}_c) \mathbf{q} (\mathbf{I}_2 + t\mathbf{A}_c)^\top dt \\
&= \int_0^{\tau_k} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 + t^2\sigma_2^2 & t\sigma_2^2 \\ t\sigma_2^2 & \sigma_2^2 \end{bmatrix} dt \\
&= \begin{bmatrix} \tau_k\sigma_1^2 + \frac{\tau_k^3}{3}\sigma_2^2 & \frac{\tau_k^2}{2}\sigma_2^2 \\ \frac{\tau_k^2}{2}\sigma_2^2 & \tau_k\sigma_2^2 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

とえられる。

以上より、式 (3.3) の連続時間モデルと離散時刻上で等価な離散時間モデルが

$$\begin{cases} \mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A}[k]\mathbf{x}[k] + \mathbf{v}[k] \\ \Delta h[k] = \mathbf{c}\mathbf{x}[k] \end{cases} \quad (3.7)$$

とえられる。また、ここで時計読値偏差の観測において観測雑音が生じる場合には

$$\begin{cases} \mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A}[k]\mathbf{x}[k] + \mathbf{v}[k] \\ \Delta h[k] = \mathbf{c}\mathbf{x}[k] + w[k] \end{cases} \quad (3.8)$$

と書くことができる。ただし

$$\mathbf{x}[k] = \mathbf{x}(t_k), \quad \Delta h[k] = \Delta h(t_k)$$

である。また、システム雑音 $\mathbf{v}[\cdot]$ は

$$\mathbb{E}[\mathbf{v}[k]] = 0, \quad \mathbb{E}[\mathbf{v}[k]\mathbf{v}^\top[k']] = \begin{cases} \mathbf{q}[k], & k = k' \\ 0, & k \neq k' \end{cases}$$

を満たす正規性白色雑音であり、観測雑音 $w[\cdot]$ は

$$\mathbb{E}[w[k]] = 0, \quad \mathbb{E}[w[k]w^\top[k']] = \begin{cases} \sigma_0^2[k], & k = k' \\ 0, & k \neq k' \end{cases}$$

を満たす正規性白色雑音である。

3.2 問題設定

本節では、問題設定とその設定における原子時計群の状態空間モデルを述べる。

本研究では、複数の原子時計の時刻差 (位相差) を比較し、その差分情報から原子時計の内部状態を推定することを考えている。また、推定した状態値を用いて、時計の周波数を修正することで、原子時計を同期することも想定している。

原子時計の比較には、原子時計同士を接続する必要がある、その接続形態をトポロジーと呼ぶ。トポロジーには、Fig. 3.1 に示すようないくつかの形態が考えられる。たとえば、隣同士の原子時計間の時刻差を比較するライン型、1つの原子時計とその他の原子時計間の時刻差を比較するスター型、すべての原子時計間の時刻差を比較するフルコネクト型がある。

つぎに、 m 台の原子時計が存在するときの数学モデルを考える。このとき、(3.8) を

$$\begin{cases} \mathbf{x}_i[k+1] = \mathbf{A}_i[k]\mathbf{x}_i[k] + \mathbf{v}_i[k] \\ \Delta h_i[k] = \mathbf{c}_i\mathbf{x}_i[k] + w_i[k] \end{cases} \quad (3.9)$$

と書くことができる。ただし、 $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ はそれぞれの原子時計に対応した整数である。また、複数の原子時計が存在するとき、それらの時計読値の差が本質的な情報をもつ。そのため、 $j \in \{1, 2, \dots, m\}$, $i \neq j$ のとき、群のなかの2つの原子時計 (i, j) の時計読値の差を計測することを考える。このとき計測値は

$$\begin{aligned} y_{i, j}[k] &= h_i[k] + w_i[k] - (h_j[k] + w_j[k]) \\ &= \Delta h_i[k] + w_i[k] - (\Delta h_j[k] + w_j[k]) \\ &= \mathbf{c}_{i, j}\mathbf{x}[k] + w_{i, j}[k] \end{aligned} \quad (3.10)$$

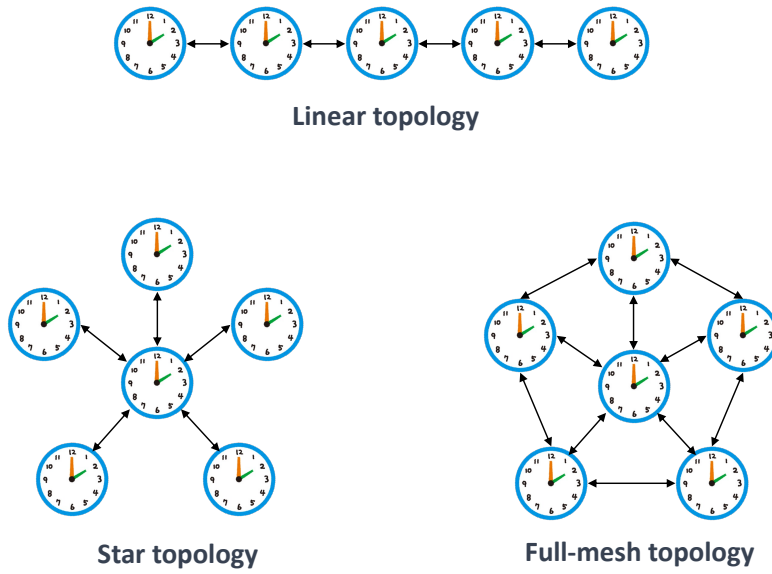


Fig. 3.1 Topology of atomic clocks networks

となる。ただし

$$\mathbf{x}[k] = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1[k] \\ \mathbf{x}_2[k] \\ \vdots \\ \mathbf{x}_m[k] \end{bmatrix}$$

である。また

$$\mathbf{c}(i, j, k_M) = \begin{cases} \mathbf{c}_i & i = k_M, i \neq j \\ -\mathbf{c}_j & j = k_M, i \neq j \\ \mathbf{0} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.11)$$

を用いて

$$\mathbf{c}_{i, j} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}(i, j, 1) & \cdots & \mathbf{c}(i, j, m) \end{bmatrix}$$

である。さらに

$$w_{i, j}[k] = w_i[k] + w_j[k]$$

であり、平均値 0、分散

$$r_{i, j}[k] = \sigma_{0, i}^2[k] + \sigma_{0, j}^2[k]$$

にしたがう正規性白色雑音とする。

同様に l 組の原子時計 $(i_1, j_1), \dots, (i_l, j_l)$ の差を観測するとき、観測値

$$\mathbf{y}[k] = \begin{bmatrix} y_{i_1, j_1}[k] \\ \vdots \\ y_{i_l, j_l}[k] \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

は、状態空間モデル

$$\begin{cases} \mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A}[k]\mathbf{x}[k] + \mathbf{v}[k] \\ \mathbf{y}[k] = \mathbf{C}[k]\mathbf{x}[k] + \mathbf{w}[k] \end{cases} \quad (3.13)$$

にしたがう。ただし

$$\mathbf{A}[k] = \text{diag}(\mathbf{A}_1[k], \mathbf{A}_2[k], \dots, \mathbf{A}_m[k]), \quad \mathbf{C}[k] = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{i_1, j_1} \\ \vdots \\ \mathbf{c}_{i_l, j_l} \end{bmatrix}$$

である。また

$$\mathbf{v}[k] = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1[k] \\ \mathbf{v}_2[k] \\ \vdots \\ \mathbf{v}_m[k] \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w}[k] = \begin{bmatrix} w_{i_1, j_1}[k] \\ \vdots \\ w_{i_l, j_l}[k] \end{bmatrix}$$

であり、これらは平均値 0 の正規性白色雑音であり、共分散行列はそれぞれ

$$\mathbf{Q}[k] = \text{diag}(\mathbf{q}_1[k], \dots, \mathbf{q}_m[k]), \quad \mathbf{R}[k] = \text{diag}(r_{i_1, j_1}[k], \dots, r_{i_l, j_l}[k])$$

である。

ここまででは、それぞれの原子時計同士の時刻の差のみがえられる状況を考えた。

問題 1 (与えられた組 (i, j) について、原子時計同士の時刻差のみが観測できる場合)

しかし、この情報では、本質的に時刻差を正しく求めることができない。たとえば、各時計がすべて 0 時 0 分 0 秒を指しているときと、すべて 0 時 0 分 3 秒を指しているときで

時刻差は全く同じであり、この情報から理想的な真の時刻が0時0分0秒であるか0時0分3秒であるかは求められない。そこで、時計読値偏差 Δh_i が1つ観測できる問題2も考える。

問題2 (与えられた組 (i, j) について、原子時計同士の時刻差と、 Δh_i が1つ観測できる場合)

たとえば、 m 番目の時計の時計読値偏差 Δh_m が観測できるとき、(3.13) の観測値と雑音はそれぞれ

$$\mathbf{y}[k] = \begin{bmatrix} y_{i, j}[k] \\ \vdots \\ y_{i, j}[k] \\ \Delta h_m[k] \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w}[k] = \begin{bmatrix} w_{i, j}[k] \\ \vdots \\ w_{i, j}[k] \\ w_m[k] \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

と書くこともできる。

なお、本章では、(3.13) の状態空間モデルをライン型 (Linear topology) の設定で考え、その結果について述べる。ライン型は、隣接する時計 $(i, i+1)$ の差を比較する。つまり $j = i+1$ の場合を指す。また、問題2に関しては、 m 番目の時計の時計読値偏差 Δh_m が観測できるものとする。

3.3 原子時計群モデルの不可観測性と Modified Structured Kalman Filter

本節では、まず原子時計の比較情報のみを用いた原子時計群モデルの不可観測性について述べる。そして、不可観測性が状態推定に与える影響について述べ、その問題に対して提案されているカルマンフィルタについて述べる。

3.3.1 原子時計の比較情報を用いた原子時計群モデルの不可観測性

本項では、不可観測性の定義について述べ、原子時計群モデル (問題1) が不可観測なシステムであることを説明する。

まず、2.3.2 項 (2.23) で示した一般的なシステム

$$\begin{cases} \mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A}\mathbf{x}[k] + \mathbf{v}[k] \\ \mathbf{y}[k] = \mathbf{C}\mathbf{x}[k] + \mathbf{w}[k] \end{cases}$$

を考える．このシステムにおいて，出力 $y[k]$ が恒等的に 0 となる解軌道が $x[k] = 0$ のみであるときシステムは可観測であると言う [28]．また，この定義と等価な必要十分条件として，可観測行列

$$\mathbf{M}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{\alpha-1} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

が列フルランクであることが知られている．ここで， α はモデルの次数である．つまり，可観測行列 \mathbf{M}_o が列フルランクでないならば，システムは不可観測である．

つぎに，比較情報のみを用いた原子時計群モデルが不可観測であることを説明する．原子時計群モデルに対し，(3.15) の可観測行列を適用することを考える．ここで，可観測行列において $\mathbf{A}^{\alpha-1}$ とあるが，原子時計群モデル (3.13) の $\mathbf{A}[k]$ おいて， $\mathbf{A}^{\alpha-1}[k]$ は非対角成分のみが α 倍される構造になっている．たとえば，セシウム原子時計に対応する $n = 2$ の場合には

$$(\mathbf{A}^{\text{Cs}})^{\alpha-1}[k] = \begin{bmatrix} 1 & (\alpha-1)T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & (\alpha-1)T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

となる．また，原子時計群モデルの可観測行列 (3.15) における $\mathbf{C}^{\text{Cs}}[k](\mathbf{A}^{\text{Cs}})^{\alpha-1}[k]$ は

$$\mathbf{C}^{\text{Cs}}[k](\mathbf{A}^{\text{Cs}})^{\alpha-1}[k] = \begin{pmatrix} 1 & (\alpha-1)T & -1 & -(\alpha-1)T & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 1 & (\alpha-1)T & -1 & -(\alpha-1)T & 0 & \dots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & 0 & 1 & (\alpha-1)T & -1 & -(\alpha-1)T & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & (\alpha-1)T & -1 & -(\alpha-1)T \end{pmatrix}$$

となる．このとき，行列 $\mathbf{C}^{\text{Cs}}[k](\mathbf{A}^{\text{Cs}})^{\alpha-1}[k]$ の各列を足し合わせることで，全て 0 になる列が存在することがわかる．つまり，列フルランクではなくなる．これは，可観測行列 (3.15) の要素でも成り立つので，原子時計群モデルの可観測行列は列フルランクではない．これは， $n > 2$ の場合でも同様に成り立つことに注意する．したがって，問題 1 の設定におけるシステムは不可観測である．

原子時計の比較情報のみを用いた原子時計群モデルが不可観測であるため、問題 2 で示した時計読値偏差 Δh を含めたモデルが考えられている。また、時計読値偏差 Δh は、理想時刻 t が未知な値であるため、実際に時系生成においては時計読値偏差に見立て、世界協定時や UTC(NICT) との比較情報が用いられている。しかし、本研究で目指す分散型時刻同期においては、これらの情報を常にえられるわけではないため、問題 1 の設定における状態推定を考える必要がある。そこで、解決案となる不可観測なシステムに対するカルマンフィルタを次項で述べる。

3.3.2 不可観測なシステムに対する Modified Structured Kalman Filter

前節で述べたように、原子時計群のシステムは不可観測である場合がある。このとき、定理 2.3.1 で示した通常のカルマンフィルタを用いて推定を行うと、発散成分を持つため、計算誤差が大きくなることが懸念される。この問題に取り組み、新たな Modified Structured Kalman Filter(MSKF) が提案された [29]。なお、以降 MSKF と呼ぶ。MSKF は、システムを可観測部分と不可観測部分に分けて計算を行うものである。

(2.23) で示した一般的な状態空間モデル

$$\begin{cases} \mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A}\mathbf{x}[k] + \mathbf{v}[k] \\ \mathbf{y}[k] = \mathbf{C}\mathbf{x}[k] + \mathbf{w}[k] \end{cases}$$

を用いて、MSKF を説明する。まず、このシステムを相似変換することを考える。

$$\boldsymbol{\zeta}[k] = \mathbf{T}_{\text{st}}^{-1}\mathbf{x}[k] \quad (3.17)$$

とするとき、状態空間モデルは

$$\begin{cases} \boldsymbol{\zeta}[k+1] = \mathbf{T}_{\text{st}}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}_{\text{st}}\boldsymbol{\zeta}[k] + \mathbf{T}_{\text{st}}^{-1}\mathbf{v}[k] \\ \mathbf{y}[k] = \mathbf{C}\mathbf{T}_{\text{st}}\boldsymbol{\zeta}[k] + \mathbf{w}[k] \end{cases} \quad (3.18)$$

と書くことができる。ここで

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \mathbf{T}_{\text{st}}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}_{\text{st}} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{11} & \mathbf{F}_{12} \\ \mathbf{F}_{21} & \mathbf{F}_{22} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \mathbf{C}\mathbf{T}_{\text{st}} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{H}_0 & \mathbf{H}_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \mathbf{T}_{\text{st}}^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_o \\ \mathbf{B}_{\text{uo}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.21)$$

としたとき,

$$\mathbf{F}_{12} = 0, \quad \mathbf{H}_1 = 0 \quad (3.22)$$

が成り立つような \mathbf{T}_{st} が存在するとき, システムは不可観測である. これ成り立つと仮定すると, (3.18) を

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \zeta_o[k+1] \\ \zeta_{\text{uo}}[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{11} & 0 \\ \mathbf{F}_{21} & \mathbf{F}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_o[k] \\ \zeta_{\text{uo}}[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_o \\ \mathbf{B}_{\text{uo}} \end{bmatrix} \mathbf{v}[k] \\ \mathbf{y}[k] = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_o & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_o[k] \\ \zeta_{\text{uo}}[k] \end{bmatrix} + \mathbf{w}[k] \end{cases} \quad (3.23)$$

と書くことができる. ただし

$$\zeta = \begin{bmatrix} \zeta_o \\ \zeta_{\text{uo}} \end{bmatrix}$$

である.

定理 3.3.1 (Modified Structured Kalman Filter) このとき, MSKF のアルゴリズムは

$$\hat{\zeta}_o^-[k] = \mathbf{F}_{11} \hat{\zeta}_o^-[k-1] \quad (3.24a)$$

$$\mathbf{P}_o^-[k] = \mathbf{F}_{11} \mathbf{P}_o^-[k-1] \mathbf{F}_{11}^\top + \mathbf{B}_o \mathbf{Q} \mathbf{B}_o^\top \quad (3.24b)$$

$$\hat{\zeta}_{\text{uo}}^-[k] = \mathbf{F}_{22} \hat{\zeta}_{\text{uo}}^-[k-1] + \mathbf{F}_{21} \hat{\zeta}_o^-[k-1] \quad (3.24c)$$

$$\mathbf{P}_{\text{uo}}^-[k] = \mathbf{F}_{11} \mathbf{P}_o^-[k-1] \mathbf{F}_{21}^\top + \mathbf{F}_{11} \mathbf{P}_{\text{uo}}^-[k-1] \mathbf{F}_{22}^\top + \mathbf{B}_o \mathbf{Q} \mathbf{B}_{\text{uo}}^\top \quad (3.24d)$$

$$\mathbf{G}_o[k] = \mathbf{P}_o^-[k] \mathbf{H}_o^\top (\mathbf{H}_o \mathbf{P}_o^-[k] \mathbf{H}_o^\top + \mathbf{R})^{-1} \quad (3.24e)$$

$$\hat{\zeta}_o[k] = \hat{\zeta}_o^-[k] + \mathbf{G}_o[k] (\mathbf{y}[k] - \mathbf{H}_o \hat{\zeta}_o^-[k]) \quad (3.24f)$$

$$\mathbf{P}_o[k] = \mathbf{P}_o^-[k] - \mathbf{G}_o[k] \mathbf{H}_o \mathbf{P}_o^-[k] \quad (3.24g)$$

$$\mathbf{G}_{\text{uo}}[k] = \mathbf{P}_{\text{uo}}^-[k] \mathbf{H}_o^\top (\mathbf{H}_o \mathbf{P}_o^-[k] \mathbf{H}_o^\top + \mathbf{R})^{-1} \quad (3.24h)$$

$$\hat{\zeta}_{\text{uo}}[k] = \hat{\zeta}_{\text{uo}}^-[k] + \mathbf{G}_{\text{uo}}[k] (\mathbf{y}[k] - \mathbf{H}_o \hat{\zeta}_o^-[k]) \quad (3.24i)$$

$$\mathbf{P}_{\text{uo}}[k] = \mathbf{P}_{\text{uo}}^-[k] - \mathbf{G}_{\text{uo}}[k] \mathbf{H}_o \mathbf{P}_{\text{uo}}^-[k] \quad (3.24j)$$

となる.

以上のアルゴリズムを用いることで, 不可観測なシステムに対して数値的に安定した状態推定を行うことができる. したがって, 本論文の問題 1 の状態推定においては, MSKF を用いることとする.

3.4 カルマンフィルタを用いた原子時計群の状態推定のシミュレーション結果

本節では，原子時計群モデルを用いて，3.2節で述べた問題1と問題2の設定で数値シミュレーションを行った結果について述べる．ただし，この数値シミュレーションにおいて，状態の真値は利用可能であり，推定値と真値の比較が可能であることに注意する．

ここでは，10台のセシウム原子時計 ($m = 10, n = 2$) をライン型に基づいて比較した場合のシミュレーションとした．サンプリング時間は $T = 0.1$ s とした．また，(3.14)式のシステム雑音，観測雑音の分散における各時計の $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_0$ の値は，Table3.1にしたがうものとした．なお，本シミュレーションでは，サンプリングは T が時不変であるため，雑音の分散 \mathbf{Q}, \mathbf{R} の値も時不変であることに注意する．また，3.3節で述べた通り，問題1のシステムは不可観測であるため，この設定での状態推定はMSKFを用いた．問題1のMSKFの初期値は，事前状態推定値 $\hat{\zeta}_0^-[0]$ に $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{18 \times 1}$ ， $\hat{\zeta}_{u0}^-[0]$ は $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ のゼロベクトルを与えた．事前誤差共分散行列 $\mathbf{P}_0^-[0]$ ， $\mathbf{P}_{u0}^-[0]$ には $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{20 \times 20}$ を用いて，それぞれ $\mathbf{T}_{st}^{-1} \mathbf{I} (\mathbf{T}_{st}^{-1})^\top$ の可観測部分と不可観測部分を与えた．ここで， \mathbf{T}_{st} は，(3.22)を満たす任意の行列である．なお，ここで用いた原子時計群モデルは，相似変換したシステムの観測方程式における係数行列が $\mathbf{H}_0 \in \mathbb{R}^{9 \times 18}$ となる．したがって，事前誤差共分散行列は $\mathbf{P}_0^- \in \mathbb{R}^{18 \times 18}$ ， $\mathbf{P}_{u0}^- \in \mathbb{R}^{18 \times 2}$ となることに注意する．問題2のカルマンフィルタの初期

Table3.1 Various Values of $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_0$

	clock 1	clock 2	clock 3	clock 4	clock 5
σ_1	1.70×10^{-10}	8.86×10^{-11}	1.22×10^{-10}	1.27×10^{-10}	2.19×10^{-10}
σ_2	1.51×10^{-13}	5.32×10^{-14}	1.67×10^{-14}	7.71×10^{-14}	2.94×10^{-13}
σ_0	4.35×10^{-15}	7.59×10^{-16}	4.72×10^{-15}	1.17×10^{-15}	4.15×10^{-15}

	clock 6	clock 7	clock 8	clock 9	clock 10
	1.06×10^{-10}	1.81×10^{-10}	2.17×10^{-10}	9.30×10^{-11}	1.80×10^{-10}
	4.92×10^{-14}	4.07×10^{-14}	8.29×10^{-14}	5.20×10^{-14}	5.66×10^{-14}
	8.85×10^{-16}	9.98×10^{-16}	2.45×10^{-15}	3.73×10^{-16}	1.01×10^{-15}

値は、事前状態推定値 $\hat{\mathbf{x}}^{-}[0]$ に $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{20 \times 1}$ のゼロベクトル、事前誤差共分散行列 $\mathbf{P}^{-}[0]$ に $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{20 \times 20}$ の単位行列を与えた。

まず、問題 1 の設定における状態推定値の結果を Fig. 3.2 に示す。この図では、clock 1 の状態推定値 $\hat{\mathbf{x}}_1$ のうち、1 つ目の引数の結果とその真値の比較を示している。結果から、カルマンフィルタを用いることで状態値を推定できていることがわかった。なお、この状態推定値はカルマンフィルタを用いているため、最適な推定値であることに注意する。しかし、時間経過に伴い、真値と推定値の差が大きくなっていることもわかった。

つぎに、問題 2 の設定における状態推定値の結果を Fig. 3.3 に示す。この図でも同様に、clock 1 の状態推定値 $\hat{\mathbf{x}}_1$ のうち、1 つ目の引数の結果とその真値の比較を示している。結果から、時間経過によらず、問題 2 の設定よりも高い推定精度で推定できていることがわかった。ここで、推定精度とは、推定値がどれだけ真値に近い値に計算されているかという尺度である。

2 つの結果から、どちらも真値に近い最適な状態値を推定できているが、原子時計同士と比較情報のみを用いた場合、真値と推定値の差が大きくなってしまう。それに対し、時計読値偏差 Δh の情報を与えることにより、推定精度が高くなるとわかった。ここで、理想時刻 t は未知な値であるため、実際には時計読値偏差 Δh も未知な値である。そこで、本研究では時計読値偏差に見立て、UTC(NICT) との比較情報を用いることを考えている。しかし、分散型時刻同期において、この情報は常にえられるものではない。つまり、問題 2 の設定で状態推定を常に行うことができないため、定期的に UTC(NICT) を用いることが考えられる。この場合、UTC(NICT) をえることができた時刻に関しては、推定精度を向上させることができると考えられる。問題 1 の設定において、5000 s 以降で時計読値偏差 Δh を用いて、シミュレーションを行った結果を Fig. 3.4 に示す。この図における、黒線は真値、青線は問題 1 の結果、赤線は問題 1 の設定において、5000 s 以降で時計読値偏差 Δh を与えた推定値の結果 (問題 2) である。なお、この結果でも同様に、clock 1 の状態推定値 $\hat{\mathbf{x}}_1$ のうち、1 つ目の引数の結果とその真値の比較を示している。結果から、時計読値偏差 Δh の情報を与えたことにより、推定精度を向上させることができるとわかった。つまり、実用化した場合においても、定期的に UTC(NICT) を用いることで推定精度を向上させることが可能である。

3.5 推定結果を用いた推定時刻・推定時系の評価

本節では、状態推定値を用いた時系である推定時系の評価を数値シミュレーションを通して行う。ここで、状態推定値を用いて修正した各時計の時刻を推定時刻と呼び、その時

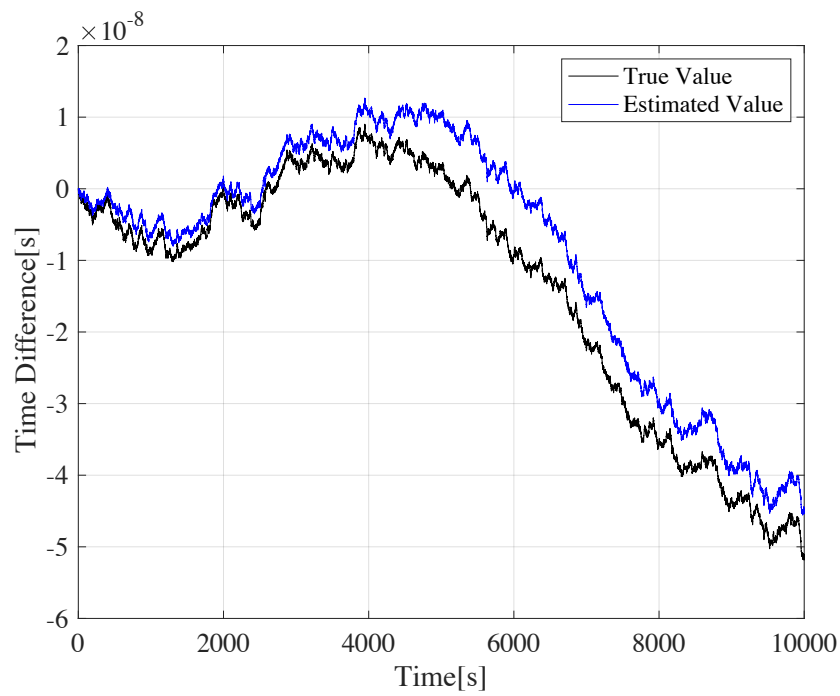


Fig. 3.2 Comparison of estimated state value and true value in problem1.

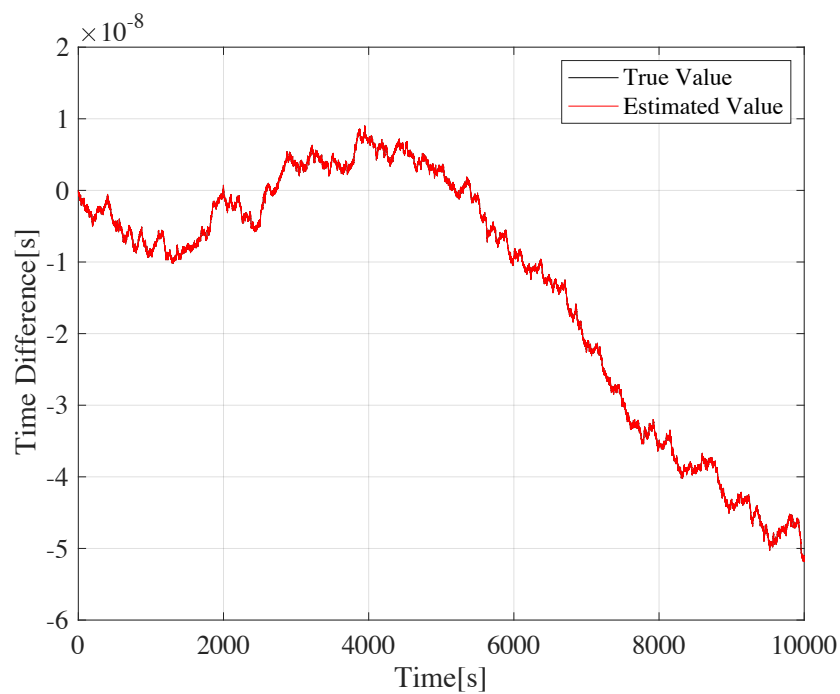


Fig. 3.3 Comparison of estimated state value and true value in problem2.

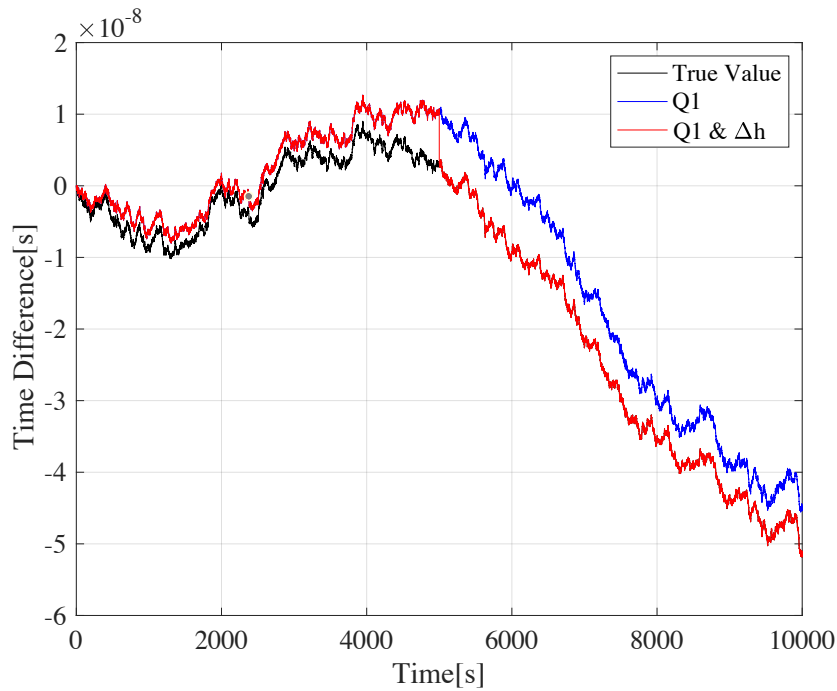


Fig. 3.4 In the case of Δh applied after 5000 s.

系を推定時系と呼ぶこととする．原子時計および時系の周波数安定度を評価する指標としてアラン偏差，またはその2乗値であるアラン分散が一般に使われる [30]．アラン偏差は，出力周波数を一定間隔で計測した時系列データ群から，その変動を評価するものであり，原子時計や時系の周波数安定度が評価される [31]．この指標は，時刻同期システムの設計方針を決定する際や，世界協定時や日本標準時など原子時計によるアンサンブル平均の重みなどの指標として利用され，システムの周波数安定性を決定する重要な指標となる．本節でも，推定時系をアラン偏差を用いて評価する．また，推定時系が同期していることも確認する．

まず，原子時計 i の時刻である時計読値は (3.1) 式を変形して

$$h_i = t - \Delta h_i \quad (3.25)$$

と書くことができる．ここで，理想時刻 t は理想的な時系の時刻であるため，修正前の各原子時計 i の安定度は， Δh_i の時系列データのみで評価できる．また，状態推定値 $\hat{\mathbf{x}}_1$ の1つ目の引数を \hat{p}_i とおくと，推定時刻 \hat{h}_i は

$$\hat{h}_i = t - (\Delta h_i - \hat{p}_i) \quad (3.26)$$

となる。ここで、修正前の各原子時計と同様に、 $\Delta h_i - \hat{p}_i$ の時系列データを用いることで、安定度を評価できる。これらを用い、修正前の各原子時計の安定度と、カルマンフィルタによる状態推定値を用いた推定時系の安定度をアラン偏差で比較した結果を示す。

まずは、問題 1 の設定におけるアラン偏差を Fig. 3.5 に示す。この図では、原子時計を 10 台用いているため、修正前の各原子時計の結果が 10 本 (黒)、推定時系の結果が 10 本 (青) の線で示されている。結果から、修正前の各原子時計のアラン偏差の値より推定時刻のアラン偏差の値が小さいことがわかった。つまり、推定時系は安定度の高い時系となっていることを確認できた。なお、推定時系の 10 本の青線は全て重なって示されている。

つぎに、問題 2 の設定におけるアラン偏差を Fig. 3.6 に示す。問題 1 と同様に、修正前の各原子時計の結果が 10 本 (黒)、推定時系の結果が 10 本 (赤) の線で示されている。結果から、修正前の各原子時計のアラン偏差の値より推定時刻のアラン偏差の値が小さく、推定時系は安定度の高い時系となっていることを確認できた。

Fig. 3.5, Fig. 3.6 の 2 つの結果から、カルマンフィルタによる状態推定値を用いることで、修正前の各原子時計より高い安定度の推定時系を生成できることがわかった。また、問題 2 の推定時系の安定度は、問題 1 の安定度より高いことがわかった。つまり、時計読値偏差 Δh を与えたことで、推定精度に引き続き、安定度も高くなることがわかった。また、Fig. 3.5 では推定時系のアラン偏差の線が重なっており、時系が同期していることが予想できる。Fig. 3.6 では、重なっていないように見えるがアラン偏差の値が非常に小さいためだと考えられ、カルマンフィルタの理論に基づくと、こちらも同期していると考えられる。ただし、これらの図だけでは、時系が同期しているため重なっていると判断できないため、推定時系をプロットし、同期を確認した。

まず、問題 1 の設定における推定時系を Fig. 3.7 に示す。この図では、原子時計を 10 台用いているため、修正前の各原子時計の結果が 10 本 (黒)、推定時系の結果が 10 本 (青) の線で示されている。また、Ideal Time の線は理想時刻 t に準じた理想時系である。ただし、理想時刻 t は未知な値であるため、本シミュレーションでは UTC(NICT) に同期していると考えられる、シミュレーションを行ったデバイスの時刻に準ずるものとした。結果から、推定時系の線が理想時系に重なりはしなかったが、修正前の各原子時計の線に対し、線のばらつきはなく理想時系に近い線となった。また、Fig. 3.8 の拡大図を見ると、推定時系の線がまとまっていることがわかった。つまり、シミュレーション上の理想時系に同期したとは言えないが、原子時計群が時刻同期を達成したことを確認できた。

つぎに、問題 2 の設定における、推定時系を Fig. 3.9 に示す。問題 1 と同様に、修正前の各原子時計の結果が 10 本 (黒)、推定時系の結果が 10 本 (赤) の線で示されている。ただし、理想時系は、UTC(NICT) に同期していると考えられる、シミュレーションを行っ

たデバイスの時刻に準ずるものとした。結果から、推定時系の線が理想時系の線にほとんど重なることを確認できた。また、Fig. 3.10 の拡大図を見ると、推定時系の線がまとまり、理想時系に追従することがわかった。つまり、各原子時計の推定時系がシミュレーション上の理想時系に時刻同期することを確認できた。

3.6 まとめ

本章では、カルマンフィルタによる原子時計群の状態推定法について述べた。3.1 節では、単一の原子時計の数学モデルについて述べた。3.2 節では、原子時計群のモデルと問題設定について述べた。3.3 節では、原子時計同士の比較情報のみを用いた問題 1 の原子時計群モデルが不可観測であることを述べ、これに対し MSKF について述べた。3.4 節では、カルマンフィルタ (MSKF) を用いて原子時計群の状態推定のシミュレーションを行った結果について述べた。その結果、カルマンフィルタを用いることで、真値に近い状態値を推定できていることを確認できた。また、原子時計同士の比較情報のみを用いた場合、真値と推定値の差が大きくなってしまふのに対し、時計読値偏差 Δh の情報を与えることで、推定精度が高くなるとわかった。3.5 節では、3.4 節の状態推定結果を用いた推定時系の評価を行った結果について述べた。原子時計同士の比較情報のみを用いた問題 1、 Δh の情報も与えた問題 2 のどちらの推定時系も修正前の各原子時計より高い安定度であることを確認できた。また、問題 1 では、推定時系同士が時刻同期、問題 2 では、それぞれの推定時系がシミュレーション上の理想時系に時刻同期したことを確認できた。

したがって、カルマンフィルタによる状態推定を用いた時刻同期法は、有力な方法であることが確認できた。しかし、この最適さを保証できるのはカルマンフィルタのアルゴリズムに忠実に則る場合である。観測値に遅延が生じるとその忠実さは失われる。次章では、これを解決することができる提案法について述べる。

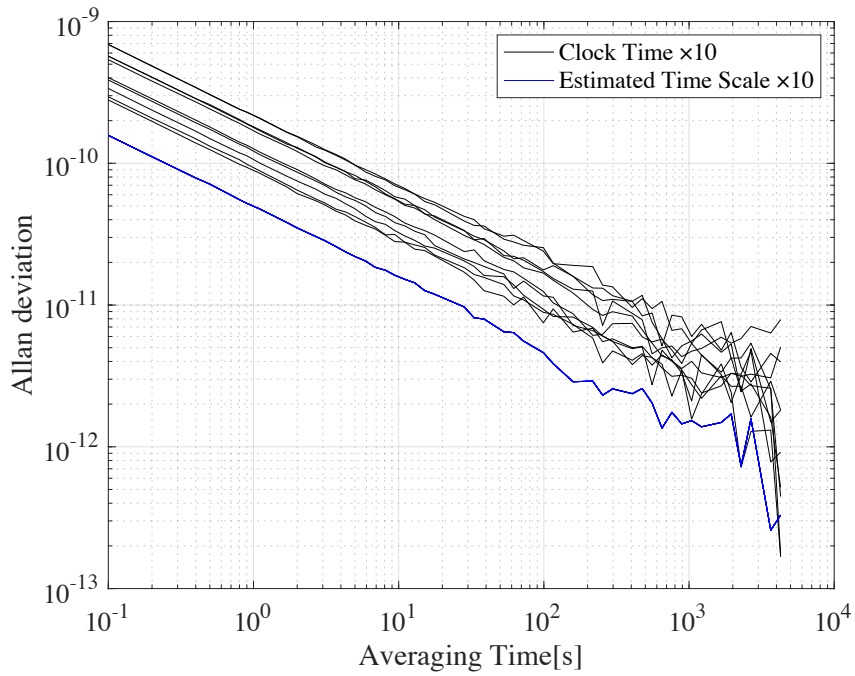


Fig. 3.5 Allan deviation of atomic clocks and estimated time scale in problem1.

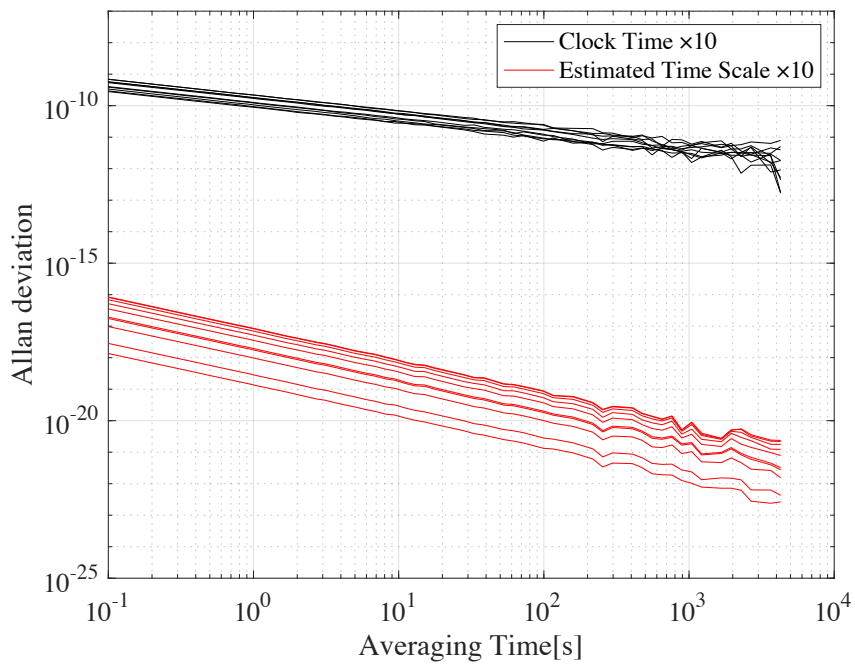


Fig. 3.6 Allan deviation of atomic clocks and estimated time scale in problem2.

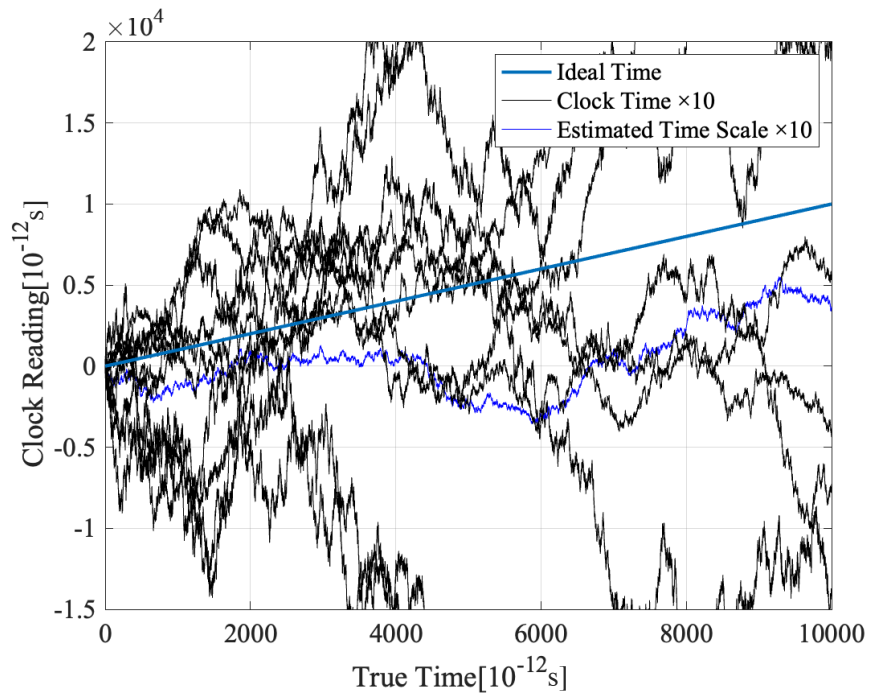


Fig. 3.7 Synchronization of estimated time scale in problem1.

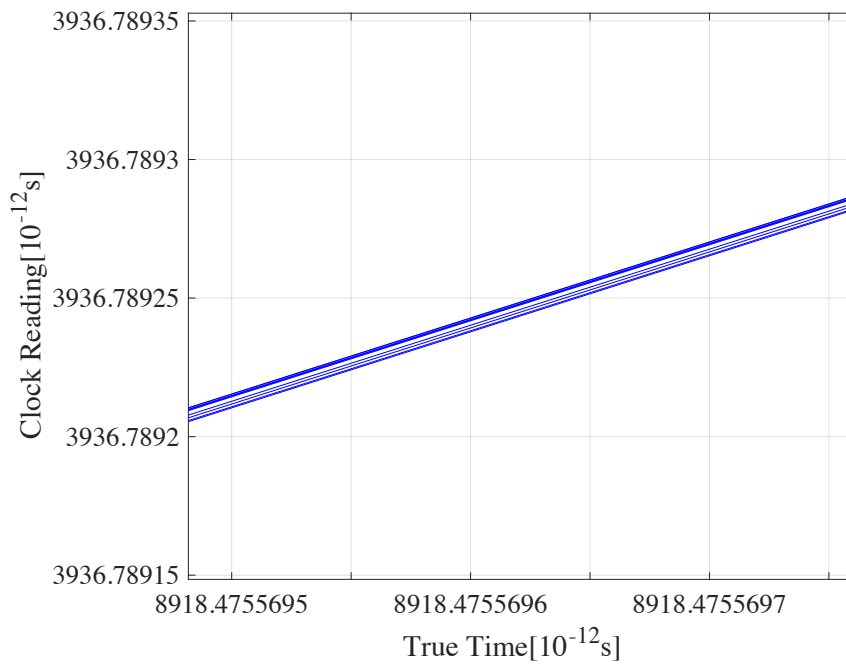


Fig. 3.8 Enlarged view of Fig. 3.7.

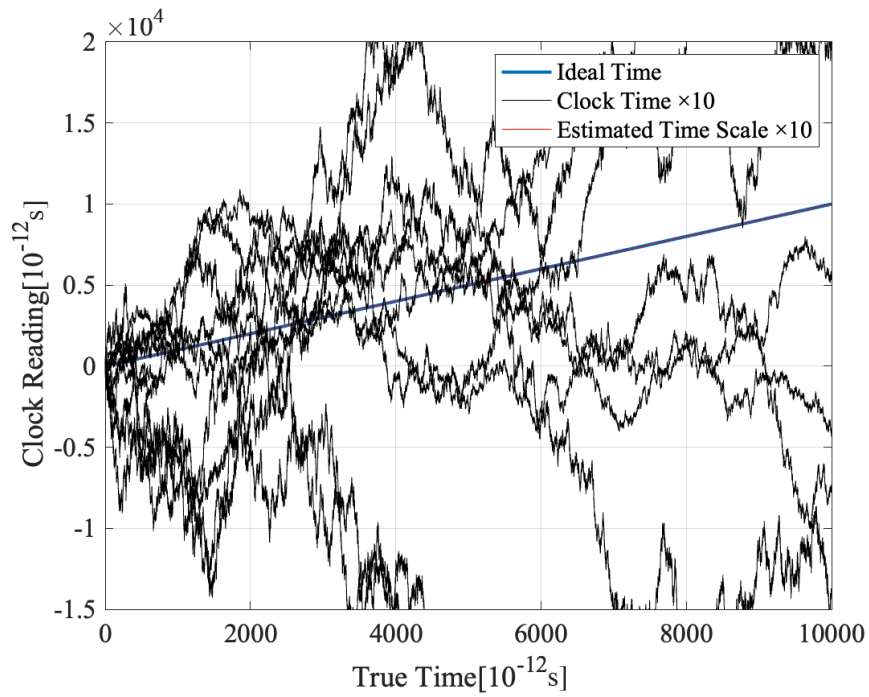


Fig. 3.9 Synchronization of estimated time scale in problem2.

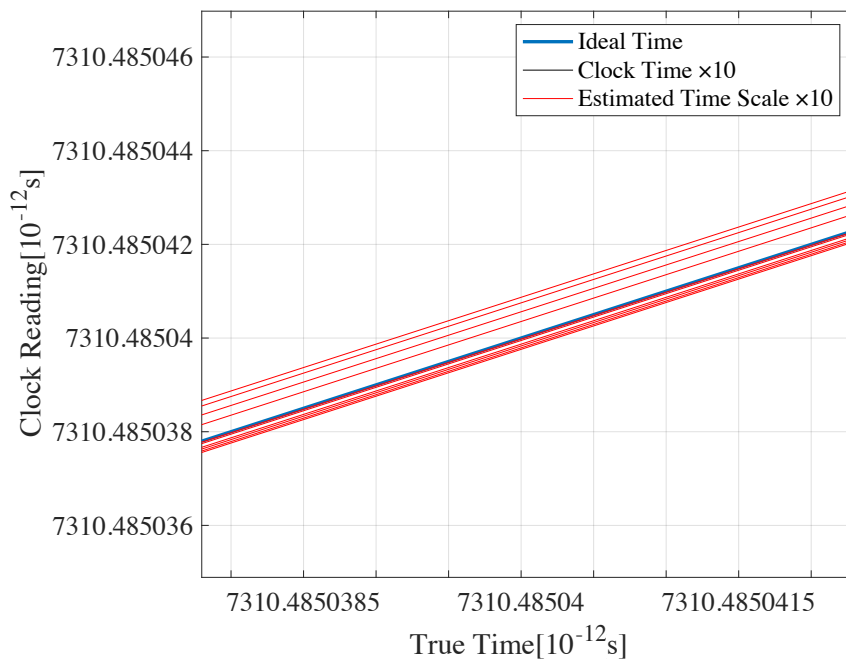


Fig. 3.10 Enlarged view of Fig. 3.9.

第4章

観測値の遅延に対応可能なカルマンフィルタによる原子時計群の状態推定法

本章では、遅延をもつ観測値に対するカルマンフィルタによる状態推定法とその推定法を原子時計群モデルへ適用した結果について述べる。4.1節では、観測値の遅延に関して、分散化と観測値に遅延があるときの数学モデルを述べる。4.2節では、遅延をもつ観測値に対する状態の拡大法について述べる。4.3節では、遅延をもつ観測値に対する観測値の再編成法を述べる。4.4節では、4.2節の状態の拡大法と4.3節の観測値の再編成法を用いて、原子時計群の状態推定の数値シミュレーションを行った結果について述べる。4.5節では、実用化に向けて時変遅延の再編成法と観測値を削除して計算の効率化を図る再編成法の応用について述べる。4.6節では、4.5節の再編成法に対するシミュレーション結果について述べる。4.7節では、本章のまとめを述べる。

4.1 観測値の遅延

本節では、観測値の遅延に関して述べる。まず、原子時計の分散化への動きの高まりについて説明する。つぎに分散化により観測値に遅延があるときの数学モデルを述べる。

4.1.1 原子時計の分散化への動き

情報通信研究機構で生成される日本標準時は、現在まで1度も止まったことはなく、途切れずにその精度と信頼性を維持してきた。日本標準時は、広く日本中に供給され数多くの場面で利用されている。よって、災害などで日本標準時が停止したり、誤った時刻を配信したりすると社会に多大な影響が及ぶ。2011年に発生した東日本大震災の際は、日本標準時システム自体に影響はなかったものの、福島県の標準電波送信所からの送信を長時間停止せざるをえない状況に陥った [32]。この出来事が教訓となり、分散化への意識が高まった [5]。現在、日本標準時は東京都小金井市にある情報通信研究機構本部で生成・維持・提供されている。近年、首都直下地震が予想されるなど地震大国である日本において、中央集権型システムでは日本標準時の停止が懸念される。その懸念を解消すべく分散化システムの研究開発がなされている。これは、災害リスクが軽減されるといった信頼性の向上のほか、分散化された局である分散局の設置で運用の柔軟性や安定度の向上も期待できる。

信頼性の向上は、主に災害リスクが軽減することにより実現される。近年、複数の分散局が日本中に設置され、全原子時計のデータを共有し、各局が独立に時系を生成する。元のデータを共有するのではほぼ同一の時系が生成している。そのため、各時系の相互比較も可能である。通常時は小金井本局で生成する時系を日本標準時とするが、災害等で本局に問題が生じた場合には別の局で日本標準時を生成することで、連続かつ安定した日本標準時の生成が可能となり、信頼性の向上を達成する。分散局の設置により複数の時系を独立でも合成しても運用可能であることや、地域の時系を生成することができるなど幅広く運用が可能という点で柔軟性がある時系を生成できる。世界協定時 UTC の柔軟性の低さを補うべく、各国がそれぞれの標準時を生成しているため運用の柔軟性におけるメリットは重要である。分散化によって原子時計の台数が増えることにより、個々の揺らぎを馴らすことができ長期的な安定度が向上する。結果として、日本標準時の確度・安定度も向上する。このように分散型システムの研究開発が進みつつあり、兵庫県神戸市に神戸副局として2018年6月から運用が開始された [5]。

また本研究では、上述の分散化システムに加え、更なる分散化についても考えている。近年、小型チップ化された原子時計の開発が進んでいることもあり、スマートフォンなどのモバイル端末への原子時計の実装が可能となることが想定できる。各機関での原子時計の保有を越え、日本中の個人が原子時計を保有することにより更なる分散化が可能となる。これらの小型原子時計の同期を実現することで、1章で述べた次世代の移動通信シス

テム Beyond 5G の超低遅延の実現や、ローカルでの時系生成などにもつながる。しかし、原子時計の分散化の下では、同期を行うための状態推定に用いるデータはインターネットなどを通じて収集され、遅延をもつことが想定される。本章では、この遅延に対応可能なカルマンフィルタによる状態推定法について提案する。

4.1.2 観測値に遅延があるときの数学モデル

本項では、観測値に遅延があるときの数学モデルを示す。まず、2.3.2 項 (2.23) で示した一般的な状態空間モデル

$$\begin{cases} \mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A}\mathbf{x}[k] + \mathbf{v}[k] \\ \mathbf{y}[k] = \mathbf{C}\mathbf{x}[k] + \mathbf{w}[k] \end{cases}$$

を考える。ここで、観測値が

$$\mathbf{y}[k] = \begin{bmatrix} y_1[k] \\ y_2[k] \\ \vdots \\ y_p[k] \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

と p 個に分割され、 $i \in \{1, 2, \dots, p\}$ について、

$$y_i[k] = C_i x[k] + w_i[k] \quad (4.2)$$

と書けるとする。このとき、

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_p \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w}[k] = \begin{bmatrix} w_1[k] \\ w_2[k] \\ \vdots \\ w_p[k] \end{bmatrix}$$

が成り立つ。そして、それぞれの観測値が

$$\mathbf{d} = [d_1 \ d_2 \ \dots \ d_p] \quad (4.3)$$

だけ遅延して観測される場合を考える。すなわち、

$$\mathbf{z}[k] = \begin{bmatrix} z_1[k] \\ z_2[k] \\ \vdots \\ z_p[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1[k-d_1] \\ \mathbf{y}_2[k-d_2] \\ \vdots \\ \mathbf{y}_p[k-d_p] \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

が観測できるとする。ここで、 d_1, \dots, d_p の値は既知であるとする。また、 $d_1 = 0$ と仮定し、一般性を失わず $d_1 < d_2 < \dots < d_p$ とする。この遅延が時不変で最大量が仮定された条件のもとで、観測値 $\mathbf{z}[k]$ から状態値 $\mathbf{x}[k]$ を推定する問題を考える。

4.2 状態の拡大法

本節では、(4.4) の観測値を用いて状態を推定する方法として、状態の拡大法を説明する。まず、遅延 d_1, \dots, d_p に合わせて、(2.23) の状態空間モデルにおける状態 \mathbf{x} のサイズを拡大すると、

$$\mathbf{x}_a[k] = \begin{bmatrix} \mathbf{x}[k] \\ \mathbf{x}[k-1] \\ \vdots \\ \mathbf{x}[k-d_p] \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

となる。たとえば、状態が $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{\alpha \times \beta}$ であるとき、 $\mathbf{x}_a \in \mathbb{R}^{\alpha(d_p+1) \times \beta}$ となる。この拡大した状態 (4.5) を用いると、状態空間モデルは

$$\begin{cases} \mathbf{x}_a[k+1] = \mathbf{A}_a \mathbf{x}_a[k] + \mathbf{B}_a \mathbf{v}[k] \\ \mathbf{z}[k] = \mathbf{C}_a \mathbf{x}_a[k] + \mathbf{w}[k] \end{cases} \quad (4.6)$$

となる。ここで、行列 $\mathbf{A}_a \in \mathbb{R}^{\alpha(d_p+1) \times \alpha(d_p+1)}$ および、 $\mathbf{B}_a \in \mathbb{R}^{\alpha(d_p+1) \times \beta}$ は

$$\mathbf{A}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

であり、システム雑音 $\mathbf{Q}_a \in \mathbb{R}^{\alpha(d_p+1) \times \alpha(d_p+1)}$ は

$$\mathbf{Q}_a = \text{diag}(\underbrace{\mathbf{Q}, \dots, \mathbf{Q}}_{d_p+1})$$

となる．また観測値が $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{\gamma \times \epsilon}$ のとき，行列 $\mathbf{C}_a \in \mathbb{R}^{\gamma \times \alpha(d_p+1)}$ の (i, j) 要素は

$$(\mathbf{C}_a)_{ij} = \begin{cases} \mathbf{C}_i & j = d_i + 1 \\ \mathbf{0} & \text{otherwise} \end{cases}$$

である．したがって，(4.6) の状態空間モデルにカルマンフィルタ

$$\hat{\mathbf{x}}_a^-[k] = \mathbf{A}_a \hat{\mathbf{x}}_a[k-1] \quad (4.7a)$$

$$\mathbf{P}_a^-[k] = \mathbf{A}_a \mathbf{P}_a[k-1] \mathbf{A}_a^\top + \mathbf{B}_a \mathbf{Q}_a \mathbf{B}_a^\top \quad (4.7b)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_a[k] = \hat{\mathbf{x}}_a^-[k] + \mathbf{K}[k](\mathbf{z}[k] - \mathbf{C}_a \hat{\mathbf{x}}_a^-[k]) \quad (4.7c)$$

$$\mathbf{K}[k] = \mathbf{P}_a^-[k] \mathbf{C}_a^\top (\mathbf{C}_a \mathbf{P}_a^-[k] \mathbf{C}_a^\top + \mathbf{R})^{-1} \quad (4.7d)$$

$$\mathbf{P}_a[k] = (\mathbf{I} - \mathbf{K}[k] \mathbf{C}_a) \mathbf{P}_a^-[k] \quad (4.7e)$$

を適用することで， $\hat{\mathbf{x}}_a[k]$ を計算することができ，その要素である現時刻 k の状態推定値 $\hat{\mathbf{x}}[k]$ を推定することができる．ここで，遅延の最大量 d_p が時不変であるため， $\mathbf{x}_a \in \mathbb{R}^{\alpha(d_p+1) \times \beta}$ が時間変化によらず成り立つことに注意する．

4.3 観測値の再編成法

本節では，遅延をもつ観測値に対するカルマンフィルタ [33] について述べる．ここでは，(4.4) の観測値を用いて状態を推定することを考える．まず，時刻 k までの遅延をもつ観測値 $\mathbf{z}[k]$ ，すなわち

$$\mathcal{Z}[k] = \{\mathbf{z}[1], \dots, \mathbf{z}[k]\} \quad (4.8)$$

がえられているとき，このデータを適切に並べ替えると， $\kappa \leq k - d_p$ について， $\mathbf{y}[\kappa]$ を

$$\mathbf{y}[\kappa] = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1[\kappa + d_1] \\ \mathbf{z}_2[\kappa + d_2] \\ \vdots \\ \mathbf{z}_p[\kappa + d_p] \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

のように構成することができる．このことから， $\mathcal{Z}[k]$ を用い

$$\mathcal{Y}[k - d_p] = \{\mathbf{y}[1], \dots, \mathbf{y}[k - d_p]\} \quad (4.10)$$

を作り出すことができる。したがって、カルマンフィルタ

$$\hat{\mathbf{x}}^-[k-d_p] = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}[k-d_p-1] \quad (4.11a)$$

$$\mathbf{P}^-[k-d_p] = \mathbf{A}\mathbf{P}[k-d_p-1]\mathbf{A}^\top + \mathbf{Q} \quad (4.11b)$$

$$\hat{\mathbf{x}}[k-d_p] = \hat{\mathbf{x}}^-[k-d_p] + \mathbf{K}[k-d_p](\mathbf{y}[k-d_p] - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}^-[k-d_p]) \quad (4.11c)$$

$$\mathbf{K}[k-d_p] = \mathbf{P}^-[k-d_p]\mathbf{C}^\top(\mathbf{C}\mathbf{P}^-[k-d_p]\mathbf{C}^\top + \mathbf{R})^{-1} \quad (4.11d)$$

$$\mathbf{P}[k-d_p] = (\mathbf{I} - \mathbf{K}[k-d_p]\mathbf{C})\mathbf{P}^-[k-d_p] \quad (4.11e)$$

によって $\mathbf{x}[k-d_p]$ を推定することができる。このアルゴリズムは逐次アルゴリズムになっているため、時刻 k における推定値 $\hat{\mathbf{x}}[k-d_p]$ を計算するためには、時刻 $k-1$ において作成した $\hat{\mathbf{x}}[k-d_p-1]$ と $\mathbf{P}[k-d_p-1]$ を用いて 1 ステップのみを計算すればよいことに注意する。

つぎに、 $k-d_p < \kappa \leq k-d_{p-1}$ について考えると、 $\mathbf{Z}[k]$ から

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta}_{p-1}[\kappa] &= \begin{bmatrix} z_1[\kappa+d_1] \\ \vdots \\ z_{p-1}[\kappa+d_{p-1}] \end{bmatrix} \\ &= \boldsymbol{\Gamma}_{p-1}\mathbf{x}[\kappa] \end{aligned} \quad (4.12)$$

が構成できることがわかる。ただし、

$$\boldsymbol{\Gamma}_{p-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{p-1} \end{bmatrix}$$

である。したがって、 $k-d_p+1 \leq \kappa \leq k-d_{p-1}$ についてカルマンフィルタ

$$\hat{\boldsymbol{\xi}}^-[\kappa] = \mathbf{A}\hat{\boldsymbol{\xi}}[\kappa-1] \quad (4.13a)$$

$$\boldsymbol{\Pi}^-[\kappa] = \mathbf{A}\boldsymbol{\Pi}[\kappa-1]\mathbf{A}^\top + \mathbf{Q} \quad (4.13b)$$

$$\hat{\boldsymbol{\xi}}[\kappa] = \hat{\boldsymbol{\xi}}^-[\kappa] + \mathbf{K}[\kappa](\boldsymbol{\eta}[\kappa] - \boldsymbol{\Gamma}_{p-1}\hat{\boldsymbol{\xi}}^-[\kappa]) \quad (4.13c)$$

$$\mathbf{K}[\kappa] = \boldsymbol{\Pi}^-[\kappa]\boldsymbol{\Gamma}_{p-1}^\top(\boldsymbol{\Gamma}_{p-1}\boldsymbol{\Pi}^-[\kappa]\boldsymbol{\Gamma}_{p-1}^\top + \mathbf{R}_{p-1})^{-1} \quad (4.13d)$$

$$\boldsymbol{\Pi}[\kappa] = (\mathbf{I} - \mathbf{K}[\kappa]\boldsymbol{\Gamma}_{p-1})\boldsymbol{\Pi}^-[\kappa] \quad (4.13e)$$

$$\hat{\boldsymbol{\xi}}[k-d_p] = \hat{\mathbf{x}}[k-d_p] \quad (4.13f)$$

$$\boldsymbol{\Pi}[k-d_p] = \mathbf{P}[k-d_p] \quad (4.13g)$$

を実行すると、 $\hat{\boldsymbol{\xi}}[k-d_{p-1}]$ が $\mathbf{x}[k-d_{p-1}]$ の推定値となる。ここで、このカルマンフィルタの初期値は時刻 k にはじめて計算される $\hat{\mathbf{x}}[k-d_p]$ である。したがって、このカルマン

フィルタは時刻 k において $k - d_p + 1 \leq \kappa \leq k - d_{p-1}$ のすべてのステップを実行する必要があることに注意する.

つづいて, $k - d_{p-1} < \kappa \leq k - d_{p-2}$ について考えると, $Z[k]$ からは,

$$\begin{aligned} \eta_{p-2}[\kappa] &= \begin{bmatrix} z_1[\kappa + d_1] \\ \vdots \\ z_{p-2}[\kappa + d_{p-2}] \end{bmatrix} \\ &= \Gamma_{p-1} \mathbf{x}[\kappa] \end{aligned} \quad (4.14)$$

が構成できる. このことから, $k - d_p < \kappa \leq k - d_{p-1}$ と同様にカルマンフィルタを構成すれば, $\mathbf{x}[k - d_{p-2}]$ の推定値をえることができる. ただし, このときのカルマンフィルタの初期値は $\hat{\xi}[k - d_{p-1}]$ を用いることに注意する. $k - d_{p-2} < \kappa$ についても同様の手順を繰り返すことにより, $\mathbf{x}[k]$ の推定値をえることができる.

4.4 原子時計群モデルを用いた数値シミュレーション

本節では, 原子時計群モデルを用いて, 4.2 節で述べた状態の拡大法と, 4.3 節で述べた観測値の再編成法を適用した状態推定のシミュレーション結果について述べる. また, 2つの方法の有効性を確かめる比較対象として, 遅延を無視して推定を行った結果も示す. これは, 時刻 k の推定を, 時刻 k に届いた観測値のみを用いて行った結果であり, ここでは Naive と呼ぶこととする. なお, 原子時計群モデルにおける観測値 (3.12) は, 4.1.2 項の (4.1) 式に対応しており, (4.4) 式と同様に遅延することとする. また, この数値シミュレーションにおいて, 状態の真値は利用可能であり, 推定値と真値の比較が可能であることに注意する. ここでは, 10 台のセシウム原子時計 ($m = 10, n = 2$) をライン型に基づいて比較した場合のシミュレーションとした. サンプルングは $T = 0.1$ s とした. また, (3.14) 式のシステム雑音, 観測雑音の分散における各時計の $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_0$ の値は, Table 3.1 にしたがうものとした.

まず, 問題 1 の結果から示す. ここでの遅延は

$$\mathbf{d} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}}_{m-1}$$

とした. また, 3.3 節で述べた通り, 問題 1 のシステムは不可観測であるため, 問題 1 の状態の拡大法と観測値の再編成法で用いるカルマンフィルタは MSKF とした. ただし, Naive で用いるカルマンフィルタは, 2.3.2 節で述べた通常のカマンフィルタを用いるこ

とした。Naive におけるカルマンフィルタの初期値は、事前状態推定値 $\hat{\mathbf{x}}^-[0]$ に $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{20 \times 1}$ のゼロベクトル、事前誤差共分散行列 $\mathbf{P}^-[0]$ に $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{20 \times 20}$ の単位行列を与えた。観測値の再編成法における MSKF の初期値は、事前状態推定値 $\hat{\zeta}_o^-[0]$ に $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{18 \times 1}$ 、 $\hat{\zeta}_{uo}^-[0]$ は $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ のゼロベクトルを与えた。事前誤差共分散行列 $\mathbf{P}_o^-[0]$ 、 $\mathbf{P}_{uo}^-[0]$ には $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{20 \times 20}$ を用いて、それぞれ $\mathbf{T}_{st}^{-1} \mathbf{I} (\mathbf{T}_{st}^{-1})^\top$ の可観測部分と不可観測部分を与えた。ここで、 \mathbf{T}_{st} は、(3.22) を満たす任意の行列である。なお、ここで用いた原子時計群モデルは、相似変換したシステムの観測方程式における係数行列が $\mathbf{H}_0 \in \mathbb{R}^{9 \times 18}$ となる。したがって、事前誤差共分散行列は $\mathbf{P}_o^- \in \mathbb{R}^{18 \times 18}$ 、 $\mathbf{P}_{uo}^- \in \mathbb{R}^{18 \times 2}$ となることに注意する。状態の拡大法における MSKF の初期値は、事前状態推定値 $\hat{\zeta}_{o,a}^-[0]$ に $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{54 \times 1}$ 、 $\hat{\zeta}_{uo,a}^-[0]$ に $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{126 \times 1}$ のゼロベクトルを与えた。また、事前誤差共分散行列 $\mathbf{P}_{o,a}^-[0]$ 、 $\mathbf{P}_{uo,a}^-[0]$ にはそれぞれ

$$\mathbf{P}_{a0}^-[0] = \text{diag}(\mathbf{I}, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}), \quad \mathbf{I} \in \mathbb{R}^{20 \times 20}, \quad \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{20 \times 20}$$

としたときの $\mathbf{P}_{a0}^-[0]$ を用いて、 $\mathbf{T}_{st,a}^{-1} \mathbf{P}_{a0}^- (\mathbf{T}_{st,a}^{-1})^\top$ の可観測部分と不可観測部分を与えた。ここで $\mathbf{T}_{st,a}$ は、状態を拡大したモデルにおいて (3.22) を満たす任意の行列である。なお、事前誤差共分散行列は $\mathbf{P}_{o,a}^- \in \mathbb{R}^{54 \times 54}$ 、 $\mathbf{P}_{uo,a}^- \in \mathbb{R}^{54 \times 126}$ となることに注意する。

以上の条件にしたがう状態推定シミュレーションの結果を示す。まず、各方法で推定した状態推定値と真値をプロットした結果を Fig. 4.1 に示す。この図において、Estimated Value Naive が Naive を用いた推定結果である。Estimated Value Aug が状態の拡大法を用いた推定結果であり、本論文では Aug は状態の拡大法を指すこととする。Estimated Value RM が観測値の再編成法を用いた推定結果であり、本論文では RM は観測値の再編成法を指すこととする。結果から、状態の拡大法と観測値の再編成法を用いた推定値は線が重なり、Naive の結果もほとんど重なることを確認できた。また、どの結果も真値に近い値を推定できた。推定精度をより詳細に確認するため、各方法における推定値と真値の差をプロットした結果を Fig. 4.2 に示す。この図から、Naive の推定値と他 2 つの推定値と少し差があることがわかった。また、僅かに状態の拡大法と観測値の再編成法の結果の方が 0 に近いことが見て取れるが、この図からは断定できない。ただし、状態の拡大法と観測値の再編成法は推定精度において最適な推定を行うため、遅延の値を大きくすることで、Naive の推定値に対して状態の拡大法と観測値の再編成法は推定精度が高くなると考えられる。また、状態の拡大法と観測値の再編成法はどちらも最適な推定値を推定する方法だが、この 2 つの方法における推定値の差を Fig. 4.3 に示す。この図では、縦軸が 10^{-18} と、推定値の 10^{-8} という大きさに対して非常に小さな値であるため、ほとんど同じ推定値を計算できているとわかった。ただし、時間経過に伴い差が大きくなる様子も見られ、

桁落ちが原因だと考えられる。本設定のシステムは不可観測であり、どちらも不可観測なシステムに対する MSKF を用いて数値的に安定な推定を行なっている。ここで、Fig. 4.4 で、再編成法において通常のカルマンフィルタと MSKF の状態推定値の差を示す。通常のカルマンフィルタと MSKF の状態推定値は理論的には一致するはずだが、シミュレーションで用いた MATLAB の有効桁数が 16 桁であるため、桁落ちにより 10^{-15} ほど差が出ており、一致しなかった。つまり、Fig. 4.3 の結果でも、桁落ちにより差が生じたと考えられる。

また、3.5 節と同様に、カルマンフィルタによる状態推定値を用いた推定時系の安定度を評価した。アラン偏差を比較した結果を Fig. 4.5 に示す。この図では、修正前の各原子時計の結果が 10 本と、Naive と Aug, RM の推定時系の線が 1 本ずつ示されている。ここでは、clock 1 の推定時系の結果を用いた。結果から、Aug と RM で推定した推定時系の線は重なっており、Naive の推定時系より特に短期の安定度が高いことがわかった。また、修正前の各原子時計の結果と比較しても、特に長期の安定度が高いことがわかり、状態の拡大法と観測値の再編成法の有効性を確認できた。修正前の各原子時計の結果に対して、推定時系の短期の安定度が高くならなかったことに関しては、遅延が影響していると考えられる。

さらに、観測値の再編成法で推定した推定時系のプロットを Fig. 4.6 に示す。この図では、原子時計を 10 台用いているため、修正前の各原子時計の結果が 10 本 (黒)、状態の拡大法で推定した推定時系の結果が 10 本 (青)、観測値の再編成法で推定した推定時系の結果が 10 本 (赤) の線で示されている。また、Ideal Time の線は理想時刻 t に準じた理想時系である。ただし、理想時刻 t は未知な値であるため、本シミュレーションでは UTC(NICT) に同期していると考えられる、シミュレーションを行ったデバイスの時刻に準ずるものとした。結果から、推定時系の線が理想時系に重なりはしなかったが、修正前の各原子時計の線に対し、線のばらつきはなく理想時系に近い線となった。また、Fig. 4.7 の拡大図を見ると、推定時系の線がまとまっていることがわかった。なお、ここでも Aug と RM の線が重なっていることに注意する。つまり、シミュレーション上の理想時系に同期したとは言えないが、原子時計群が時刻同期を達成したことを確認できた。

つぎに、問題 2 の設定の結果を示す。ここでの遅延は

$$\mathbf{d} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 8 \end{bmatrix}}_m$$

とした。Naive におけるカルマンフィルタの初期値は、事前状態推定値 $\hat{\mathbf{x}}^- [0]$ に $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{20 \times 1}$ のゼロベクトル、事前誤差共分散行列 $\mathbf{P}^- [0]$ に $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{20 \times 20}$ の単位行列を与えた。また、観

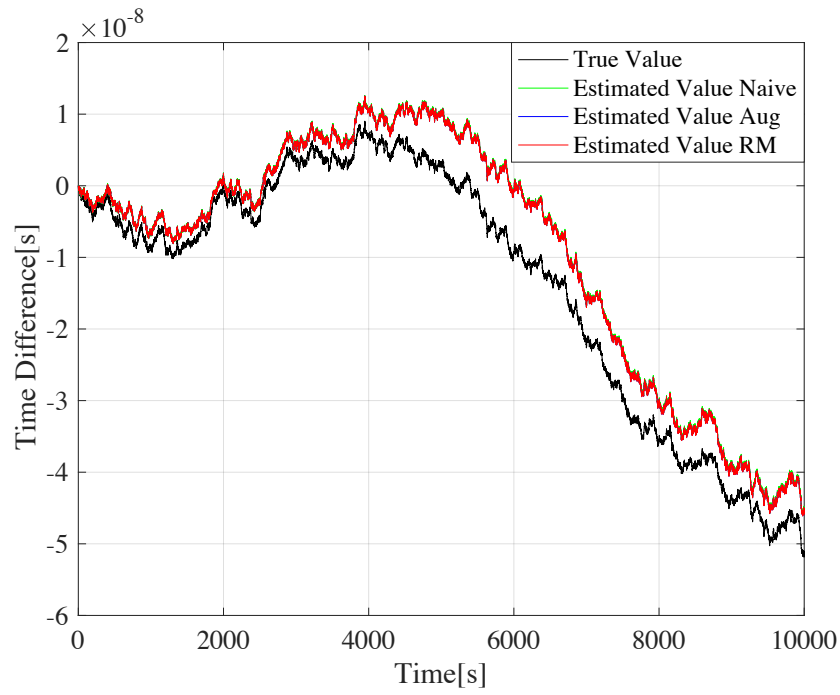


Fig. 4.1 Comparison of estimated state value and true value in problem1.

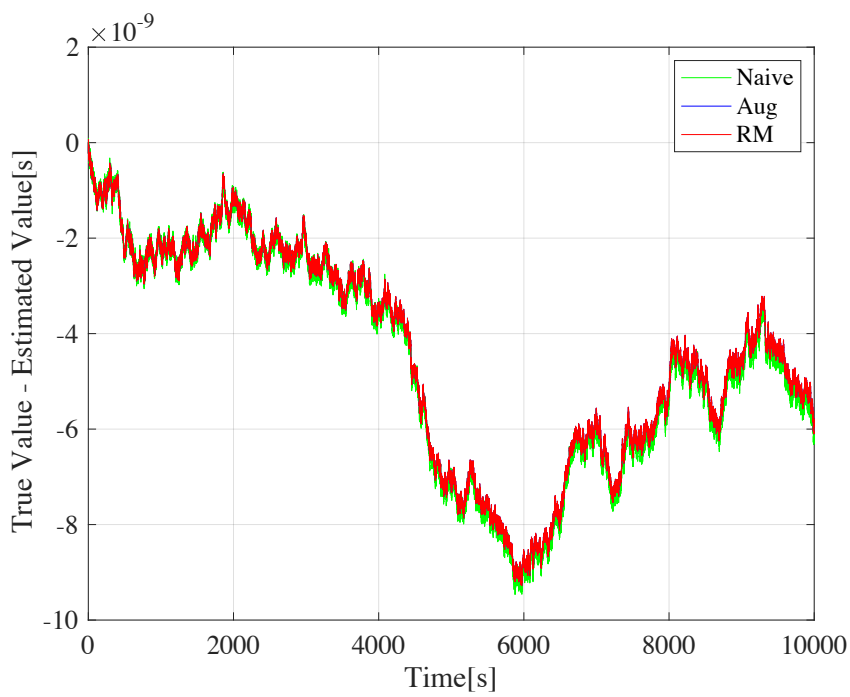


Fig. 4.2 Difference between estimated state value and true value in problem1.

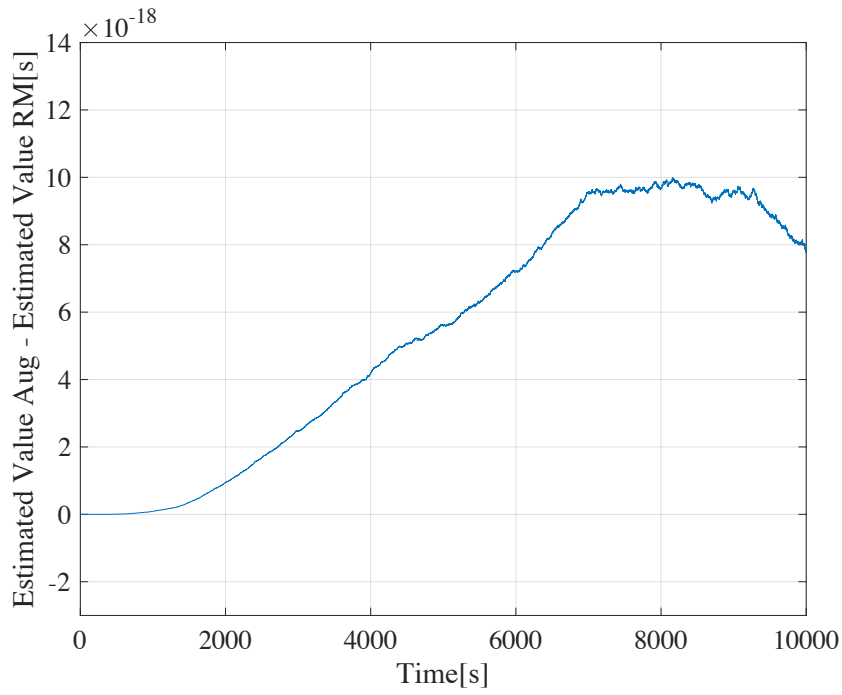


Fig. 4.3 Difference between estimated state value Aug and estimated state value RM in problem1.

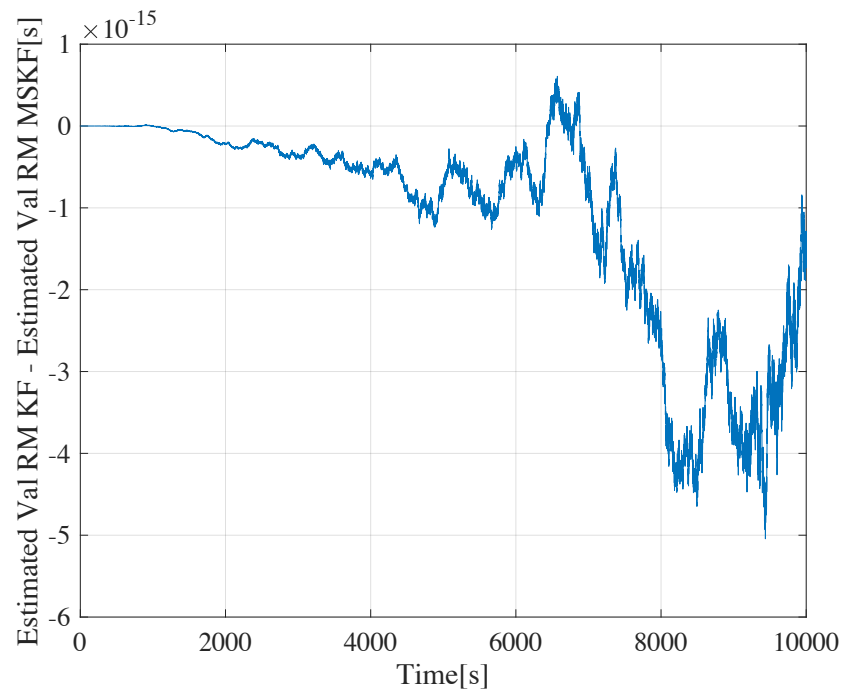


Fig. 4.4 Difference between estimated state value KF and estimated state value MSKF in problem1.

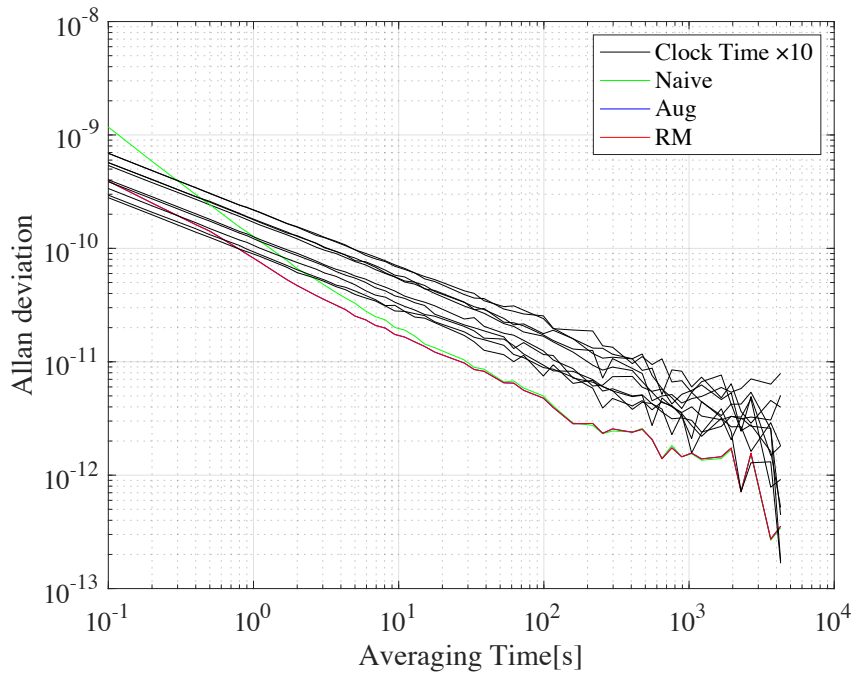


Fig. 4.5 Allan deviation of estimated time scale in problem1.

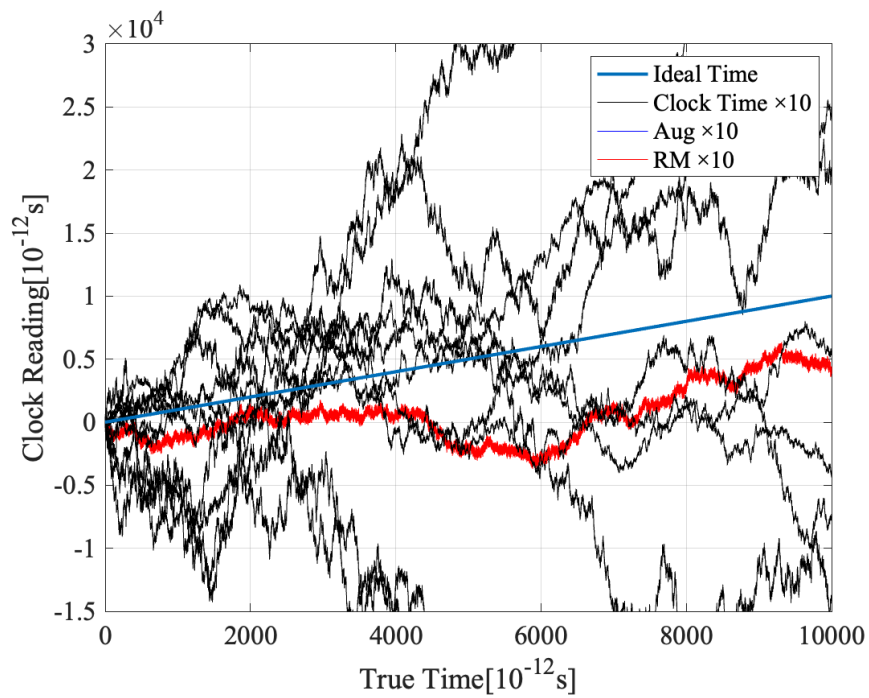


Fig. 4.6 Synchronization of estimated time scale in problem1.

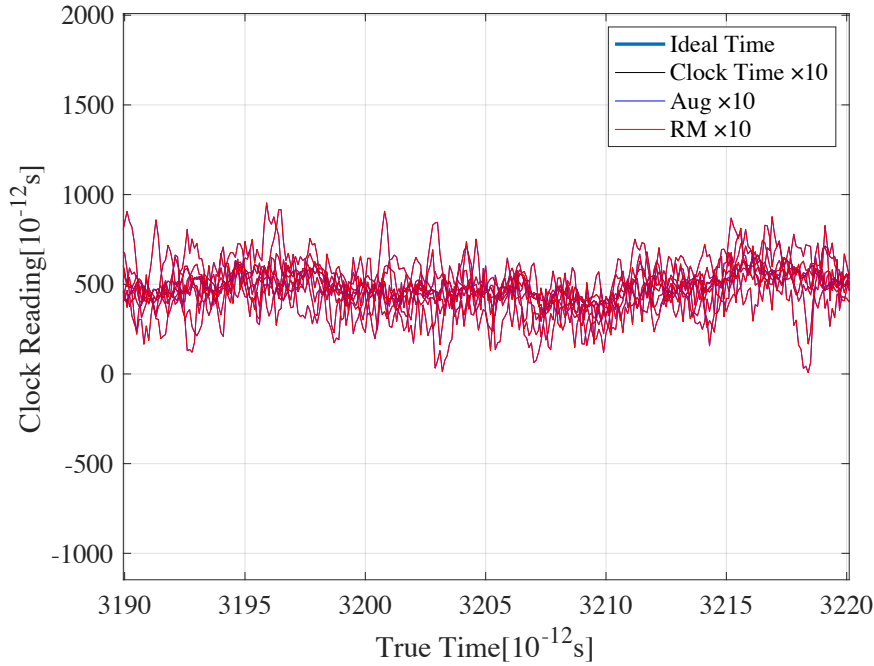


Fig. 4.7 Enlarged view of Fig. 4.6.

測値の再編成法におけるカルマンフィルタの初期値は，事前状態推定値 $\hat{\mathbf{x}}^-[0]$ に $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{20 \times 1}$ のゼロベクトル，事前誤差共分散行列 $\mathbf{P}^-[0]$ に $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{20 \times 20}$ の単位行列を与えた．状態の拡大法におけるカルマンフィルタの初期値は，事前状態推定値 $\mathbf{x}_a^-[0] \in \mathbb{R}^{180 \times 1}$ に $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{180 \times 1}$ のゼロベクトル，事前誤差共分散行列 $\mathbf{P}_a^-[0] \in \mathbb{R}^{180 \times 180}$ には，観測値の再編成法の事前誤差共分散行列の初期値 $\mathbf{P}^-[0]$ を用いて，

$$\mathbf{P}_a^-[0] = \text{diag}(\mathbf{P}^-[0], \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}), \quad \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{20 \times 20}$$

を与えた．

以上の条件にしたがう状態推定シミュレーションの結果を示す．まず，各方法で推定した状態推定値と真値をプロットした結果を Fig. 4.8 に示す．結果から，状態の拡大法と観測値の再編成法を用いた推定値は線が重なり，Naive の結果もほとんど重なることを確認できた．また，どの結果も真値とも重なり，問題 1 の Fig. 4.1 の結果と比較しても，高い精度で推定できていることがわかった．推定精度をより詳細に確認するため，各方法における推定値と真値の差をプロットした結果を Fig. 4.9 に示す．この図から，Naive の推定値に対し，状態の拡大法と観測値の再編成法の推定値がより真値に近い値を推定できていることがわかった．つまり，状態の拡大法を観測値の再編成法の有効性を確認できた．ま

た、ここでも状態の拡大法を観測値の再編成法の推定値の差を Fig. 4.10 に示す。この図では、縦軸が 10^{-23} と、推定値の 10^{-8} という大きさに対して非常に小さな値であるため、ほとんど同じ推定値を計算できているとわかった。問題 1 の Fig. 4.10 の結果より小さな差となった。ただし、ここでも時間経過に伴い差が大きくなる様子も見られた。これは、シミュレーションで用いた MATLAB の有効桁数が 16 桁であり、本シミュレーションで 10^{-24} の桁まで有効となるため、桁落ちが原因だと考えられる。

また、カルマンフィルタによる状態推定値を用いた推定時系の評価を行った。まず安定度を評価するため、アラン偏差の比較結果を Fig. 4.11 に示す。この図では、修正前の各原子時計の結果が 10 本と、Naive と Aug, RM の推定時系の線が 1 本ずつ示されている。ここでは、clock 1 の推定時系の結果を用いた。結果から、Aug と RM で推定した推定時系の線は重なっており、Naive の推定時系より安定度が高いことがわかった。また、修正前の各原子時計の結果と比較しても、特に長期の安定度が高いことがわかり、状態の拡大法と観測値の再編成法の有効性を確認できた。

つぎに、同期を達成しているか確認するため推定時系のプロットを Fig. 4.12 に示す。この図では、原子時計を 10 台用いているため、修正前の各原子時計の結果が 10 本 (黒)、状態の拡大法で推定した推定時系の結果が 10 本 (青)、観測値の再編成法で推定した推定時系の結果が 10 本 (赤) の線で示されている。また、Ideal Time の線は理想時刻 t に準じた理想時系である。ただし、理想時刻 t は未知な値であるため、本シミュレーションでは UTC(NICT) に同期していると考えられる、シミュレーションを行ったデバイスの時刻に準ずるものとした。結果から、推定時系の線が理想時系の線にほとんど重なることを確認できた。また、Fig. 4.13 の拡大図を見ると、推定時系の線がまとまり、理想時系に追従することがわかった。なお、ここでも Aug と RM の線が重なっていることに注意する。つまり、各原子時計の推定時系がシミュレーション上の理想時系に時刻同期したことを確認できた。

4.5 時変遅延における再編成法と観測値を削除する再編成法

本節では、実用化に向けて、時変の遅延に対する観測値の再編成法と、さらに再編成法を応用し、観測値を削除して計算の負荷の観点から効率的に推定を行う再編成法について述べる。また、原子時計群モデルを用いて、シミュレーションを行った結果も示す。

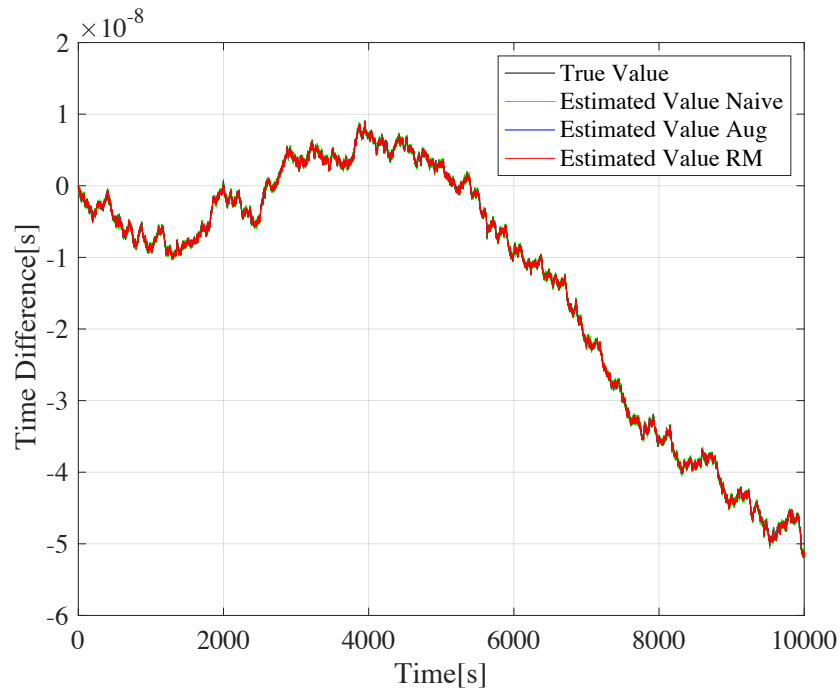


Fig. 4.8 Comparison of estimated state value and true value in problem2.

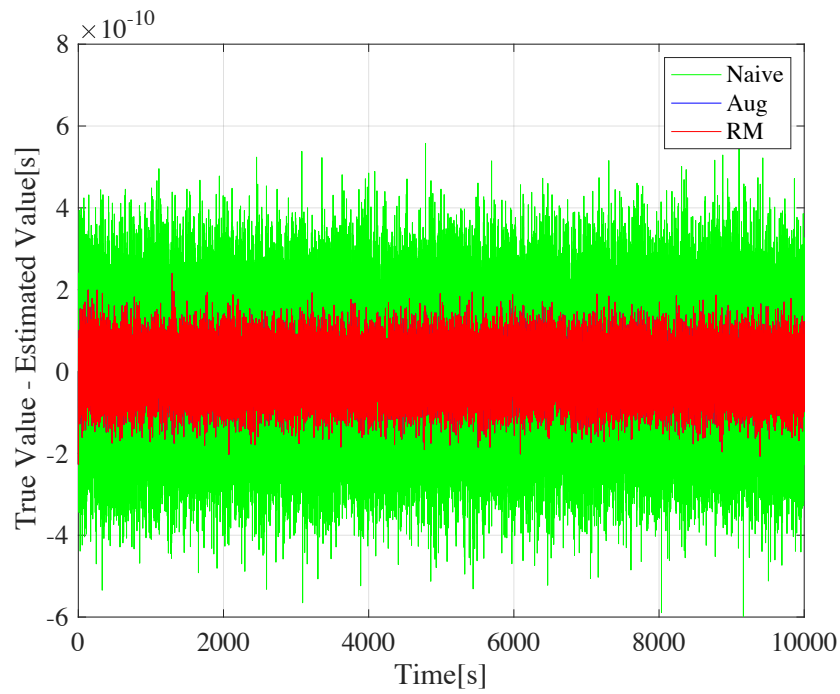


Fig. 4.9 Difference between estimated state value and true value in problem2.

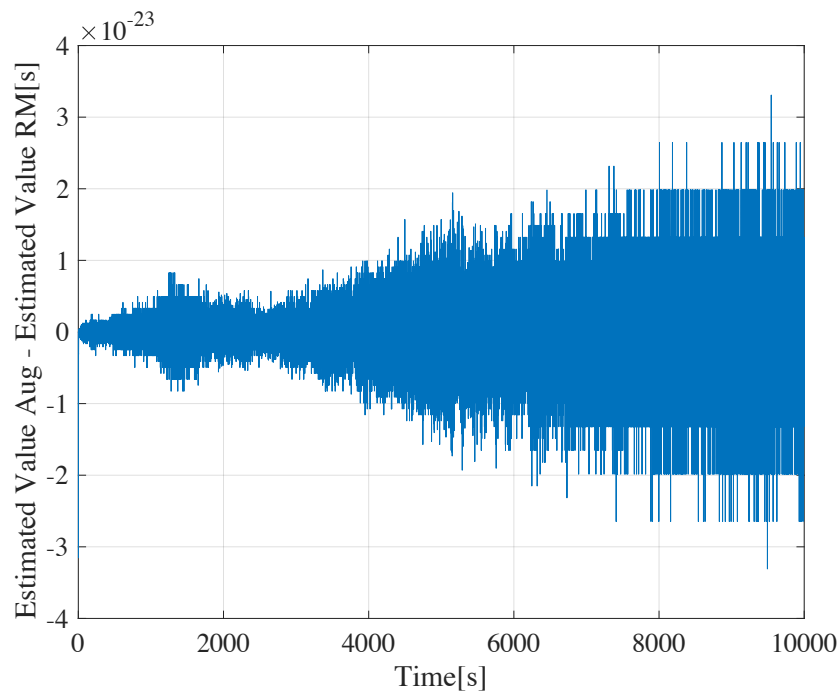


Fig. 4.10 Difference between estimated state value Aug and estimated state value RM in problem2.

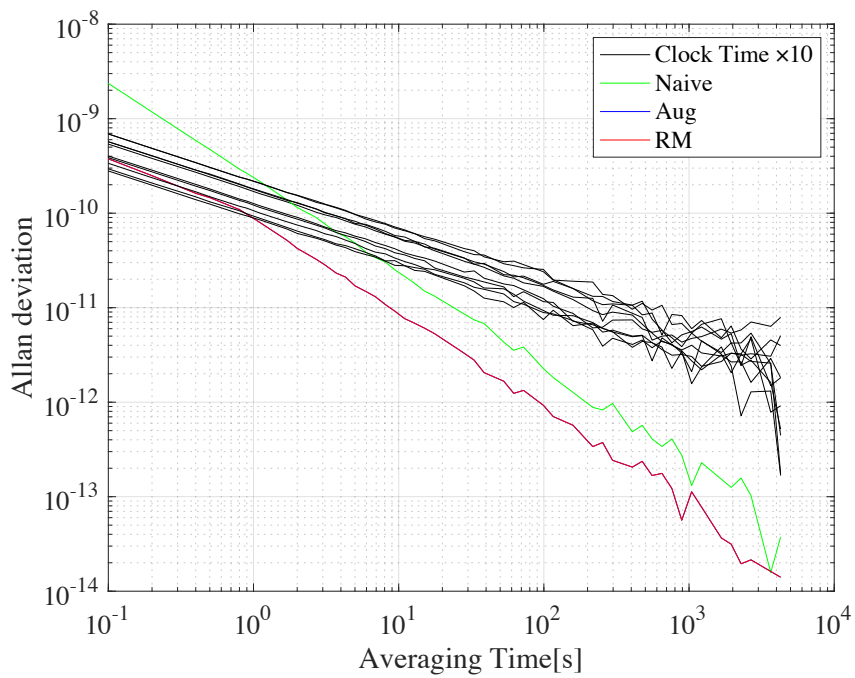


Fig. 4.11 Allan deviation of estimated time scale in problem2.

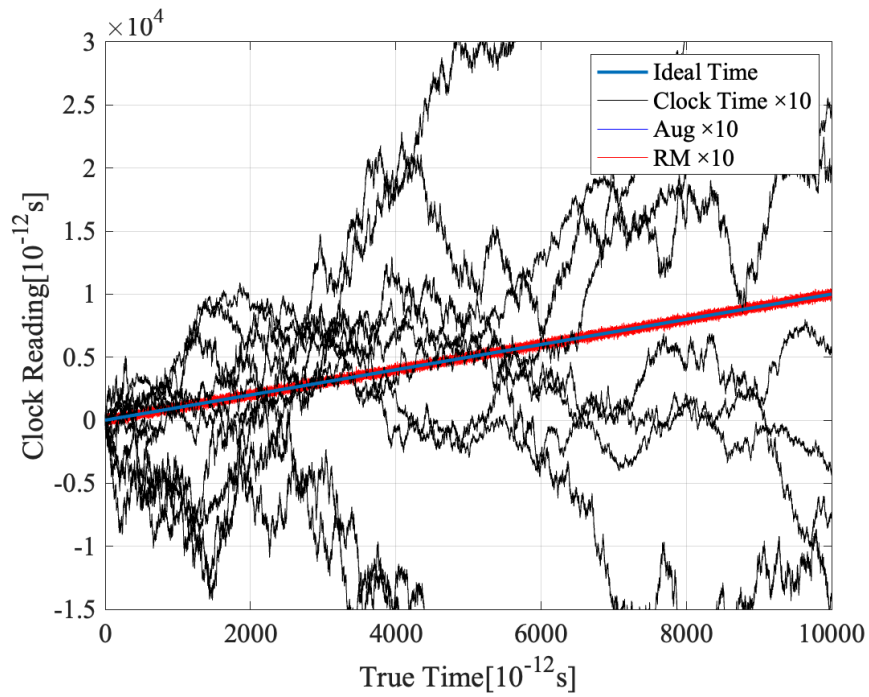


Fig. 4.12 Synchronization of estimated time scale in problem2.

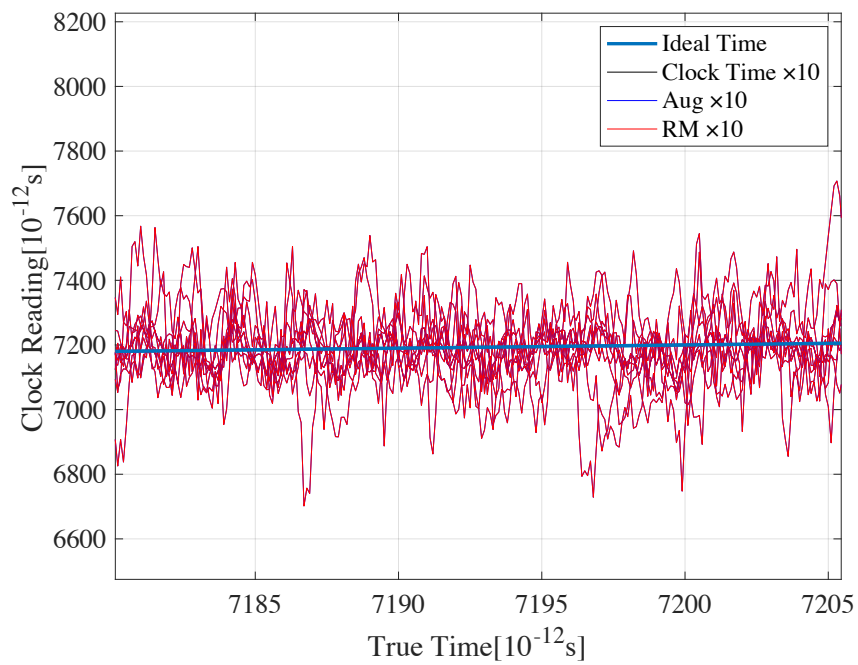


Fig. 4.13 Enlarged view of Fig. 4.12.

4.5.1 時変遅延の設定

本項では、(2.23) で示した一般的な状態空間モデルにおける観測値に時変の遅延が生じたことを考える。(4.1) 式のそれぞれの観測値 y_i をえる際に時変の遅延が生じる状況を考える。すなわち、(4.4) 式が

$$\mathbf{z}[k] = \begin{bmatrix} z_1[k] \\ z_2[k] \\ \vdots \\ z_p[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1[k - d_1[k]] \\ y_2[k - d_2[k]] \\ \vdots \\ y_p[k - d_p[k]] \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

と変更された場合を考える。このとき、 $d_1[k] < d_2[k] < \dots < d_p[k]$ と、 $d_1[k], d_2[k], \dots, d_p[k]$ のうちのいずれかは 0 であるという仮定はしなくてよい。また、ここでは $\mathbf{y}[k]$ の p 個への分割は変化しないことを仮定するが、この分割が変化する場合へも容易に拡張することができる。次項では、観測された $\mathbf{z}[k]$ と $d_1[k], \dots, d_p[k]$ を用いて状態 $\mathbf{x}[k]$ を推定する方法を提案する。

4.5.2 時変の遅延をもつ観測値のもとでの観測値の再編成法

4.3 節で述べた観測値の再編成法では、遅延が時不変であったため、あらかじめ決められた時刻 κ の分割に基づいたアルゴリズムを構成することが可能であった。しかし、時変の遅延のもとではこのアルゴリズムをそのまま適用することはできない。そこで、類似のアイデアを用いつつ、このような場合に対応可能なアルゴリズムを考える。

時刻 k において、集合 $\mathcal{K}_q[k]$ を

$$\mathcal{K}_q[k] = \{\hat{k} - d_q[\hat{k}] \mid \hat{k} \in \{1, 2, \dots, k\}\} \quad (4.16)$$

と定義する。このとき、 $\kappa \in \mathcal{K}_q[k]$ について、

$$\mathbf{y}_q[\kappa] = \mathbf{z}_q[\kappa + d_q[\kappa]] \quad (4.17)$$

はデータ $\mathcal{Z}[k]$ の中に存在することがわかる。 $\boldsymbol{\eta}[\kappa]$ を $\kappa \in \mathcal{K}_q[k]$ を満たす $q \in \{1, 2, \dots, p\}$ に対する $\mathbf{y}_q[\kappa]$ を並べたベクトルとすると、データセット

$$\mathcal{H}[k] = \{\boldsymbol{\eta}[\kappa] \mid \kappa \in \{1, 2, \dots, k\}\} \quad (4.18)$$

を作成することができる。これは $\mathbf{z}[k]$ を並べ替え、遅延のない $\mathbf{y}[k]$ を再現したものであ

る。したがって、時刻 k において、このデータセット $\mathcal{H}[k]$ に対して $\kappa = 1, \dots, k$ までカルマンフィルタを適用することで、 $\mathbf{x}[k]$ の推定値をえることができる。

ここで、時刻 k における $\kappa = 1$ の推定は、(4.16) 式の $\hat{k} - d_q[\hat{k}]$ が最小であり、最も古い時刻の推定であることがわかる。また、時刻 $k-1$, $\kappa = 1$ の $\boldsymbol{\eta}[1]$ において、分割した p 個の観測値全てが届いている場合、時刻 k の $\kappa = 1$ の $\boldsymbol{\eta}[1]$ と全く同じになることがわかる。つまり、時刻 $k-1$ の $\kappa = 1$ の推定結果と、時刻 k の $\kappa = 1$ の推定結果が全く同じになる。これは、時刻 $k+1$ 以降の $\kappa = 1$ の推定結果も同様である。したがって、時刻 $k-1$ において、 $\boldsymbol{\eta}[1]$ の観測値が p 個全て届いた場合に関しては、時刻 k 以降における $\boldsymbol{\eta}[1]$ を用いたカルマンフィルタの計算を省略できる。また、これは $\kappa = 1$ 以降も同様に考えることができる。時刻 $k-1$ の $\boldsymbol{\eta}[1], \dots, \boldsymbol{\eta}[\kappa_d]$ において、分割した p 個の観測値全てが届いている場合、時刻 $k-1$ の $\kappa = 1, \dots, \kappa_d$ の推定結果と、時刻 k の $\kappa = 1, \dots, \kappa_d$ の推定結果が同じになり、カルマンフィルタの計算を省略できる。つまり、データセット $\mathcal{H}[k]$ に対して $\kappa = k - d_{\max}[k], \dots, k$ までのカルマンフィルタを適用することで、 $\kappa = 1, \dots, k$ まで適用した場合と全く同じ結果がえられる。ここで、 $k - d_{\max}[k]$ は、時刻 $k-1$ における $\kappa_d[k-1]$ を用いて、 $k - d_{\max}[k] = \kappa_d[k-1] + 1$ となる。ただし、これは $\kappa = 1, \dots, k - d_{\max}[k] - 1$ において、全ての観測値が届いている場合のみ適用できることに注意する。

4.5.3 効率的な観測値の再編成法の例

(4.5.2) 項で述べたアルゴリズムでは、時刻 k について、 $\kappa = k - d_{\max}[k], \dots, k$ までのカルマンフィルタを適用する必要がある。これは遅延によっては、計算負荷の観点から非効率的となってしまう場合がある。

たとえば、時刻 $k = 100$, $p = 1$ の場合、(4.16) の集合は

$$\mathcal{K}_1[100] = \{\hat{k} - d_1[\hat{k}] \mid \hat{k} \in \{1, 2, \dots, 100\}\}$$

となり、 $d_1[\hat{k}]$ によっては

$$\mathcal{K}_1[100] = \{1, 90, 91, \dots, 99, 100\}$$

となることもある。この場合、 $k - d_{\max}[k] = 1$ となり、 $1 \leq k \leq 100$ の範囲でカルマンフィルタを適用する必要がある。ここで、集合 $\mathcal{K}_1[100]$ を

$$\mathcal{K}_1[100] = \{90, 91, \dots, 99, 100\}$$

とすることができれば、 $k - d_{\max}[k] = 90$ となり、 $90 \leq k \leq 100$ の範囲のみカルマンフィ

ルタを適用すればよい.

そこで, 任意の値 \hat{d} を用いて, カルマンフィルタを適用する k の範囲を指定することを考える. (4.16) の集合と同様に

$$\hat{\mathcal{K}}_q[k] = \{\hat{k} - d_q[\hat{k}] \mid d_q[\hat{k}] \leq \hat{d}, \hat{k} \in \{1, 2, \dots, k\}\} \quad (4.19)$$

と定義すると, $d_{\max}[k] \leq \hat{d}$ が常に成り立つ. この集合をもとに, (4.5.3) 項と同様にデータセット

$$\hat{\mathcal{H}}[k] = \{\hat{\eta}[\hat{k}] \mid \hat{k} \in \{1, 2, \dots, k\}\} \quad (4.20)$$

を作成する. このデータセットに対して $\hat{k} = k - \hat{d}, \dots, k$ までカルマンフィルタを適用することで, 計算負荷を抑制しつつ, $\mathbf{x}[k]$ の推定値をえることができる.

定常カルマンゲインに基づく観測値の削除

ここでは, \hat{d} を定常カルマンフィルタのインパルス応答が十分に収束する長さを選んだときの推定について述べる. 2.3.2 項 (2.23) で示した一般的な状態空間モデルにおいて, システムのパラメータが時間変化せず, 安定であるとする, 定常カルマンゲインに収束し, これを \mathbf{G}_{ss} と定義する. また, カルマンフィルタの状態推定値は, 観測値の重み付き和の形で表されることが知られている [34]. この式を, 定常カルマンゲイン \mathbf{G}_{ss} を用いて表すと

$$\hat{\mathbf{x}}[k] = \sum_{k_r=1}^k (\mathbf{A} - \mathbf{G}_{ss}\mathbf{C}\mathbf{A})^{k-k_r} \mathbf{G}_{ss} \mathbf{y}[k_r] \quad (4.21)$$

となる. つまり, 時刻 k における状態推定値 $\hat{\mathbf{x}}[k]$ は, 時刻 1 から k までの観測値の重み付き和で構成される. ここで, カルマンフィルタの性質から $(\mathbf{A} - \mathbf{G}_{ss}\mathbf{C}\mathbf{A})$ は安定である. したがって, 指数 $k - k_r$ が大きくなると, その行列の成分は 0 に収束する. また, 指数 $k - k_r$ の大きい $(\mathbf{A} - \mathbf{G}_{ss}\mathbf{C}\mathbf{A})^{k-k_r} \mathbf{G}_{ss}$ ほど \hat{k} の小さい (時刻の古い) 観測値 $\mathbf{y}[k_r]$ の係数となることに注意する. したがって, $(\mathbf{A} - \mathbf{G}_{ss}\mathbf{C}\mathbf{A})^{k-k_r} \mathbf{G}_{ss}$ の行列の成分が 0 に収束したとき, 時刻 $1, \dots, k_r$ の観測値を無視することができる. ここで, $\hat{d} = k - k_r + 1$ とすることで, 時刻 $1, \dots, k - \hat{d} - 1$ の観測値を無視して推定を行うことと考えることができる. このように定常カルマンゲインに基づき設定した \hat{d} を用いて, (4.19) に対するデータセットを作成する. このデータセットに対して $\hat{k} = k - \hat{d}, \dots, k$ までカルマンフィルタを適用することで, 効率よく $\mathbf{x}[k]$ の推定値をえることができる.

4.5.4 原子時計群モデルにおける状態推定シミュレーションの結果と推定時刻の評価

本項では、(4.5.2) 項で述べた時変遅延に対する観測値の再編成法と、(4.5.3) 項で述べた定常カルマンゲインに基づく観測値を削除する再編成法で状態推定を行った結果について示す。また、2つの方法の有効性を確かめる比較対象として、遅延を無視して推定を行った Naive の結果も示す。ここでは、10 台のセシウム原子時計 ($m = 10, n = 2$) をライン型に基づいて比較した場合のシミュレーションとした。サンプリング時間は $T = 0.1$ s とした。また、(3.14) 式のシステム雑音、観測雑音の分散における各時計の $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_0$ の値は、Table3.1 にしたがうものとした。また、この数値シミュレーションにおいて、状態の真値は利用可能であり、推定値と真値の比較が可能であることに注意する。以上の条件を踏まえ、遅延が定期的にかかる場合と、遅延がランダムにかかる場合の2パターンの遅延でシミュレーションを行った結果を示す。さらに、遅延がランダムにかかる場合の結果を踏まえて、更なる検討を行った結果を遅延がランダムにかかる場合 (非定常時も観測値を削除する場合) で示す。

遅延 1：遅延が定期的にかかる場合

ここでは、遅延が定期的にかかる場合のシミュレーション結果を示す。なお、4.5.3 項で述べた、定常カルマンゲインに基づく観測値を削除する観測値の再編成法の結果は、カルマンフィルタが定常状態になることを仮定しているため、問題 2 の設定のみ示すこととする。また、本設定は確率的に分布する遅延ではないため、アラン偏差を用いた評価は、本質的な安定度の評価につながらない。そのため、ここではアラン偏差による安定度の評価は行わないこととする。

まず、問題 1 の結果から示す。ここでの遅延は時刻 $k \in \{40, \dots, 50, 90, \dots, 100, 140, \dots, 150, \dots, 9990, \dots, 10000\}$ において

$$d[k] = \underbrace{\left[50 \ 50 \ 50 \ 50 \ 50 \ 50 \ 50 \ 50 \ 50 \right]}_{m-1}$$

が発生し、その他の時刻では遅延が生じないものとした。また、3.3 節で述べた通り、問題 1 のシステムは不可観測であるため、問題 1 の観測値の再編成法で用いるカルマンフィルタは MSKF とした。ただし、Naive で用いるカルマンフィルタは、2.3.2 節で述べた通常のカルマンフィルタを用いることとした。Naive におけるカルマンフィルタの初期値

は、事前状態推定値 $\hat{\mathbf{x}}^-[0]$ に $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{20 \times 1}$ のゼロベクトル、事前誤差共分散行列 $\mathbf{P}^-[0]$ に $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{20 \times 20}$ の単位行列を与えた。観測値の再編成法における MSKF の初期値は、事前状態推定値 $\hat{\zeta}_0^-[0]$ に $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{18 \times 1}$ 、 $\hat{\zeta}_{\text{uo}}^-[0]$ は $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ のゼロベクトルを与えた。事前誤差共分散行列 $\mathbf{P}_0^- \in \mathbb{R}^{18 \times 18}$ 、 $\mathbf{P}_{\text{uo}}^- \in \mathbb{R}^{18 \times 2}$ には $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{20 \times 20}$ を用いて、それぞれ $\mathbf{T}_{\text{st}}^{-1} \mathbf{I} (\mathbf{T}_{\text{st}}^{-1})^\top$ の可観測部分と不可観測部分を与えた。ここで、 \mathbf{T}_{st} は、(3.22) を満たす任意の行列である。

以上の条件にしたがうシミュレーションの結果を示す。まず、各方法で推定した状態推定値と真値をプロットした結果を Fig. 4.14 に示す。この図において、Estimated Value Naive が Naive を用いた推定結果である。Estimated Value RM が観測値の再編成法を用いた推定結果である。結果から、どちらの結果も真値に近い値を推定できていることがわかった。推定精度をより詳細に確認するため、各方法における推定値と真値の差をプロットした結果を Fig. 4.15 に示す。この図から、Naive の推定値と RM の推定値に少し差があることがわかった。また、観測値の再編成法で推定した推定時系のプロットを Fig. 4.16 に示す。この図では、原子時計を 10 台用いているため、修正前の各原子時計の結果が 10 本 (黒)、推定時系の結果が 10 本 (青) の線で示されている。また、Ideal Time の線は理想時刻 t に準じた理想時系である。ただし、理想時刻 t は未知な値であるため、本シミュレーションでは UTC(NICT) に同期していると考えられる、シミュレーションを行ったデバイスの時刻に準ずるものとした。結果から、推定時系の線が理想時系に重なりはしなかったが、修正前の各原子時計の線に対し、線のばらつきはなく理想時系に近い線となった。また、Fig. 4.17 の拡大図を見ると、推定時系の線がまとまっていることがわかった。つまり、シミュレーション上の理想時系に同期したとは言えないが、原子時計群が時刻同期を達成したことを確認できた。

つぎに、問題 2 の結果を示す。ここでの遅延は時刻 $k \in \{40, \dots, 50, 90, \dots, 100, 140, \dots, 150, \dots, 9990, \dots, 10000\}$ において

$$\mathbf{d}[k] = \underbrace{\begin{bmatrix} 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 \end{bmatrix}}_m$$

が発生し、その他の時刻では遅延が生じないものとした。Naive におけるカルマンフィルタの初期値は、事前状態推定値 $\hat{\mathbf{x}}^-[0]$ に $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{20 \times 1}$ のゼロベクトル、事前誤差共分散行列 $\mathbf{P}^-[0]$ に $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{20 \times 20}$ の単位行列を与えた。観測値の再編成法におけるカルマンフィルタの初期値は、事前状態推定値 $\hat{\mathbf{x}}^-[0]$ に $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{20 \times 1}$ のゼロベクトル、事前誤差共分散行列 $\mathbf{P}^-[0]$ に $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{20 \times 20}$ の単位行列を与えた。定常カルマンゲインに基づき観測値を削除する再編成法におけるカルマンフィルタの初期値は、事前状態推定値 $\hat{\mathbf{x}}^-[0]$ に $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{20 \times 1}$ のゼロベクトル、事前誤差共分散行列 $\mathbf{P}^-[0]$ に $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{20 \times 20}$ の単位行列を与えた。また、観測値を削除

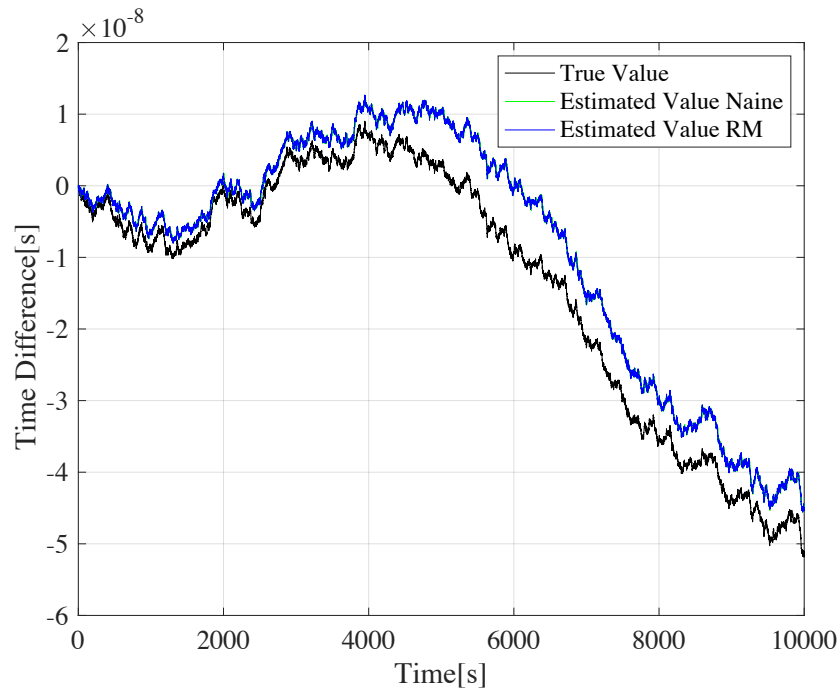


Fig. 4.14 Comparison of estimated state value and true value in problem1.

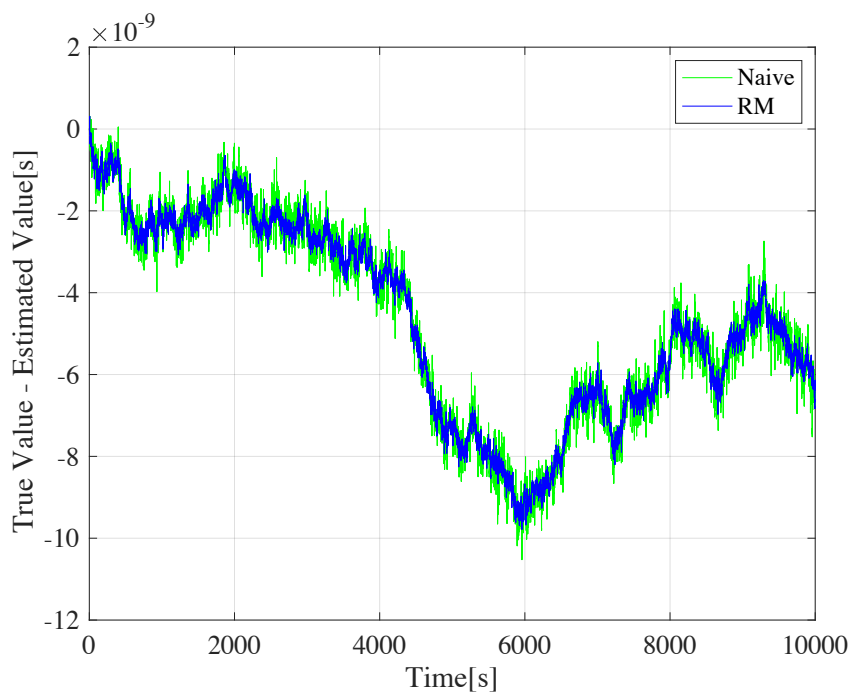


Fig. 4.15 Difference between estimated state value and true value in problem1.

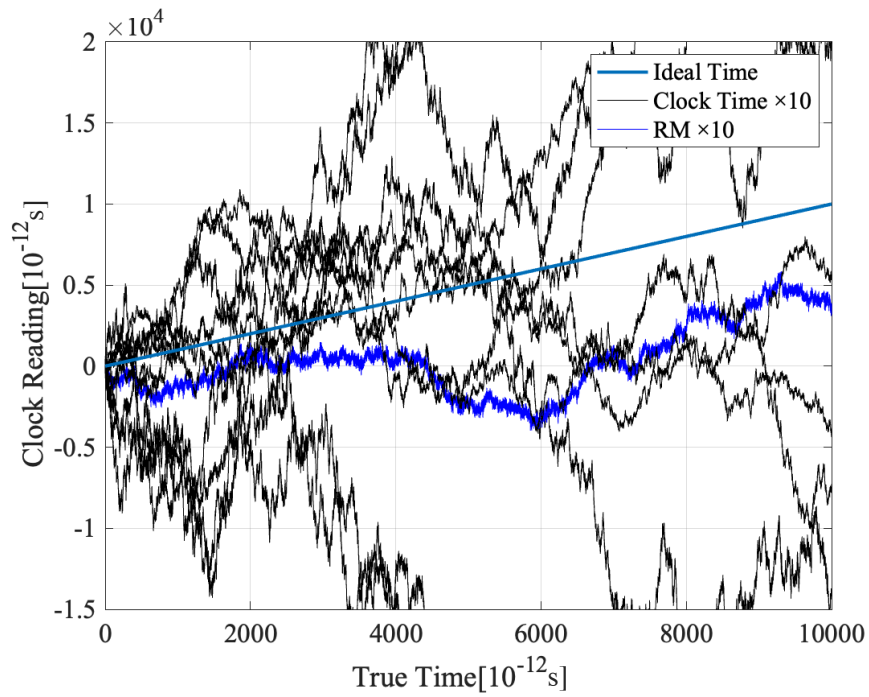


Fig. 4.16 Synchronization of estimated time scale in problem1.

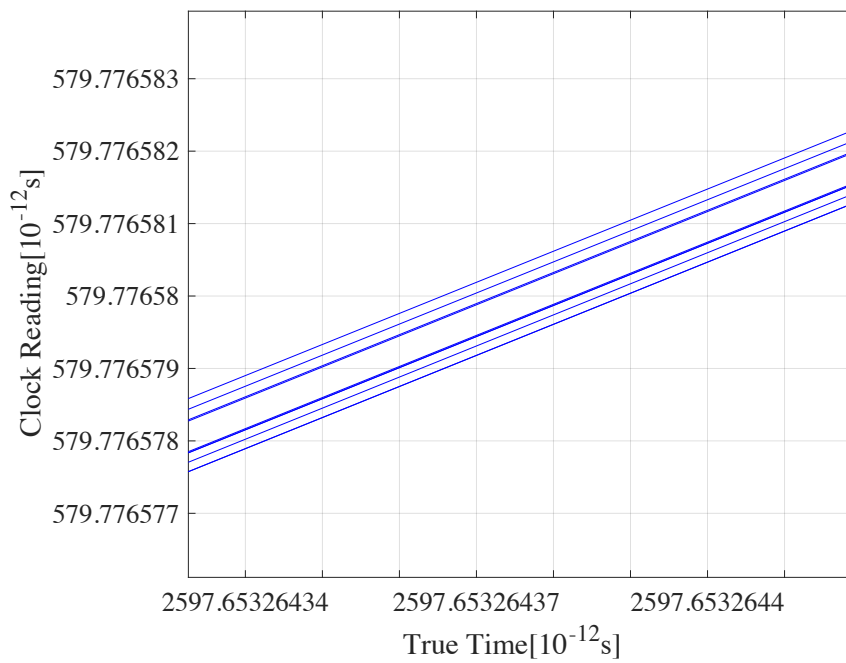


Fig. 4.17 Enlarged view of Fig. 4.16.

する効率的な観測値の再編成法では、4.5.3 項で述べた通り、定常カルマンゲインに基づき \hat{d} を決定する。ここでは、原子時計群モデルを用いた観測値の重み付き和の観測値の係数に着目して \hat{d} を決定した。 $(A - G_{ss}CA)^{\tau-1}G_{ss}$ の要素の絶対値の最大値となる値をプロットした結果を Fig. 4.18 に示す。この図において、赤線で示した 2×10^{-7} より小さくなったとき、 $(A - G_{ss}CA)^{\tau-1}G_{ss}$ の行列の成分が 0 に収束したと判断することとした。図を見ると、 $\tau = 3$ で収束したことがわかる。 $\tau = 3$ は $k - k_r = 2$ に対応するので、 $\hat{d} = 3$ となった。つまり、カルマンゲインが定常状態となってから $\hat{k} = k - 3, \dots, k$ までカルマンフィルタを適用した。ただし、カルマンゲインが定常でない場合には、 $\kappa = k - d_{\max}[k], \dots, k$ までカルマンフィルタを適用した。

以上の条件にしたがうシミュレーションの結果を示す。まず、各方法で推定した状態推定値と真値をプロットした結果を Fig. 4.19 に示す。この図において、Estimated Value Naive が Naive を用いた推定結果である。Estimated Value RM が観測値の再編成法を用いた推定結果である。Estimated Value RMd が定常カルマンゲインに基づき観測値を削除する再編成法を用いた推定結果である。結果から、どの結果も真値の線と重なり、問題 1 の Fig. 4.14 の結果と比較しても高い精度で推定できていることがわかった。推定精度をより詳細に確認するため、各方法における推定値と真値の差をプロットした結果を Fig. 4.20 に示す。この図から、Naive の結果に対して、2 つの再編成法の方が高い精度で推定できていることがわかった。また、通常の再編成法 RM と観測値を削除する再編成法 RMd の推定値の差を Fig. 4.21 に示す。結果から、推定値の差が 10^{-15} ほどであり、推定値の 10^{-8} という大きさに対して非常に小さな値であることがわかった。つまり、RMd で推定精度を維持しつつ、効率よく観測値を削除できていると考えられ、その有効性を確認できた。また、観測値の再編成法 RM で推定した推定時系のプロットを Fig. 4.22 に示す。この図では、原子時計を 10 台用いているため、修正前の各原子時計の結果が 10 本 (黒)、推定時系の結果が 10 本 (青) の線で示されている。また、Ideal Time の線は理想時刻 t に準じた理想時系である。ただし、理想時刻 t は未知な値であるため、本シミュレーションでは UTC(NICT) に同期していると考えられる、シミュレーションを行ったデバイスの時刻に準ずるものとした。結果から、推定時系の線が理想時系の線にほとんど重なることを確認できた。また、Fig. 4.23 の拡大図を見ると、推定時系の線がまとまり、理想時系に追従することがわかった。つまり、各原子時計の推定時系がシミュレーション上の理想時系に時刻同期したことを確認できた。観測値を削除する再編成法 RMd で推定した推定時系のプロットを Fig. 4.24 に示す。この図では、修正前の各原子時計の結果が 10 本 (黒)、推定時系の結果が 10 本 (赤) の線で示されている。結果から、RM と同様に推定時系の線が理想時系の線にほとんど重なることを確認できた。また、Fig. 4.25 の拡大図を見ると、推定時

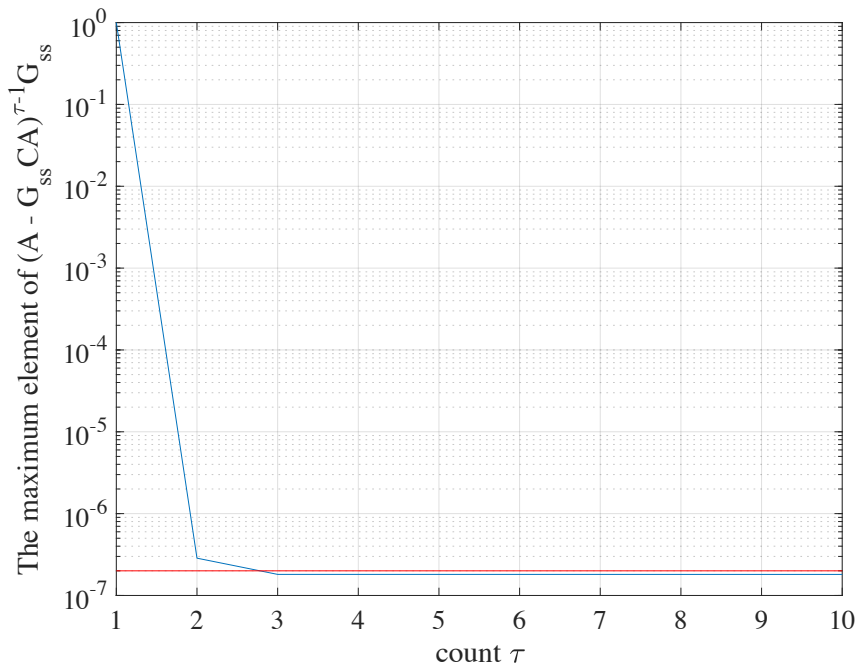


Fig. 4.18 The maximum element of $(A - G_{ss}CA)^{\tau-1}G_{ss}$

系の線がまとまり、理想時系に追従することがわかった。つまり、こちら各原子時計の推定時系がシミュレーション上の理想時系に時刻同期したことを確認できた。

遅延 2：遅延がランダムに起こる場合

ここでは、遅延がランダムに起こる場合のシミュレーション結果を示す。なお、4.5.3 で述べた、定常カルマンゲインに基づく観測値を削除する観測値の再編成法の結果は、カルマンフィルタが定常状態になることを仮定しているため、問題 2 の設定のみ示すこととする。

まず、問題 1 の結果から示す。ここでの遅延は、一様分布にしたがう整数の乱数とした。また、3.3 節で述べた通り、問題 1 のシステムは不可観測であるため、問題 1 の観測値の再編成法で用いるカルマンフィルタは MSKF とした。ただし、Naive で用いるカルマンフィルタは、2.3.2 節で述べた通常のカマンフィルタを用いることとする。各方法におけるカルマンフィルタ、MSKF の初期値は、遅延が定期的にかかる場合で述べた初期値と同じものとした。

以上の条件にしたがうシミュレーションの結果を示す。まず、各方法で推定した状態推定値と真値をプロットした結果を Fig. 4.26 に示す。この図において、Estimated Value

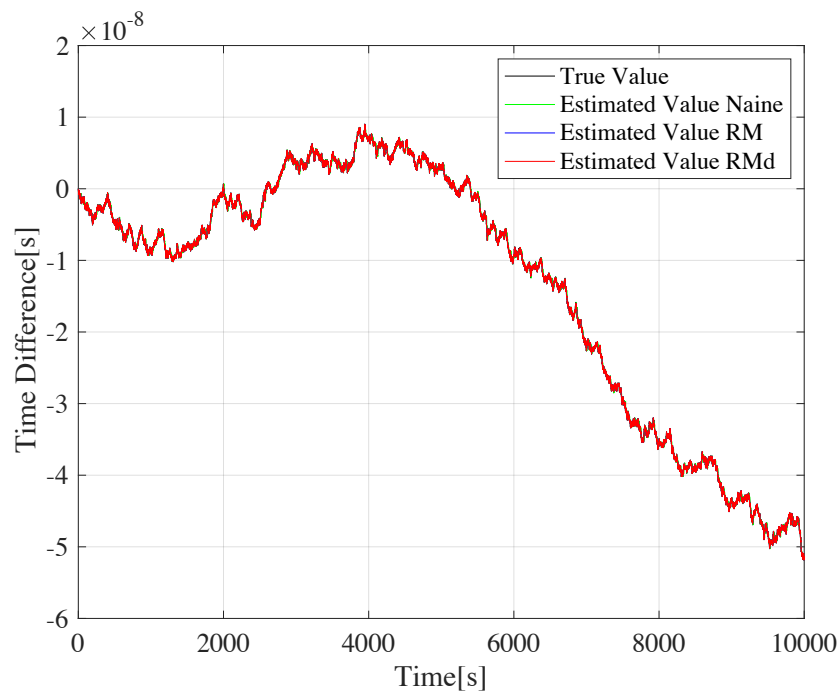


Fig. 4.19 Comparison of estimated state value and true value in problem2.

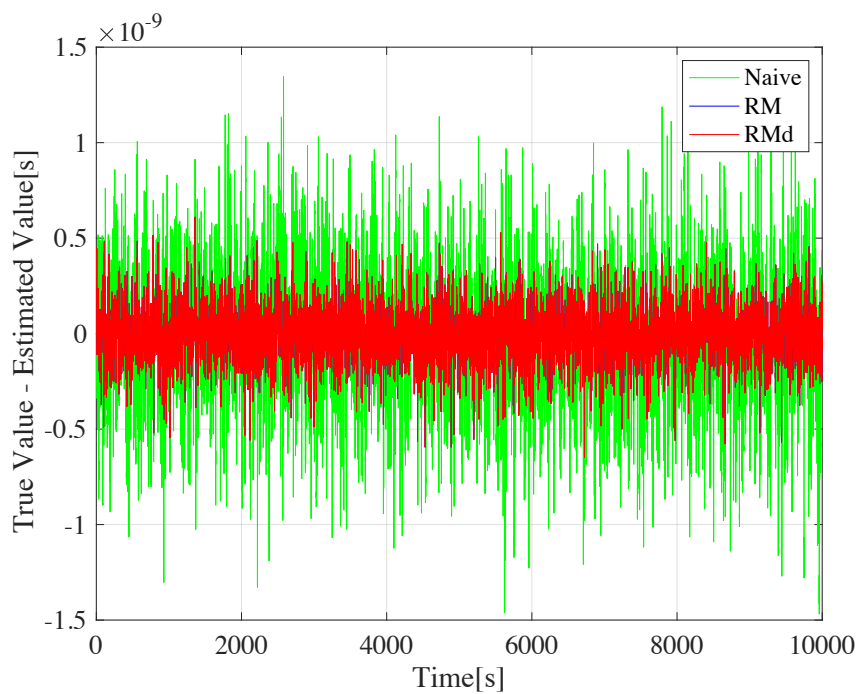


Fig. 4.20 Difference between estimated state value and true value in problem2.

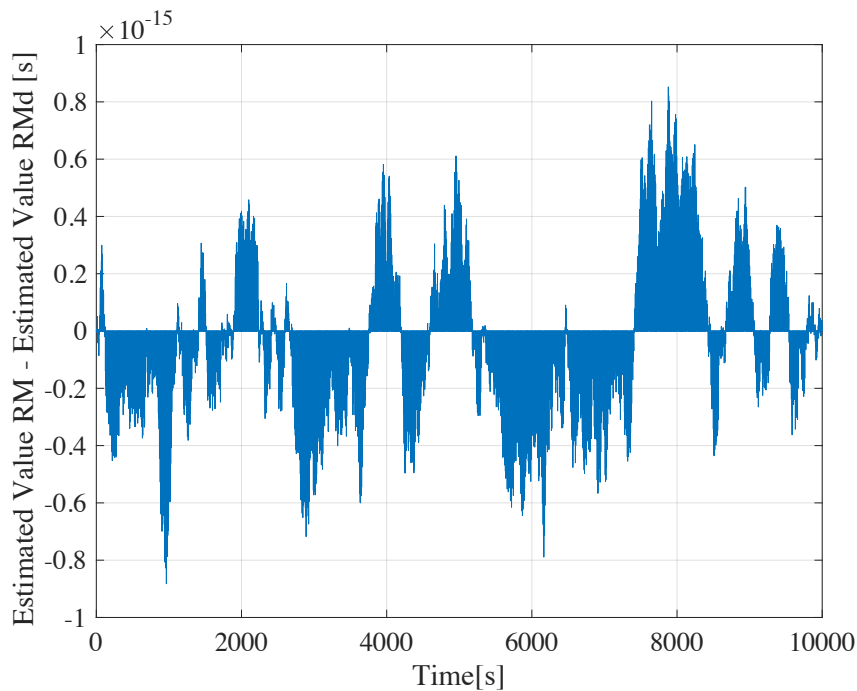


Fig. 4.21 Difference between estimated state value RM and estimated state value RMd in problem2.

Naive が Naive を用いた推定結果である。Estimated Value RM が観測値の再編成法を用いた推定結果である。結果から、どちらの結果も真値に近い値を推定できていることがわかった。推定精度をより詳細に確認するため、各方法における推定値と真値の差をプロットした結果を Fig. 4.27 に示す。この図から、Naive の推定値と観測値の再編成法の推定値に少し差があることがわかった。また、3.5 節と同様に、カルマンフィルタによる状態推定値を用いた推定時系の評価を行った。まず、安定度をアラン偏差で比較した結果を Fig. 4.28 に示す。この図では、修正前の各原子時計の結果が 10 本と、Naive と RM の推定時系の線が 1 本ずつ示されている。ここでは、clock 1 の推定時系の結果を用いた。結果から、観測値の再編成法で推定した推定時系は、Naive の推定時系より安定度の高い時系となったことがわかった。また、修正前の各原子時計の結果と比較しても、特に長期の安定度が高いことがわかり、観測値の再編成法の有効性を確認できた。修正前の各原子時計の結果に対して、推定時系の短期の安定度が高くなかったことに関しては、遅延が影響していると考えられる。つぎに、観測値の再編成法で推定した推定時系のプロットを Fig. 4.29 に示す。この図では、原子時計を 10 台用いているため、修正前の各原子時計の結果が 10 本 (黒)、推定時系の結果が 10 本 (青) の線で示されている。また、Ideal Time の線は理想時刻 t に準じた理想時系である。ただし、理想時刻 t は未知な値であるため、

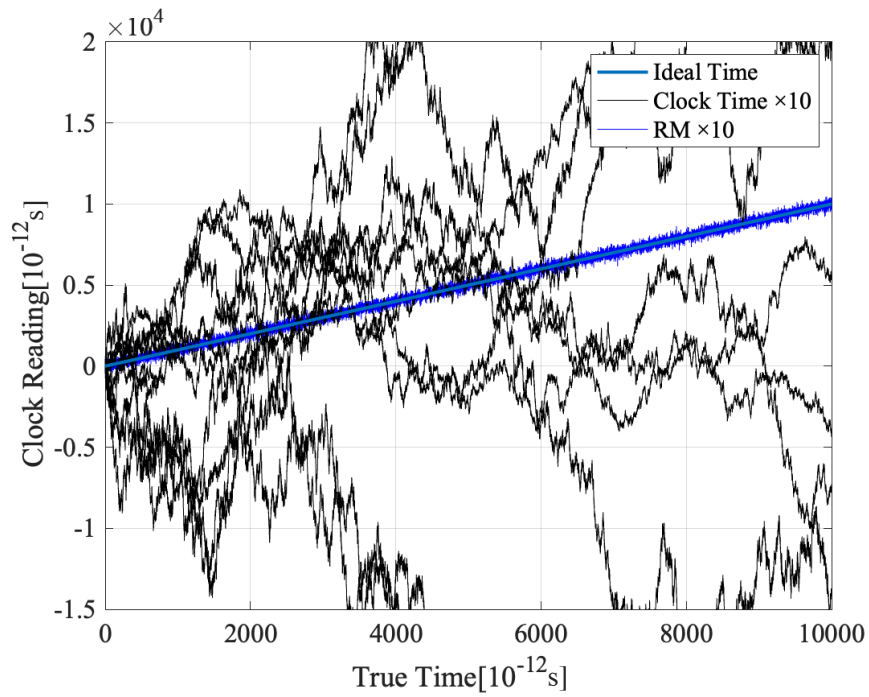


Fig. 4.22 Synchronization of estimated time scale RM in problem2.

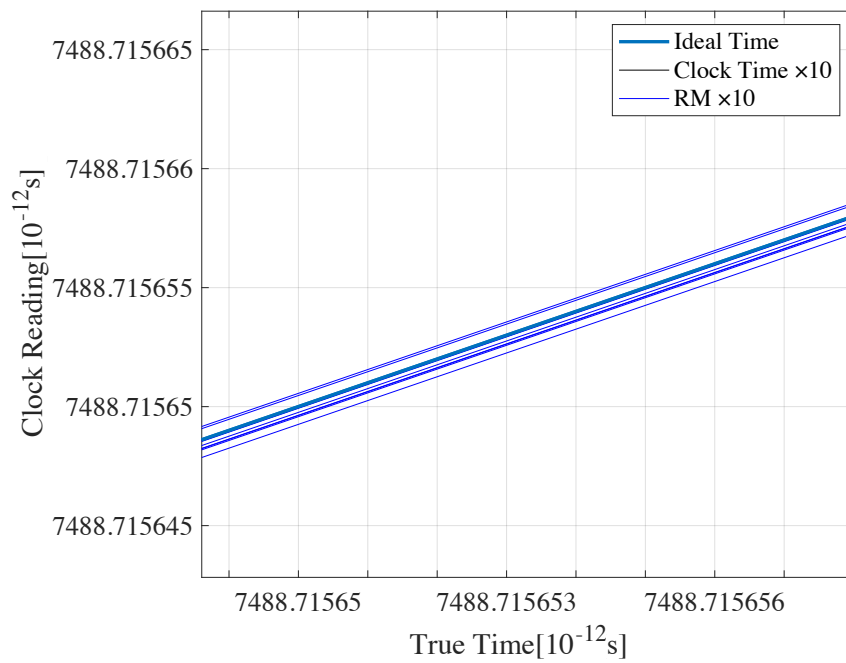


Fig. 4.23 Enlarged view of Fig. 4.22.

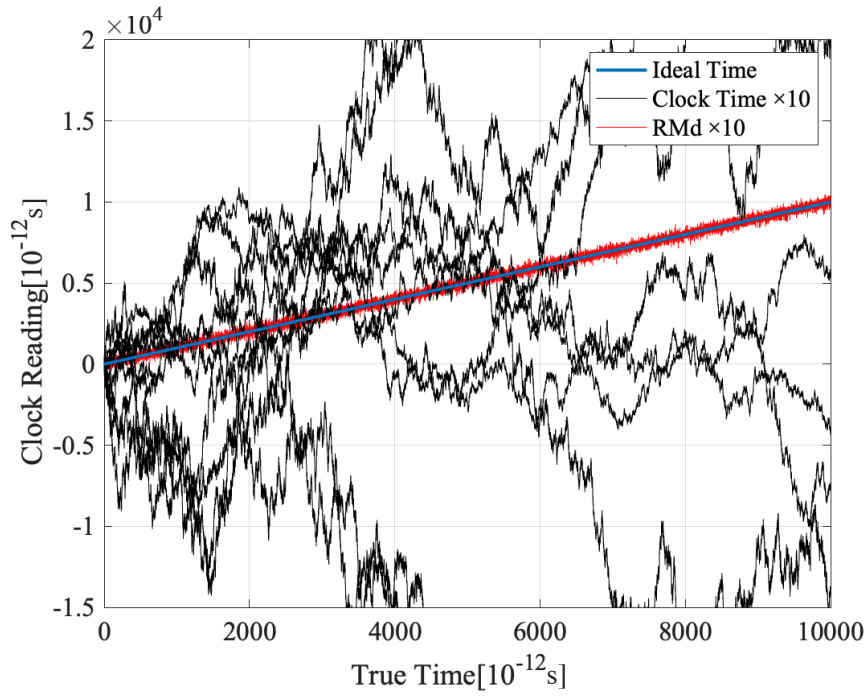


Fig. 4.24 Synchronization of estimated time scale RM in problem2.

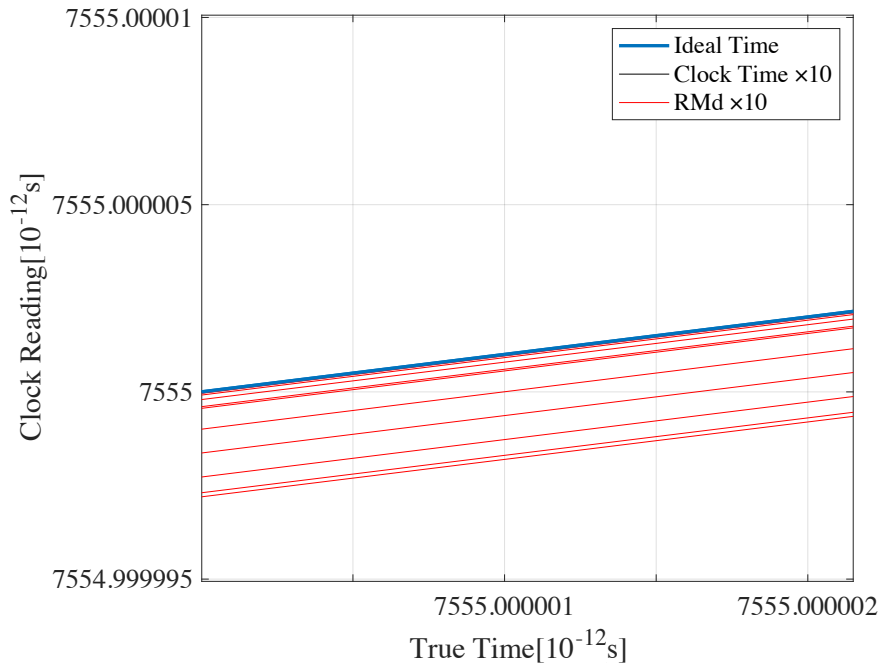


Fig. 4.25 Enlarged view of Fig. 4.24.

本シミュレーションでは UTC(NICT) に同期していると考えられる，シミュレーションを行ったデバイスの時刻に準ずるものとした．結果から，推定時系の線が理想時系に重なりはしなかったが，修正前の各原子時計の線に対し，線のばらつきはなく理想時系に近い線となった．また，Fig. 4.30 の拡大図を見ると，推定時系の線がまとまっていることがわかった．つまり，シミュレーション上の理想時系に同期したとは言えないが，原子時計群が時刻同期を達成したことを確認できた．

つぎに，問題 2 の結果を示す．ここでの遅延は，一様分布にしたがう整数の乱数とした．各方法におけるカルマンフィルタの初期値は，**遅延が定期的にかかる場合**で述べた初期値と同じものとした．また，観測値を削除する再編成法における \hat{d} は，**遅延が定期的にかかる場合**と同様に，Fig. 4.18 に基づき $\hat{d} = 3$ とした．

以上の条件にしたがうシミュレーションの結果を示す．まず，各方法で推定した状態推定値と真値をプロットした結果を Fig. 4.31 に示す．この図において，Estimated Value Naive が Naive を用いた推定結果である．Estimated Value RM が観測値の再編成法を用いた推定結果である．Estimated Value RMd が定常カルマンゲインに基づき観測値を削除する再編成法を用いた推定結果である．結果から，どの結果も真値の線と重なり，問題 1 の Fig. 4.26 の結果と比較しても高い精度で推定できていることがわかった．推定精度をより詳細に確認するため，各方法における推定値と真値の差をプロットした結果を Fig. 4.32 に示す．この図から，Naive の結果に対して，2 つの再編成法の方が高い精度で推定できていることがわかった．また，通常の再編成法 RM と観測値を削除する再編成法 RMd の推定値の差を Fig. 4.33 に示す．この結果から，差が全くないことがわかった．各時刻におけるカルマンゲインの値を確認したところ，遅延が一様に分布しているため，カルマンゲインが定常状態に収束しないことを確認できた．つまり，RMd で観測値を削除できず，RM と全く同じ推定が行われた．したがって，遅延の分布によっては，今回の方法で効率化を図ることができないことを確認できた．また，3.5 節と同様に，カルマンフィルタによる状態推定値を用いた推定時系の評価を行った．まず，安定度をアラン偏差で比較した結果を Fig. 4.34 に示す．この図では，修正前の各原子時計の結果が 10 本と，Naive, RM, RMd の推定時系の線が 1 本ずつ示されている．ここでは，clock 1 の推定時系の結果を用いた．結果から，観測値の再編成法で推定した推定時系は，Naive の推定時系より安定度の高い時系となったことがわかった．また，修正前の各原子時計の結果と比較しても，特に長期の安定度が高いことがわかり，観測値の再編成法の有効性を確認できた．修正前の各原子時計の結果に対して，推定時系の短期の安定度が高くならなかったことに関しては，遅延が影響していると考えられる．さらに，RM と RMd のアラン偏差の線が重なっており，観測値を削除する RMd でも通常の再編成法 RM と同等の安定度であることを確

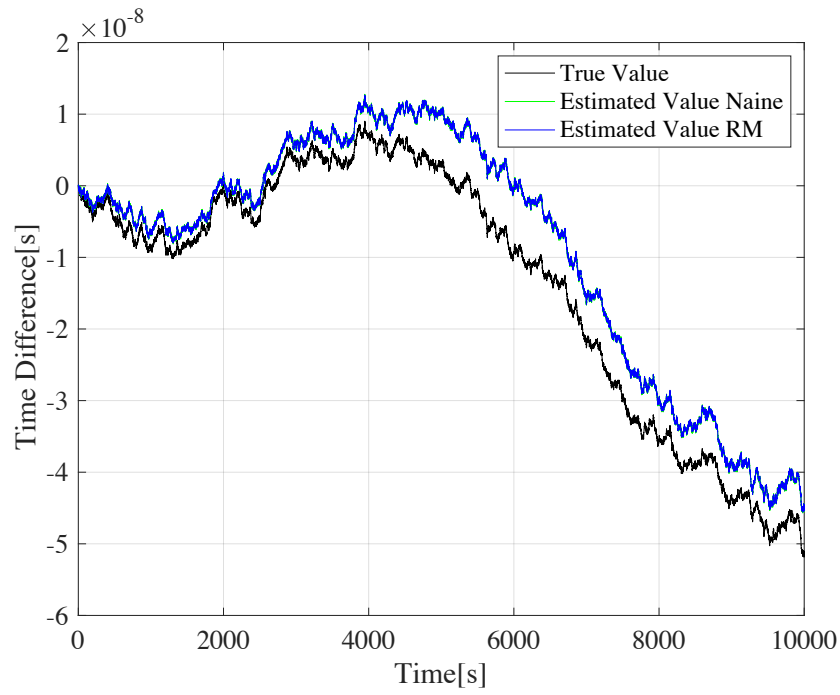


Fig. 4.26 Comparison of estimated state value and true value in problem1.

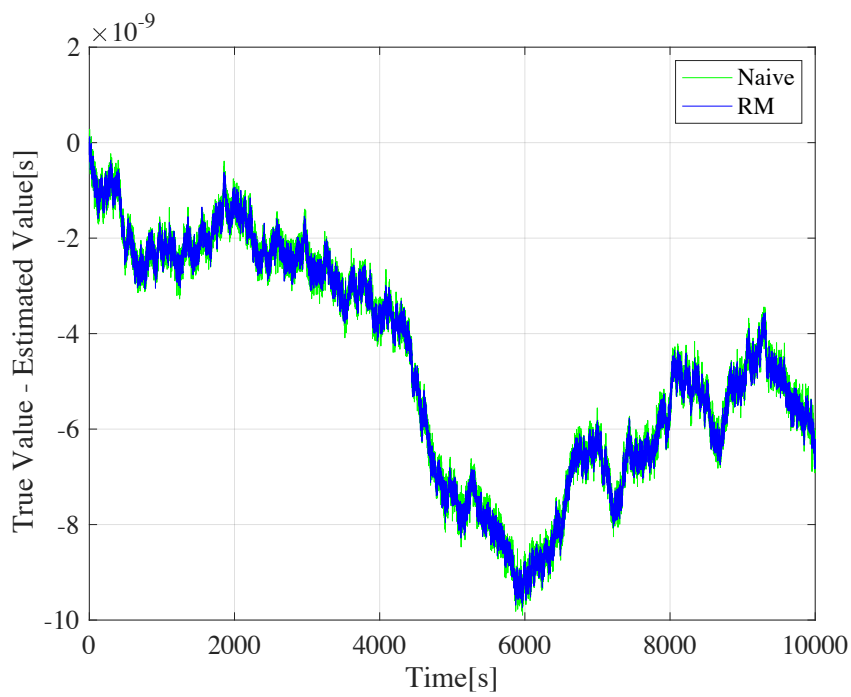


Fig. 4.27 Difference between estimated state value and true value in problem1.

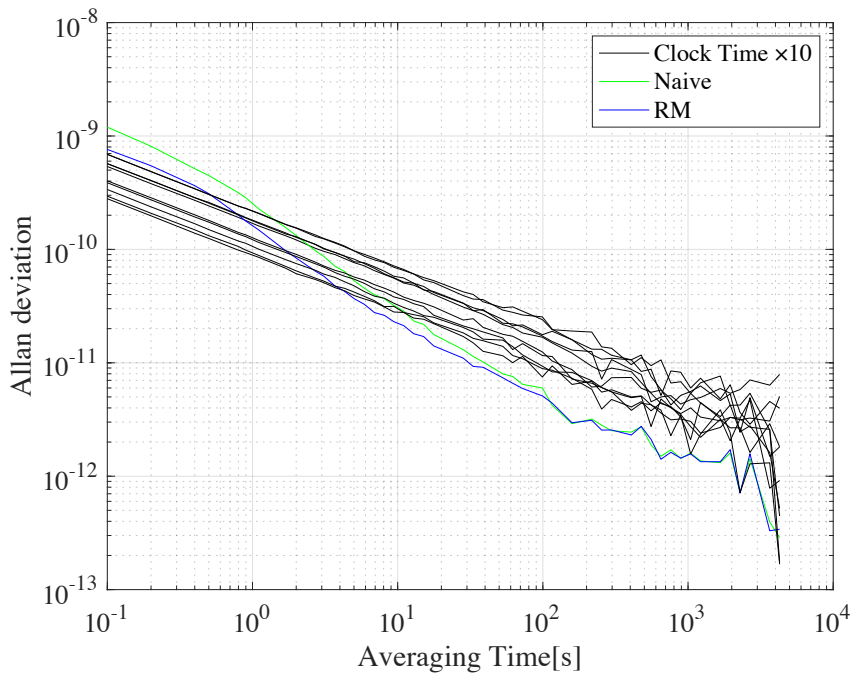


Fig. 4.28 Allan deviation of estimated time scale in problem1.

認できた。つぎに、観測値の再編成法 RM で推定した推定時系のプロットを Fig. 4.35 に示す。この図では、原子時計を 10 台用いているため、修正前の各原子時計の結果が 10 本 (黒)、推定時系の結果が 10 本 (青) の線で示されている。また、Ideal Time の線は理想時刻 t に準じた理想時系である。ただし、理想時刻 t は未知な値であるため、本シミュレーションでは UTC(NICT) に同期していると考えられる、シミュレーションを行ったデバイスの時刻に準ずるものとした。結果から、推定時系の線が理想時系の線にほとんど重なることを確認できた。また、Fig. 4.36 の拡大図を見ると、推定時系の線がまとまり、理想時系に追従することがわかった。つまり、各原子時計の推定時系がシミュレーション上の理想時系に時刻同期したことを確認できた。観測値を削除する再編成法 RMd で推定した推定時系のプロットを Fig. 4.37 に示す。この図では、修正前の各原子時計の結果が 10 本 (黒)、推定時系の結果が 10 本 (赤) の線で示されている。結果から、RM と同様に推定時系の線が理想時系の線にほとんど重なることを確認できた。また、Fig. 4.38 の拡大図を見ると、推定時系の線がまとまり、理想時系に追従することがわかった。つまり、こちらも各原子時計の推定時系がシミュレーション上の理想時系に時刻同期したことを確認できた。

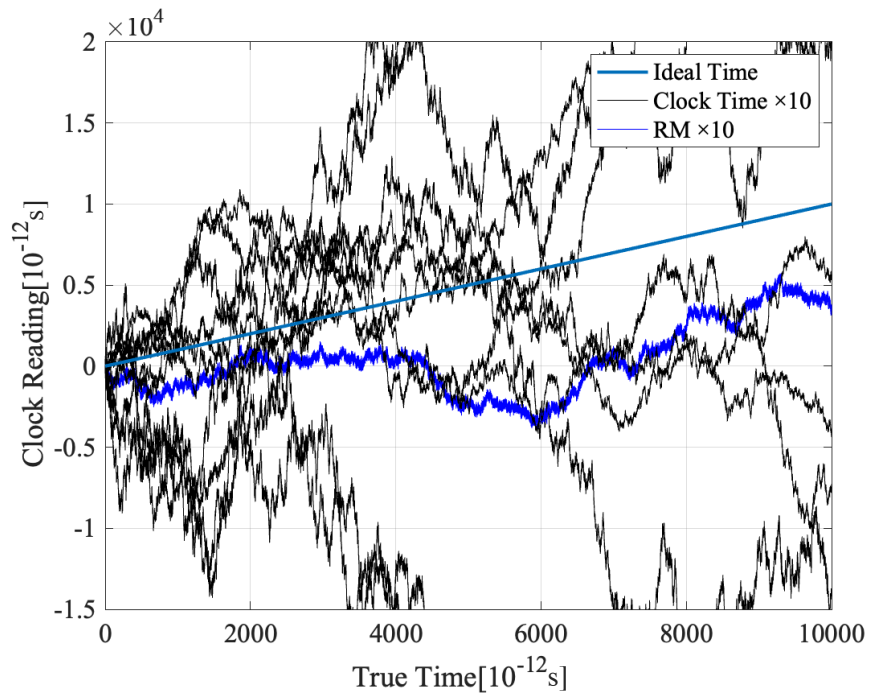


Fig. 4.29 Synchronization of estimated time scale in problem1.

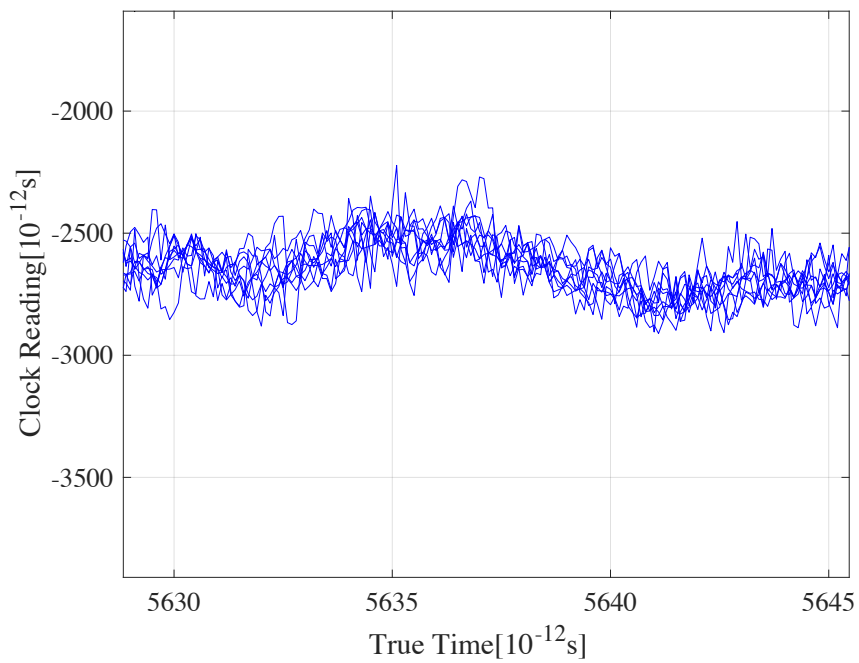


Fig. 4.30 Enlarged view of Fig. 4.29.

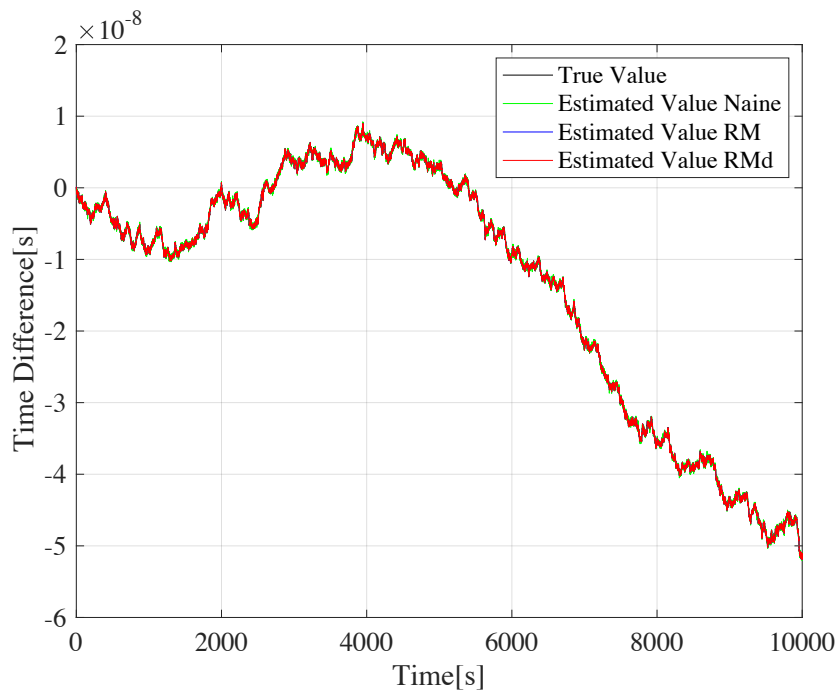


Fig. 4.31 Comparison of estimated state value and true value in problem2.

遅延2：遅延がランダムに起こる場合 (非定常時も観測値を削除する場合)

上述の通り，遅延がランダムに生じる場合，カルマンゲインは定常状態に収束せず， \hat{d} にしたがい観測値を削除することができないという結果になった．このとき用いた 4.5.3 項で述べた方法は，カルマンゲインが定常状態のとき，4.21 式の係数 $(\mathbf{A} - \mathbf{G}_{ss}\mathbf{C}\mathbf{A})^{k-k_r}\mathbf{G}_{ss}$ の成分が 0 に収束し， \hat{d} を決定する．そして，観測値の再編成法を用いて推定する際に，カルマンゲインが定常状態に収束してから $\hat{k} = k - \hat{d}, \dots, k$ までの推定を行うものとしていた．つまり，定常時のみ \hat{d} に基づき観測値を削除する方法であった．ここで，カルマンゲインが非定常時でも，観測値を削除する方法も考える．つまり，カルマンゲインが定常状態に収束しなくても $\hat{k} = k - \hat{d}, \dots, k$ までの推定を行うものである．なお， \hat{d} は 4.5.3 項と同様に定常カルマンゲインに基づき決定することに注意する．

この方法を用い，遅延が一様分布にしたがう整数の乱数としたときのシミュレーション結果を示す．遅延を含めたシミュレーション条件は，遅延がランダムに起こる場合と同じものとした．また，ここでは問題 2 の結果を示す．さらに，定常時に観測値を削除する再編成法 RMd の結果は，今回の遅延のもとでは，観測値を削除しない再編成法 RM と全く同じ結果になるため結果は省略した．

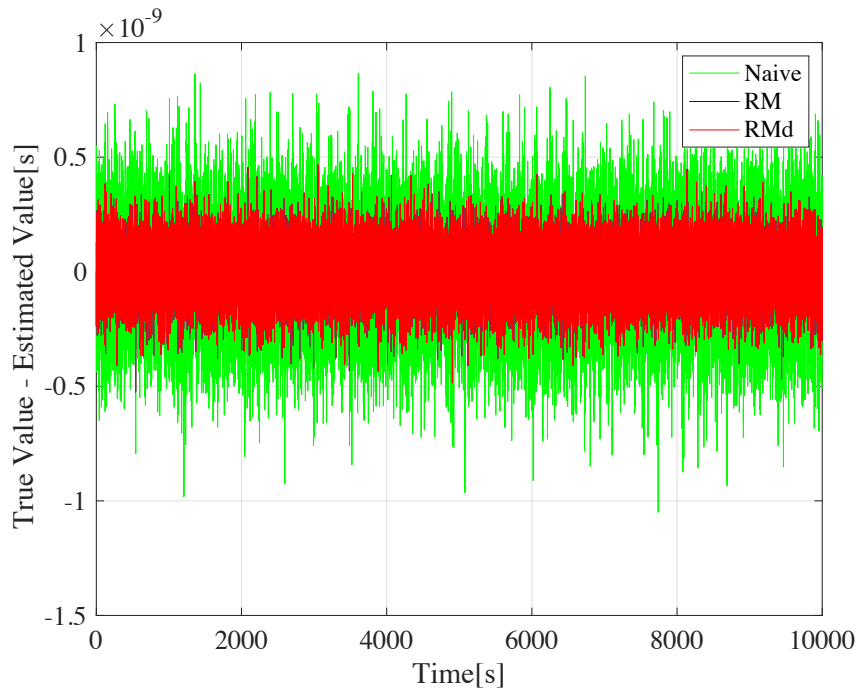


Fig. 4.32 Difference between estimated state value and true value in problem2.

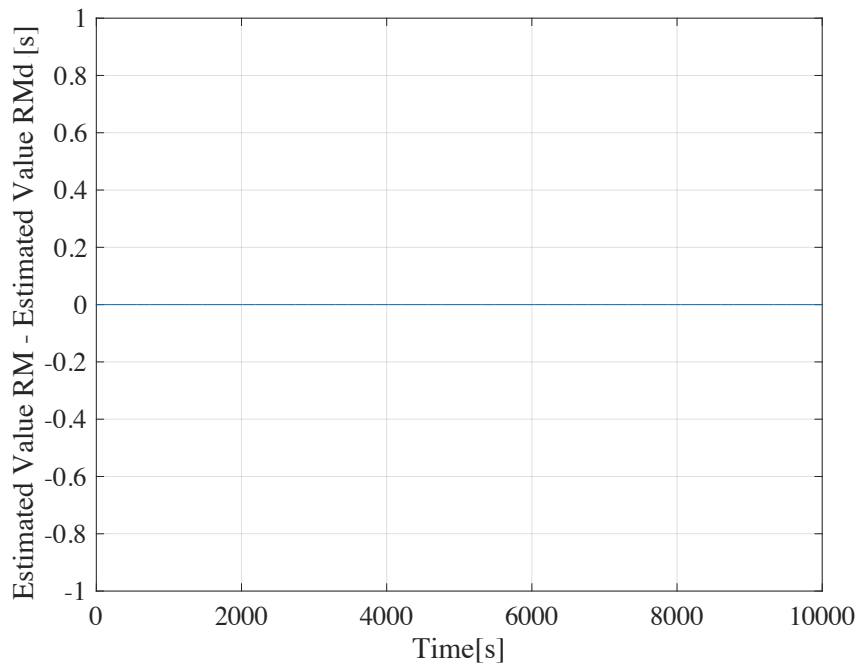


Fig. 4.33 Difference between estimated state value RM and estimated state value RMd in problem2.

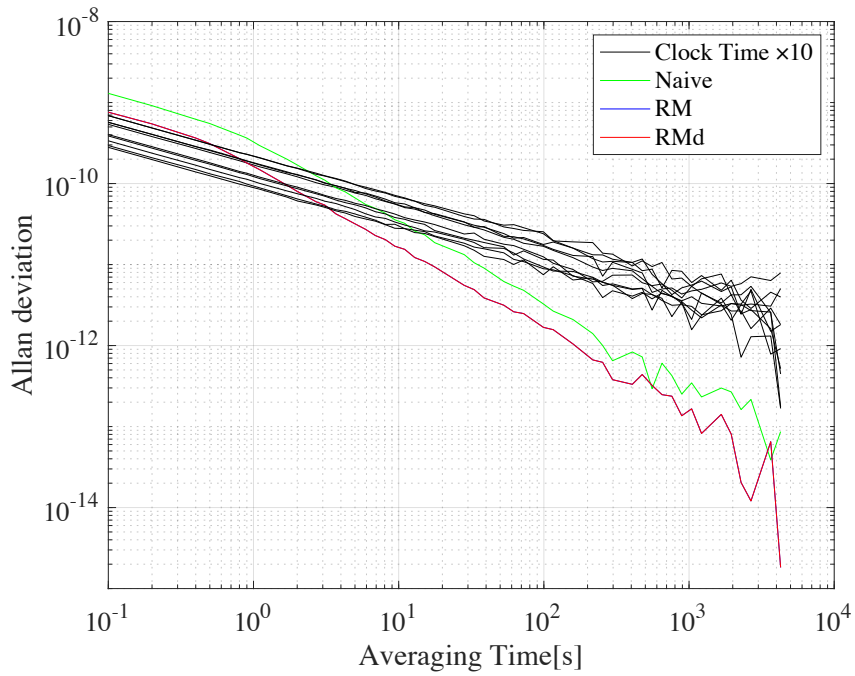


Fig. 4.34 Allan deviation of estimated time scale in problem2.

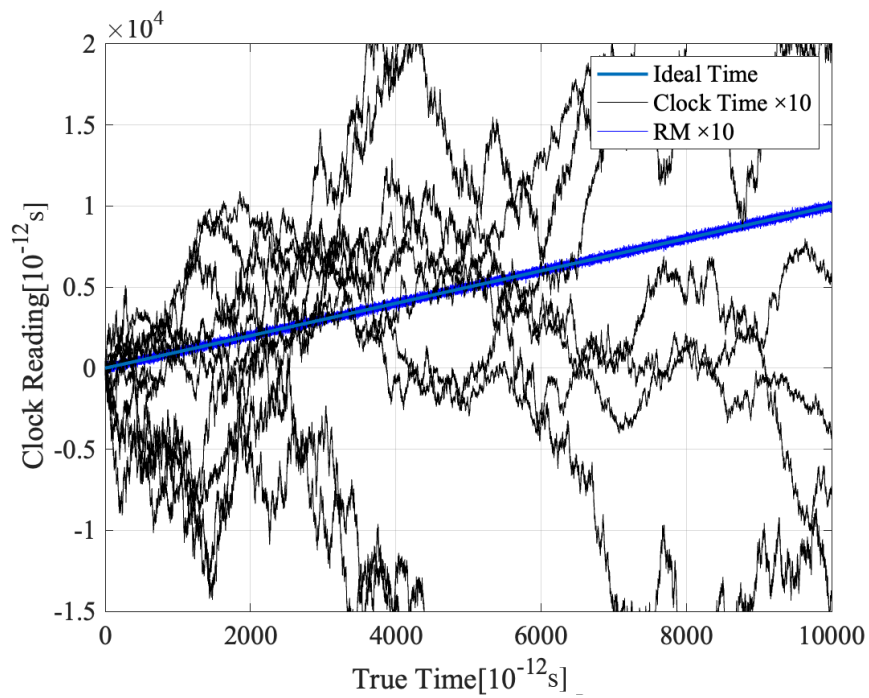


Fig. 4.35 Synchronization of estimated time scale RM in problem2.

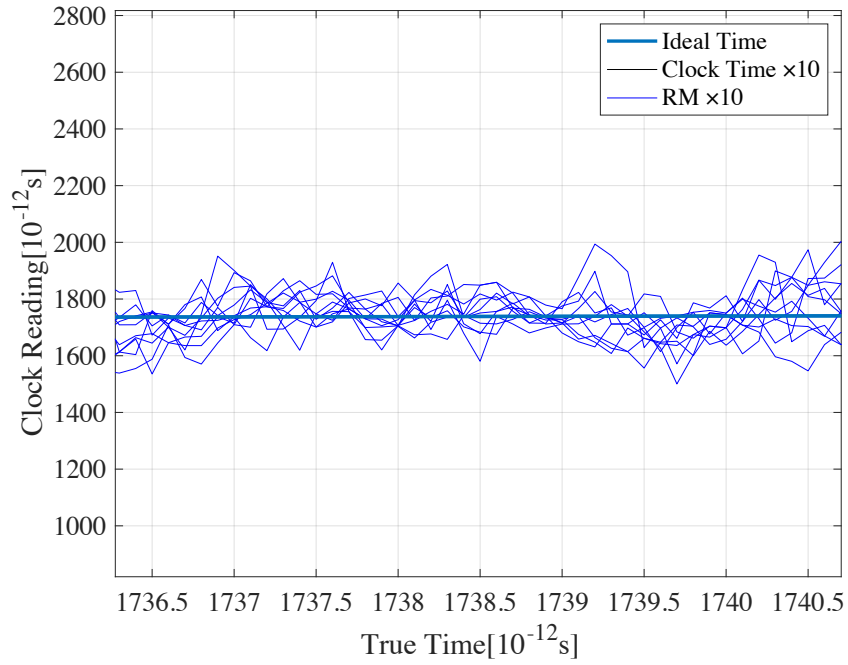


Fig. 4.36 Enlarged view of Fig. 4.35.

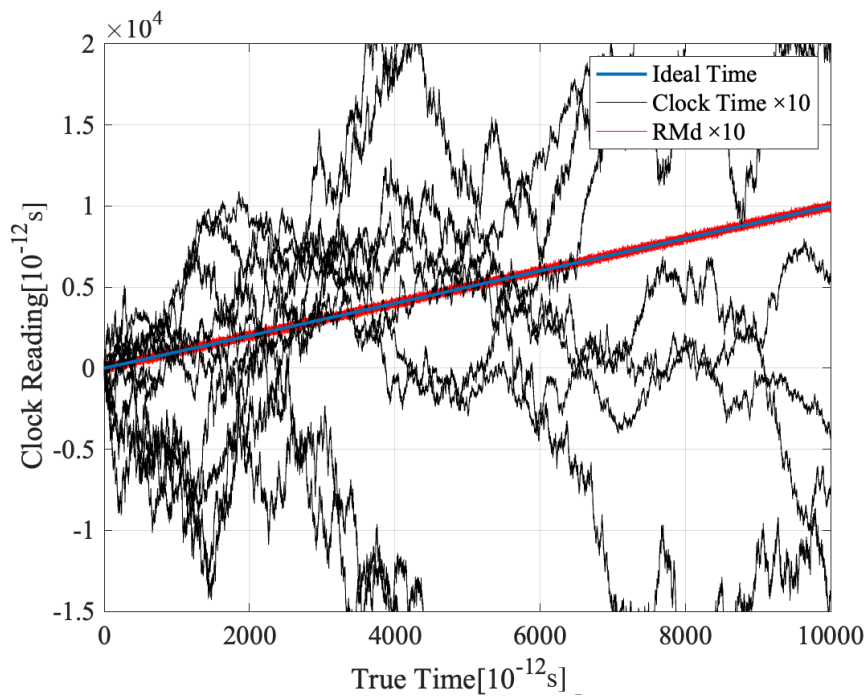


Fig. 4.37 Synchronization of estimated time scale RM in problem2.

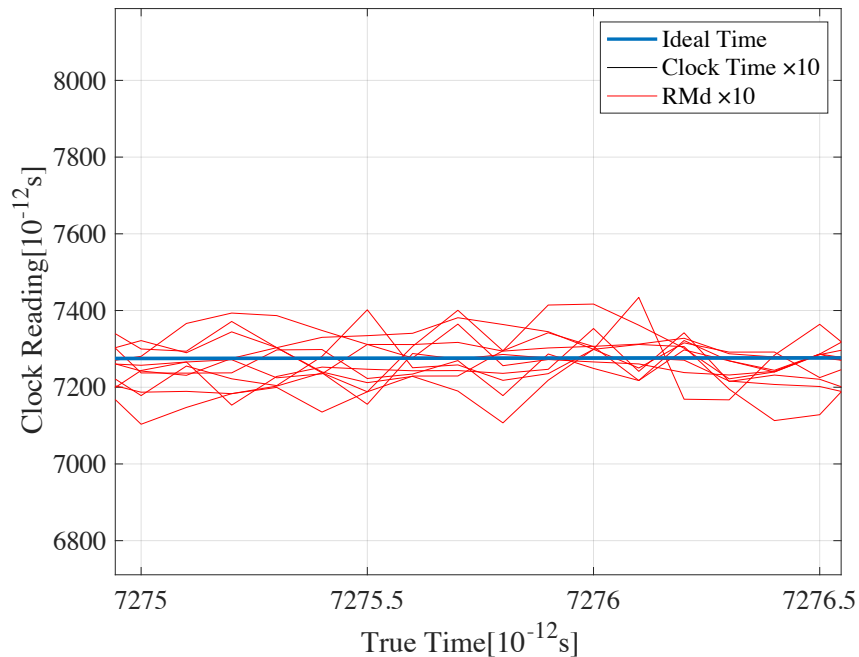


Fig. 4.38 Enlarged view of Fig. 4.37.

まず、各方法で推定した状態推定値と真値をプロットした結果を Fig. 4.39 に示す。この図において、Estimated Value Naive が Naive を用いた推定結果である。Estimated Value RM が観測値の再編成法を用いた推定結果である。Estimated Value RMnd が非定常時でも観測値を削除する再編成法を用いた推定結果である。結果から、どの方法も真値の線と重なり、カルマンフィルタにより真値を推定できていることを確認できた。推定精度をより詳細に確認するため、各方法における推定値と真値の差をプロットした結果を Fig. 4.40 に示す。この図から、Naive の結果に対して、RM と RMnd の 2 つの再編成法の方が高い精度で推定できていることを確認できた。また、観測値を削除しない再編成法 RM と非定常時でも観測値を削除する再編成法でどのくらい差が出るのかを確認するため、RM と RMnd の推定値の差を Fig. 4.41 に示す。結果より、 10^{-10} ほどの差があることを確認できた。これは、推定値の 10^{-8} という大きさに対して、100 分の 1 ほどの値であり、小さい値であると考えられる。つまり、本条件においては、最適な値から 100 分の 1 ほどの精度は維持しながら、計算の効率化を行うことができた。

また、3.5 節と同様に、カルマンフィルタによる状態推定値を用いた推定時系の評価を行った。まず、安定度をアラン偏差で比較した結果を Fig. 4.42 に示す。この図では、修正前の各原子時計の結果が 10 本と、Naive, RM, RMnd の推定時系の線が 1 本ずつ示され

ている。ここでは、clock 1 の推定時系の結果を用いた。結果から、観測値の再編成法で推定した推定時系は、Naive の推定時系より安定度の高い時系となったことがわかった。また、修正前の各原子時計の結果と比較しても、特に長期の安定度が高いことがわかり、観測値の再編成法の有効性を確認できた。修正前の各原子時計の結果に対して、推定時系の短期の安定度が高くならなかったことに関しては、遅延が影響していると考えられる。さらに、RM と RMnd のアラン偏差は、ほとんど同じ値になっており、非定常時に観測値を削除する RMnd でも観測値を削除しない RM と同等の安定度であることを確認できた。つぎに、観測値の再編成法 RM と非定常時に観測値を削除する再編成法 RMnd で推定した推定時系のプロットを Fig. 4.43 に示す。この図では、原子時計を 10 台用いているため、修正前の各原子時計の結果が 10 本 (黒)、推定時系の結果が各 10 本の線で示されている。また、Ideal Time の線は理想時刻 t に準じた理想時系である。ただし、理想時刻 t は未知な値であるため、本シミュレーションでは UTC(NICT) に同期していると考えられる、シミュレーションを行ったデバイスの時刻に準ずるものとした。結果から、推定時系の線がどちらの方法においても理想時系の線にほとんど重なることを確認できた。また、Fig. 4.44 の拡大図を見ると、推定時系の線がまとまり、理想時系に追従することがわかった。さらに、観測値を削除する場合も、削除しない場合と同等の精度で同期できていることを確認できた。つまり、RM と RMnd の推定時系がシミュレーション上の理想時系に時刻同期したことを確認できた。

4.6 まとめ

本章では、遅延をもつ観測値に対するカルマンフィルタによる状態推定法と原子時計群モデルへ適用した結果について述べた。4.1 節では、観測値の遅延に関して、分散化と観測値に遅延があるときの数学モデルを述べた。4.2 節では、遅延をもつ観測値に対する観測値の拡大法について述べた。4.3 節では、遅延をもつ観測値に対する観測値の再編成法を述べた。4.4 節では、4.2 節の状態の拡大法と 4.3 節の観測値の再編成法を用いて、原子時計群の状態推定の数値シミュレーションを行った結果について述べた。ここでは、状態の拡大法と観測値の再編成法を用いて状態推定を行うことで、真値に近い状態を推定できていることを確認できた。特に、問題 2 の結果については、遅延を無視して推定を行った Naive より高い精度で推定を行うことができ、状態の拡大法と観測値の再編成法の有効性を確認することができた。4.5 節では、実用化に向けて、時変の遅延に対する観測値の再編成法と、さらに再編成法を応用し、観測値を削除して計算の負荷の観点から効率的に推定を行う再編成法について述べた。また、原子時計群モデルを用いて、シミュレーショ

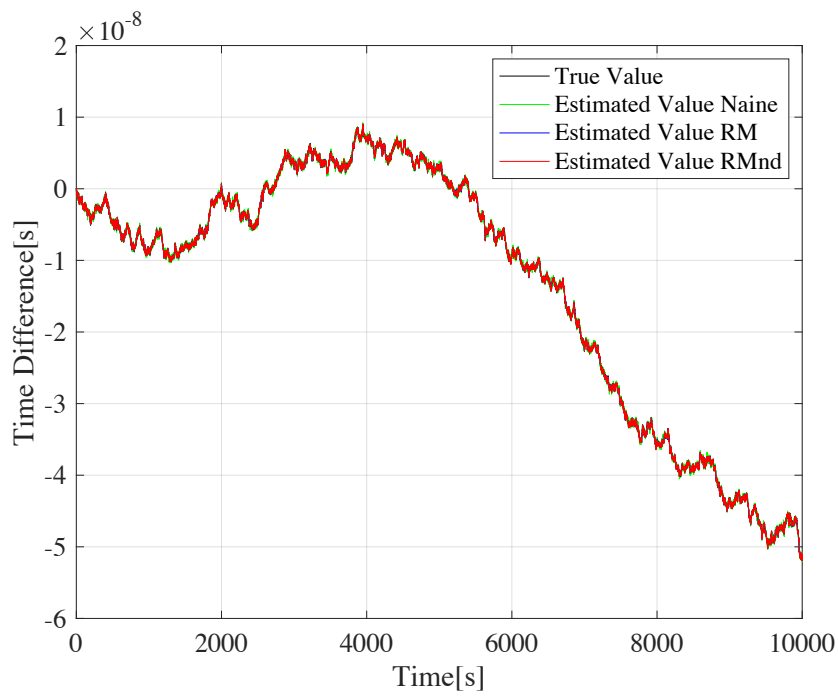


Fig. 4.39 Comparison of estimated state value and true value in problem2.

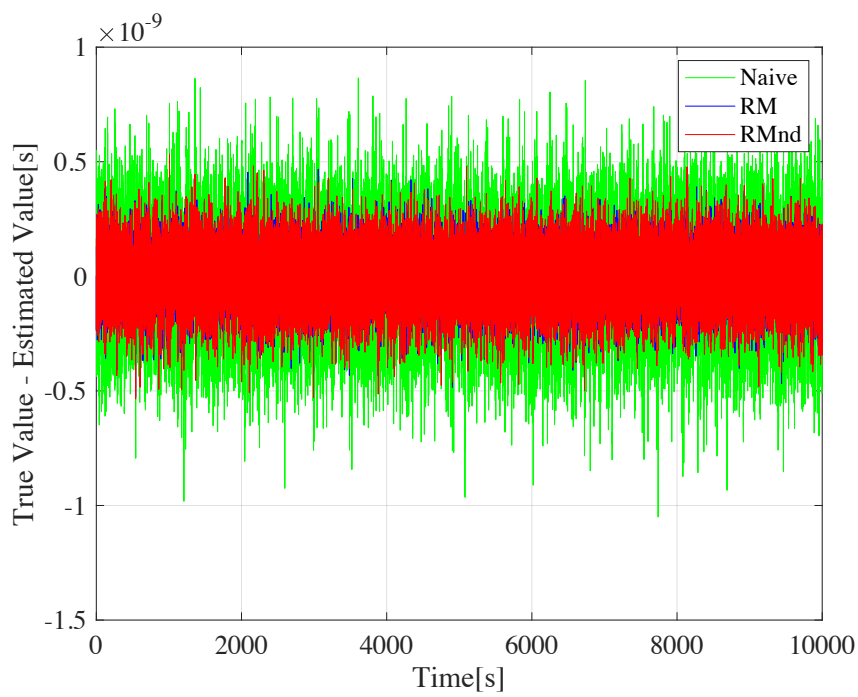


Fig. 4.40 Difference between estimated state value and true value in problem2.

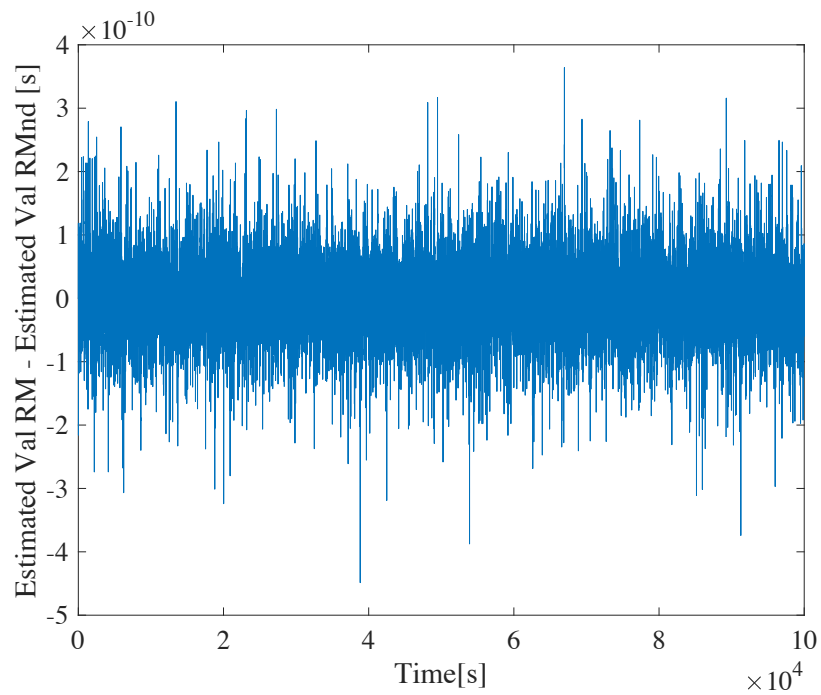


Fig. 4.41 Difference between estimated state value RMd and estimated state value RMnd in problem2.

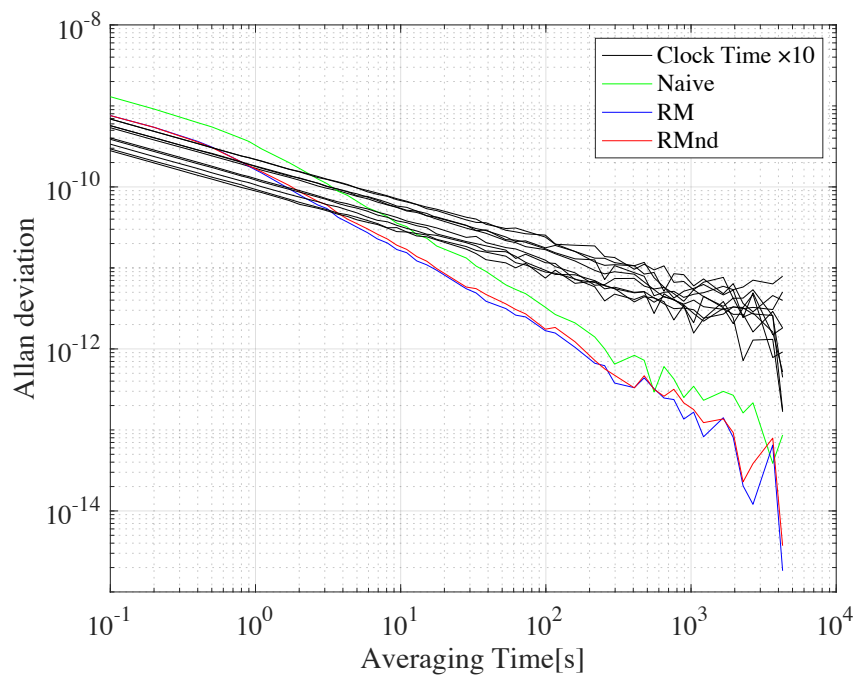


Fig. 4.42 Allan deviation of estimated time scale in problem2.

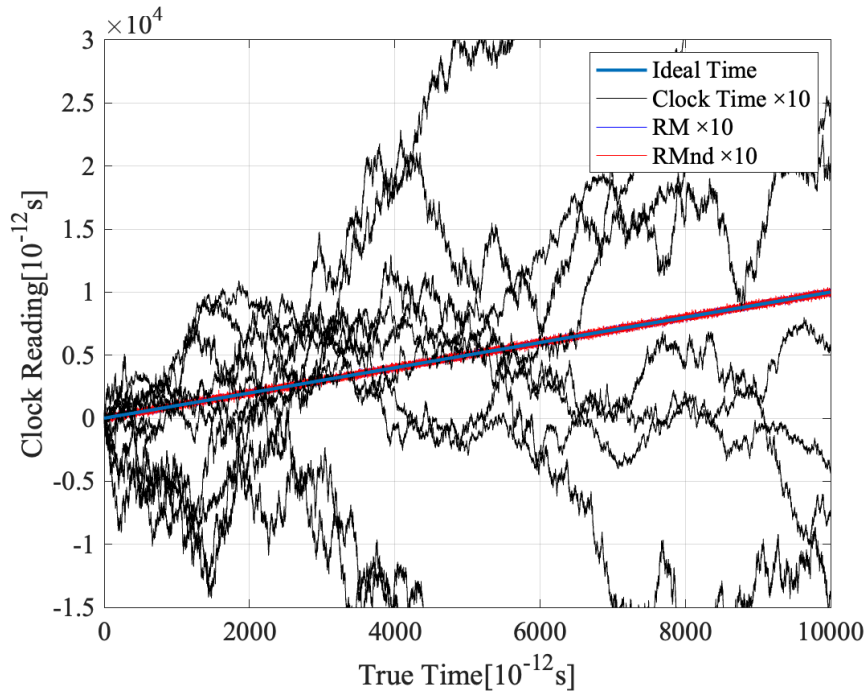


Fig. 4.43 Synchronization of estimated time scale RM in problem2.

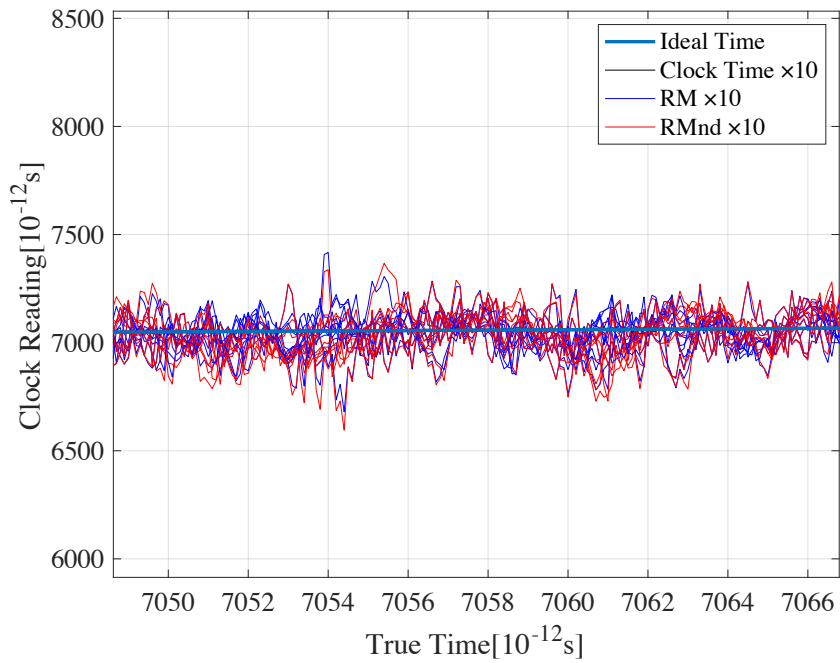


Fig. 4.44 Enlarged view of Fig. 4.43.

ンを行った結果も示した。結果より、時変の遅延においても再編成法の有効性を確認できた。また、定常カルマンゲインに基づいて観測値を削除する再編成法では、一定間隔で遅延が発生する場合に、削除しない結果とほとんど同じ精度で推定することができ、その有効性を確認できた。しかし、遅延が一様に分布する場合には、通常の再編成法と観測値の削除する再編成法の推定結果に差は見られなかった。これは、遅延は一様に分布していることで、カルマンゲインが定常状態に収束せず、観測値を削除できなかつたと確認できた。非定常時でも観測値を削除した結果は、遅延が一様に分布する場合でも計算の効率化を行うことができた。今後、実用化に向け、実際にどのような遅延が生じるのかを確認し、その遅延に対し、適切にアルゴリズムを選択する必要がある。

次章では、遅延は考えないものの、実用化に向けて、小型原子時計を用いた実機実験を行った結果について述べる。

第 5 章

小型原子時計の実機を用いたカルマンフィルタによる時刻同期

本章では、小型のセシウム原子時計を用いた実機実験について述べる。カルマンフィルタを用いて、小型のセシウム原子時計群の状態推定を行い、各時計の時刻を修正することで、同期を行うことを考える。ただし、本実験は分散型ではなく情報通信研究機構で行った実験であり、遅延は考えないこととする。5.1 節では、実機の構成と、実験を行う際の設定と手順について述べる。5.2 節では、実験結果について述べる。5.3 節では、まとめを述べる。

5.1 実機の構成と手順

本節では、実機の構成と、実験を行う際の設定と手順について述べる。

本実験は、Fig. 5.1 で示した情報通信研究機構の実験装置を用いた [35]。実験装置は、Fig. 5.2 で示した Microchip 社の小型原子時計 CSAC(Chip-Scale Atomic Clock)SA.45s/65s を 10 台と、Fig. 5.3 で示した原子時計の時刻差を計測する D-DMTD(Digital dual mixer time difference)[36] を 10 台のノード数 10 で構築されている。また、Fig. 5.3 には、周波数を調整することができる PLL(Phase-Locked Loop) も構成されており、これによりカルマンフィルタで推定した推定値を用いて各時計 CSAC の周波数調整を行う。その結果、各時計が同期するのを確認し、カルマンフィルタの有効性を確かめる。この手順をまとめると、以下の通りである。

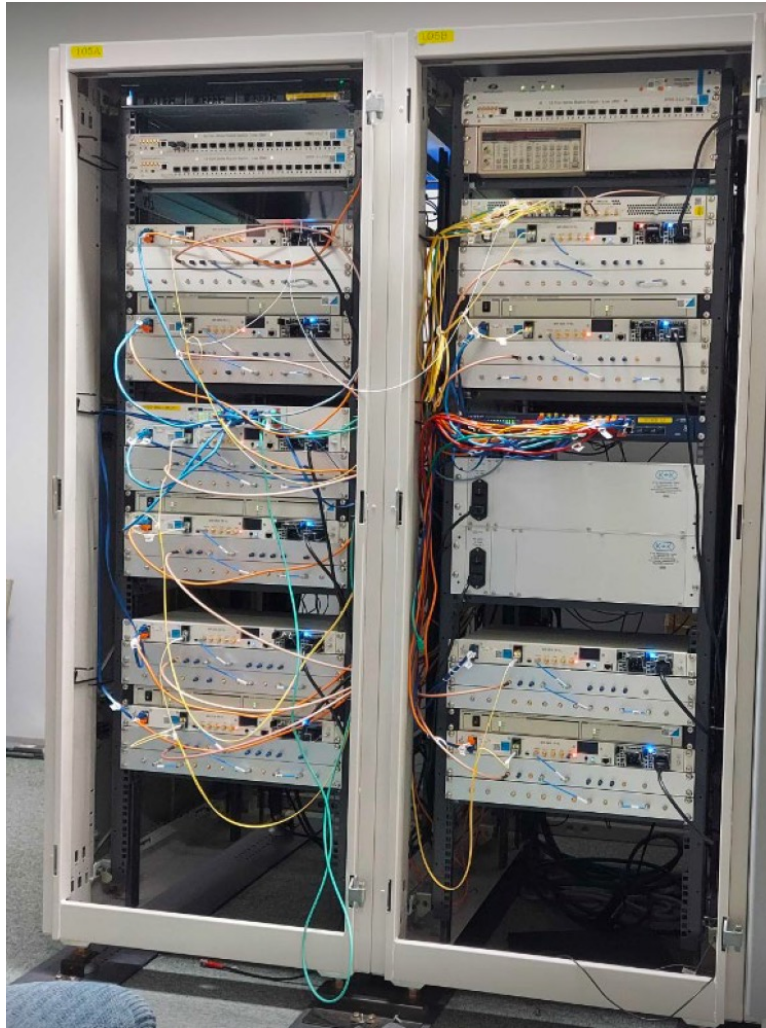


Fig. 5.1 Experimental apparatus



Fig. 5.2 CSAC

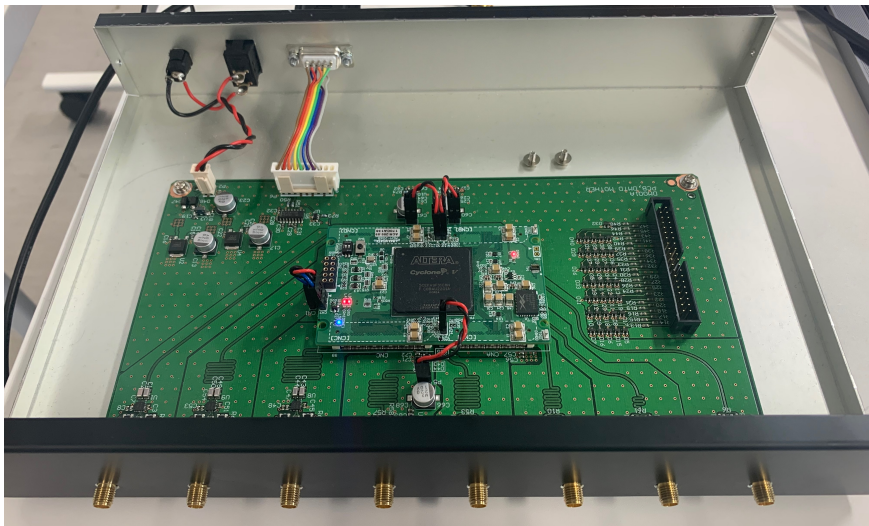


Fig. 5.3 D-DMTD and PLL

1. 各時計の時刻差情報を集約する.
2. 時刻差情報から各時計の状態値をカルマンフィルタ推定する.
3. 推定された結果を各ノードに供給する.
4. 供給された推定値を用い, 各時計の周波数を調整する.

これらをリアルタイムで反復して, 各 CSAC の推定時系を生成する. ただし, 時計の時刻差の比較とカルマンフィルタの推定の間隔は 0.1 s とする.

また, 本実験では, Fig. 3.1 で示した, スター型のトポロジー (Star topology) に基づき, 各時計の時刻差を計測している. つまり, (3.10) 式において, $i = 1$ と固定し, $j \in \{2, \dots, m\}$ のとき, 群のなかの 2 つの原子時計 ($1, j$) の時計読値の差を計測することを考える. このとき, (3.10) 式は

$$\begin{aligned}
 y_{1, j}[k] &= h_1[k] + w_1[k] - h_j[k] + w_j[k] \\
 &= \Delta h_1[k] + w_1[k] - \Delta h_j[k] + w_j[k] \\
 &= \mathbf{c}_{1, j}^\top \mathbf{x}[k] + w_{1, j}[k]
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

と書き直すことができる. このとき, $i = 1$ の CSAC を親機, その他の CSAC を子機と呼ぶこととする.

本実験では, UTC(NICT) の情報も用いることを考えている. 3 章, 4 章の問題 2 において, m 番目の時計の時計読値偏差 Δh_m を用いてシミュレーションを行っていた. ここで, UTC(NICT) を未知な値である理想時系だと考えると, CSAC と UTC(NICT) との時刻差を計測することにより, 時計読値偏差 Δh と同等な値を利用することができる. 本章では, UTC(NICT) と親機 ($i = 1$) の差が測れる場合と, UTC(NICT) と子機 ($j = m = 2$) の差が測れる場合の 2 つの設定で実験を行う.

5.2 実験結果

本節では, 実機実験を行った結果について述べる. ここでは, 5.1 節で述べた, 2 つの設定で実験を行った結果を示す.

UTC(NICT) と親機 ($i = 1$) の差が測れる場合

ここでは, UTC(NICT) と親機 ($i = 1$) の差が測れる場合の結果を示す. ただし, UTC(NICT) は初期の 1 時間のみ観測できることとし, 観測できなくなってから 24 時間分の推定時系の評価を行う. ここで, 1 時間後の UTC(NICT) の情報を利用しないと

き、原子時計群のシステムは不可観測となるため、MSKF を用いたことに注意する。また、サンプリング時間は $T = 0.1 \text{ s}$ とした。カルマンフィルタで用いた各時計の σ_1, σ_2 の値は、Table3.1 にしたがうものとした。また、 σ_0 の値は、すべて 10^{-11} とした。カルマンフィルタの初期値は、事前状態推定値 $\hat{\mathbf{x}}^-[0]$ に $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{20 \times 1}$ のゼロベクトル、事前誤差共分散行列 $\mathbf{P}^-[0]$ に $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{20 \times 20}$ の単位行列を与えた。

以上の条件にしたがい、各時計の 24 時間分の推定時系の結果を示す。まず、各推定時系のアラン偏差のプロットを Fig. 5.4 に示す。この図では、修正前の小型原子時計 CSAC の時系の線が 10 本 (黒)、推定時系の線が 10 本 (赤) 示されている。結果から、短期では周波数を調整したことにより、CSAC の時系より高い安定度とならなかったが、中期から長期にかけて CSAC の時系より安定した時系となっていることを確認できた。

つぎに、各推定時系と UTC(NICT) の時刻差のプロットを Fig. 5.5 に示す。この図でも、修正前の小型原子時計 CSAC の時系の線が 10 本 (黒)、推定時系の線が 10 本 (赤) 示されている。結果から、修正前の小型原子時計 CSAC の時系に対し、推定時系は UTC(NICT) との差が小さいことがわかった。また、推定時系のみに着目し、Fig. 5.5 を拡大した結果を Fig. 5.6 に示す。この結果より、UTC(NICT) との差も小さく、各推定時系の線がまとまっており、UTC(NICT) に時刻同期していることを確認できた。UTC(NICT) は、日本標準時にも用いられる非常に安定した時系であるため、推定時系も安定した時系になったと考えられる。さらに今回の実験結果は、24 時間分の結果であり、Fig. 5.6 から 24 時間で約 $1.038 \times 10^{-6} \text{ s}$ ほど UTC(NICT) からずれたとわかる。つまり、UTC(NICT) の情報をえることができなくなった場合でも、約 2639 年に 1 秒しかずれない推定時系を生成できたことになる。

以上より、カルマンフィルタを用いることで、UTC(NICT) と時刻同期し、安定した推定時系を生成できていることを確認できた。

UTC(NICT) と子機 ($j = m = 2$) の差が測れる場合

ここでは、UTC(NICT) と子機 ($j = m = 2$) の差が測れる場合の結果を示す。ただし、UTC(NICT) は初期の 1 時間のみ観測できることとし、観測できなくなってから 24 時間分の推定時系の評価を行う。ここで、1 時間後の UTC(NICT) の情報を利用しないとき、原子時計群のシステムは不可観測となるため、MSKF を用いたことに注意する。

また、サンプリング時間は $T = 0.1 \text{ s}$ とした。カルマンフィルタで用いた各時計の σ_1, σ_2 の値は、Table3.1 にしたがうものとした。また、 σ_0 の値は、すべて 10^{-11} とした。カルマンフィルタの初期値は、事前状態推定値 $\hat{\mathbf{x}}^-[0]$ に $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{20 \times 1}$ のゼロベクトル、事前誤差共分散行列 $\mathbf{P}^-[0]$ に $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{20 \times 20}$ の単位行列と、UTC(NICT) と親機 ($i = 1$) の差が測れる

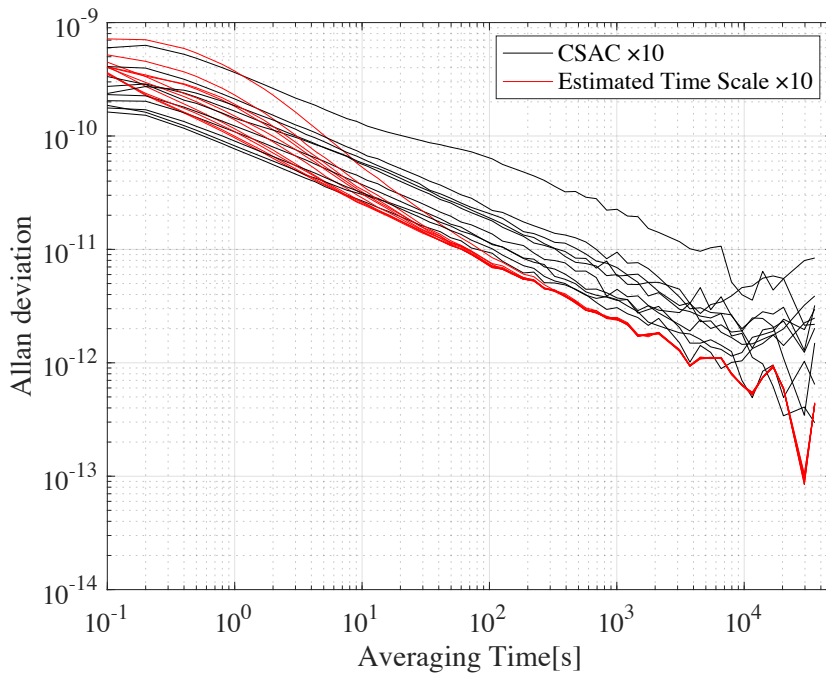


Fig. 5.4 Experimental results of the allan deviation of CSAC and estimated time scale.

場合と同様の条件を与えた。

以上の条件にしたがい、各時計の24時間分の推定時系の結果を示す。まず、各推定時系のアラン偏差のプロットを Fig. 5.7 に示す。この図では、修正前の小型原子時計 CSAC の時系の線が 10 本 (黒)、推定時系の線が 10 本 (赤) 示されている。結果から、短期では周波数を調整したことにより、CSAC の時系より高い安定度とならなかったが、中期から長期にかけて CSAC の時系より安定した時系となっていることを確認できた。

つぎに、各推定時系と UTC(NICT) の時刻差のプロットを Fig. 5.8 に示す。この図でも、修正前の原子時計 CSAC の時系の線が 10 本 (黒)、推定時系の線が 10 本 (赤) 示されている。結果から、修正前の小型原子時計 CSAC の時系に対し、推定時系は UTC(NICT) との差が小さいことがわかった。また、推定時系のみに着目し、Fig. 5.8 を拡大した結果を Fig. 5.9 に示す。この結果より、UTC(NICT) との差も小さく、各推定時系の線がまとまっており、UTC(NICT) に時刻同期していることを確認できた。UTC(NICT) は、日本標準時にも用いられる非常に安定した時系であるため、推定時系も安定した時系になったと考えられる。さらに今回の実験結果は、24時間分の結果であり、Fig. 5.6 から24時間で約 -1.561×10^{-6} s ほど UTC(NICT) からずれたとわかる。つまり、UTC(NICT) の情報をえることができなくなった場合でも、約 1755 年に 1 秒しかずれない推定時系を生成できた

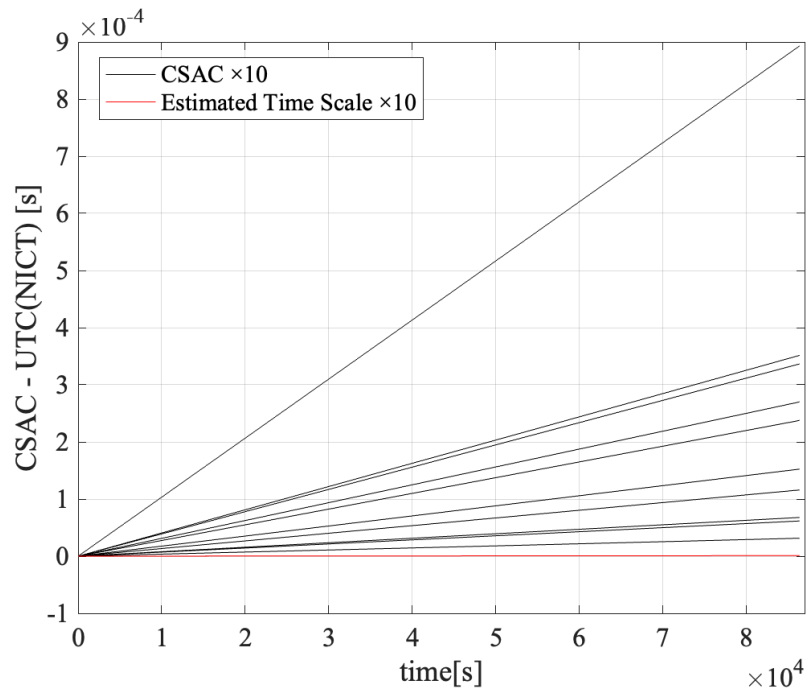


Fig. 5.5 Difference between CSAC and estimated time scale and UTC(NICT).

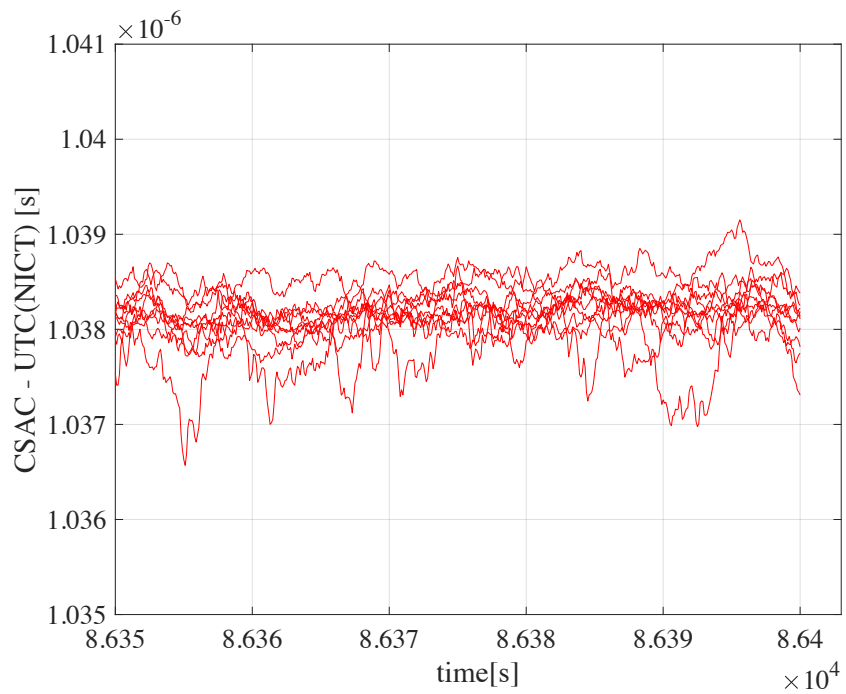


Fig. 5.6 Enlarged view of Fig. 5.5.

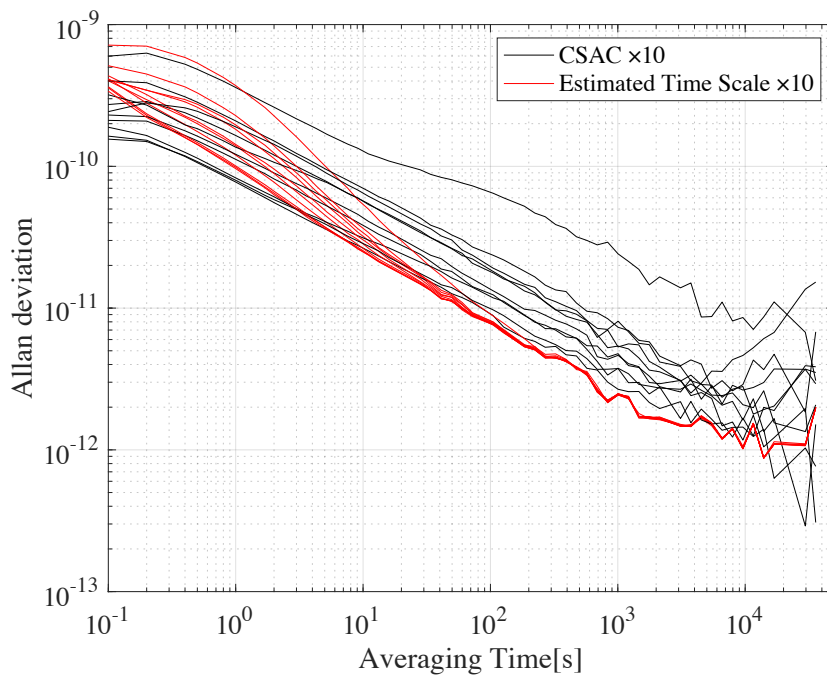


Fig. 5.7 Experimental results of the allan deviation of CSAC and estimated time scale.

ことになる。

以上より、カルマンフィルタを用いることで、UTC(NICT)と時刻同期し、安定した推定時系を生成できていることを確認できた。

5.3 まとめ

本章では、小型のセシウム原子時計を用いた実機実験について述べた。5.1節では、実機の構成と、実験を行う際の設定と手順について述べてきた。本実験では、Microchip社のCSACを10台用いて、実験を行った。5.2節では、UTC(NICT)と親機の差が測れる場合と、UTC(NICT)と子機の差が測れる場合の推定時系に関する結果を述べた。これらの結果から、カルマンフィルタを用いることで、UTC(NICT)と時刻同期し、安定した推定時系をリアルタイムに生成できていることを確認できた。したがって、小型原子時計において、カルマンフィルタが有効であることが実験からも確認することができた。

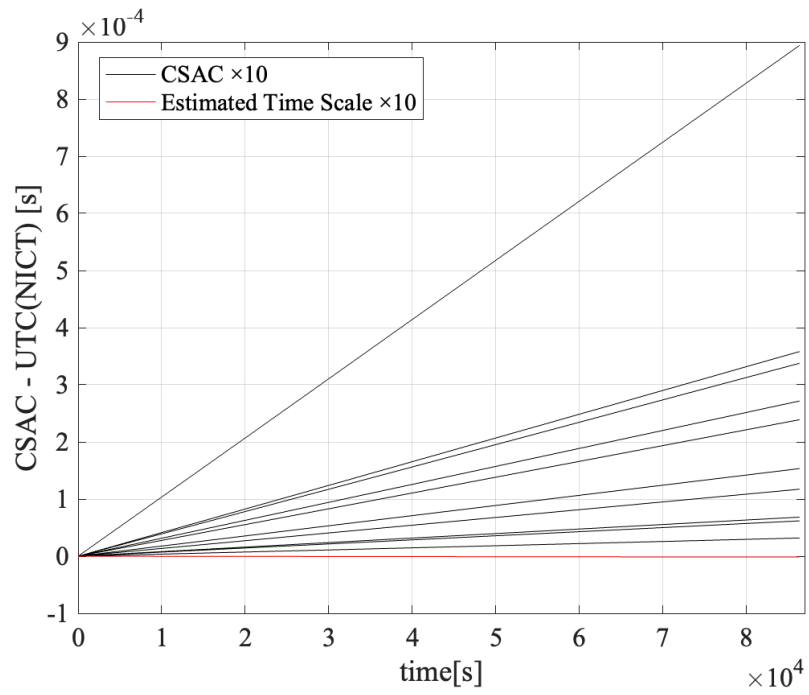


Fig. 5.8 Difference between CSAC and estimated time scale and UTC(NICT).

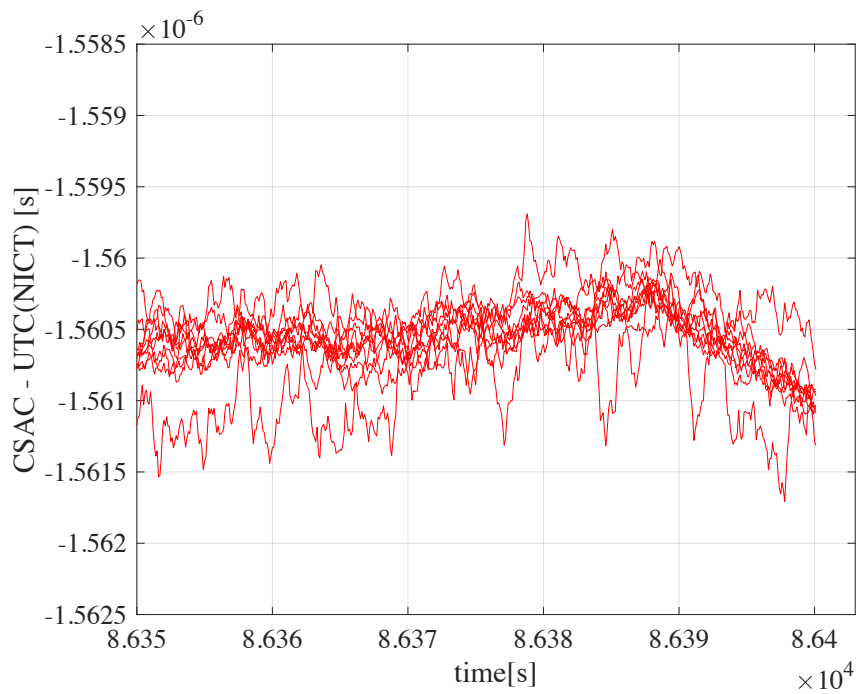


Fig. 5.9 Enlarged view of Fig. 5.8.

第6章

結論

本章では、本論文の結論を述べる。

2章では、原子時計の時刻同期を考える際の基礎知識となる、時系と原子時計、時刻同期について述べた。また、状態空間モデルとカルマンフィルタについても述べた。3章では、従来の遅延がない観測値を用いたカルマンフィルタによる状態推定法について述べた。まず、原子時計群の数学モデルを示した。また、複数の原子時計の比較による問題設定について述べた。つぎに、原子時計の比較情報のみを用いたモデルが不可観測であることを述べ、これに対しMSKFについて述べた。そして、カルマンフィルタ(MSKF)を用いて原子時計群の状態推定のシミュレーションを行った。その結果、高い精度で状態を推定できていることを確認し、原子時計群モデルにおけるカルマンフィルタの有効性を確認できた。また、推定値を用いた推定時刻の評価も行った。その結果、推定時刻が同期し、また安定度の高い時系となることも確認できた。

4章では、遅延をもつ観測値に対するカルマンフィルタによる状態推定法と原子時計モデルへ適用した結果について述べた。まず、原子時計の分散化への動きと、観測値に遅延があるときの数学モデルを述べた。つぎに、遅延をもつ観測値に対する状態推定法として、観測値の拡大法と観測値の再編成法について述べた。そして、2つの方法を用いて、原子時計群の状態推定シミュレーションの結果を示した。その結果、どちらの方法も高い精度で最適な状態を推定できていることを確認できた。遅延を無視して推定した方法と比較したところ、推定精度が高いことを確認でき、遅延に対して効果的であることも示した。また、状態の拡大法と観測値の再編成法では、ほとんど同じ状態推定値を計算していることをシミュレーション結果で確認できた。さらに、実用化に向けて、時変の遅延に対する観測値の再編成法と、再編成法を応用し、観測値を削除して計算の負荷の観点から効率的に推定を行う再編成法について述べた。本論文では、観測値の削除方法の例として、

定常カルマンゲインに基づいて観測値を削除する方法について提案した。そして、原子時計群モデルを用い、シミュレーションを行った結果も示した。結果より、時変の遅延においても再編成法の有効性を確認できた。また、定常カルマンゲインに基づいて観測値を削除する再編成法では、一定間隔で遅延が発生する場合に、削除しない結果とほとんど同じ精度で効率よく推定することができ、その有効性を確認できた。しかし、遅延が一様に分布する場合には、カルマンゲインが定常状態に収束せず、観測値を削除できなかつたと確認できた。つまり、遅延の分布によっては、効果的な方法とは言えないとわかった。そこで、非定常時でも観測値を削除する方法でシミュレーションを行った。その結果、削除しない結果とほとんど同じ精度で効率よく推定することができ、その有効性を確認できた。しかし、定常時に削除する方法の精度よりは劣ることが予想できる。今後、実用化に向け、実際にどのような遅延が生じてしまうのかを確認し、その遅延に対し、適切にアルゴリズムを選択する必要があることを認識できた。

5章では、原子時計の実機を用いたカルマンフィルタによる時刻同期について述べた。Microchip社の小型のセシウム原子時計を用いて、カルマンフィルタを適用し、推定時系を生成した。結果から、カルマンフィルタを用いることで、UTC(NICT)と時刻同期し、安定した推定時系をリアルタイムに生成できていることを確認できた。したがって、小型原子時計において、カルマンフィルタが有効であることが実験からも確認することができた。

今後の課題として、分散化した小型原子時計の時刻同期の実用化に向けて、本論文で提案した観測値の再編成法の実験を行うことが必要である。現在、情報通信研究機構の大規模エミュレータであるStarBED[37]を利用したエミュレーションを考えており、遅延を模倣したテストが可能である。このStarBEDを利用し、観測値の再編成法を用いた原子時計群の状態推定を行い、その有効性を確認することや、更なる問題の発見を行うことが直近の課題である。また、遅延の分布によっては、観測値を切り捨てる基準の設定を慎重に行う必要があることを確認した。そのため、実際にどのような分布で遅延が生じるのかを確認し、それに対して適切に観測値の再編成法を応用することも重要な課題である。

参考文献

- [1] 総務省：情報通信白書，日経印刷株式会社 (2020)
- [2] 総務省：Beyond 5G 推進戦略 -6G へのロードマップ-, https://www.soumu.go.jp/main_content/000696613.pdf (2020). 2024 年 1 月 23 日閲覧
- [3] 内閣府・総務省・経済産業省・国土交通省スマートシティ官民連携プラットフォーム事務局：スマートシティガイドブック，https://sbircao02-my.sharepoint.com/personal/kagisoukatsu1_sbircao02_onmicrosoft.com/_layouts/15/onedrive.aspx?id=%2Fpersonal%2Fkagisoukatsu1%5Fsbircao02%5Fonmicrosoft%5Fcom%2FDocuments%2Fcstp%2Fsociety5%5F0%2Fsmartcity%2Fsc%2Dguid%2Dbook%2D0%2D125%2D2%2Epdf&parent=%2Fpersonal%2Fkagisoukatsu1%5Fsbircao02%5Fonmicrosoft%5Fcom%2FDocuments%2Fcstp%2Fsociety5%5F0%2Fsmartcity&ga=1 (2023). 2024 年 1 月 23 日閲覧
- [4] 情報通信研究機構：低遅延・多数接続ワイヤレス (STABLE), https://www2.nict.go.jp/wslab/pj_stable.html (2019). 2024 年 1 月 21 日閲覧
- [5] 中川史丸，花土ゆう子，後藤忠広，藤枝美穂，成田秀樹，松原健祐：日本標準時の分散化，情報通信研究機構研究報告/情報通信研究機構広報部 編，**65-2**, 21/28 (2019)
- [6] 情報通信研究機構：原子時計をスマートフォンに搭載できるくらいの超小型システムへ 圧電薄膜の機械振動を利用し，チップ化に向けて大きく前進，<https://www.nict.go.jp/press/2018/01/23-1.html> (2018). 2024 年 1 月 21 日閲覧
- [7] 岡田健一：超省エネ・小型の原子時計の開発に成功 -自動車やスマートフォン，小型衛星などにも搭載可能な高精度時計，https://jp.ricoh.com/-/Media/Ricoh/Sites/jp_ricoh/release/2019/pdf/0219_1.pdf (2019). 2024 年 1 月 21 日閲覧
- [8] L. Galleani and P. Tavella: Time and the kalman filter, IEEE Control Systems Maga-

- zine, **30-2**, 44/65 (2010)
- [9] 足立修一, 丸田一郎: カルマンフィルタの基礎, 東京電機大学出版局 (2012)
- [10] 吉村和幸, 古賀保喜, 大浦宣徳: 周波数と時間-原子時計の基礎/原子時のしくみ, 電子情報通信学会 (1989)
- [11] 花土ゆう子: 原子時系発生システムの高度化に関する研究, 博士論文, 電気通信大学 (2008)
- [12] 国立研究開発法人産業技術総合研究所: 世界で1番正確な1秒!, https://www.aist.go.jp/science_town/reading/10/ (2023). 2024年1月21日閲覧
- [13] 井戸哲也: 誤差6,500万年に1秒 - 16桁に及ぶ光格子時計の能力を遠距離周波数比較により初めて確認-, <https://www.nict.go.jp/publication/NICT-News/1110/01.html> (2023). 2024年1月21日閲覧
- [14] S. M. Brewer, J.-S. Chen, A. M. Hankin, E. R. Clements, C.-w. Chou, D. J. Wineland, D. B. Hume and D. R. Leibbrandt: $^{27}\text{Al}^+$ quantum-logic clock with a systematic uncertainty below 10^{-18} , *Physical Review Letters*, **123-3**, p. 033201 (2019)
- [15] T. Bothwell, D. Kedar, E. Oelker, J. M. Robinson, S. L. Bromley, W. L. Tew, J. Ye and C. J. Kennedy: JILA SrI optical lattice clock with uncertainty of 2.0×10^{-18} , *Metrologia*, **56-6**, p. 065004 (2019)
- [16] N. Ohtsubo, Y. Li, N. Nemitz, H. Hachisu, K. Matsubara, T. Ido and K. Hayasaka: Frequency ratio of an $^{115}\text{In}^+$ ion clock and a ^{87}Sr optical lattice clock, *Optics Letters*, **45-21**, 5950/5953 (2020)
- [17] F. Riehle: Towards a redefinition of the second based on optical atomic clocks, *Comptes Rendus Physique*, **16-5**, 506/515 (2015)
- [18] J. Lodewyck: On a definition of the si second with a set of optical clock transitions, *Metrologia*, **56-5**, p. 055009 (2019)
- [19] J. Kitching: Chip-scale atomic devices, *Applied Physics Reviews*, **5-3**, p. 031302 (2018)
- [20] T. P. Thomas C. and W. P.: Time Scales, BIPM Monographie 94-1 (1994)
- [21] I.-R. Recommendation: Glossary and definitions of time and frequency terms, ITU-R TF.686-2 (2002)
- [22] 国際度量局工業技術院計量研究所: 国際単位 (SI): グローバル化社会の共通ルール, 国際文書第7版 (1998)
- [23] H. Hachisu, H. Ito, N. Nemitz, N. Ohtsubo, Y. Miyauchi, M. Morikawa, K. Matsubara and T. Ido: Utc(nict) referenced to a timescale based on the optical clock nict-sr1, in

- 2023 Joint Conference of the European Frequency and Time Forum and IEEE International Frequency Control Symposium (EFTF/IFCS), 1/3 (2023)
- [24] 足立修一：MATLABによる制御工学，東京電機大学出版局 (2009)
- [25] R. E. Kalman: A new approach to linear filtering and prediction problems, *Journal of Basic Engineering*, **82**-1, 35/45 (1960)
- [26] R. E. Kalman: On the general theory of control systems, in *Proceedings First International Conference on Automatic Control, Moscow, USSR*, 481/492 (1960)
- [27] L. Galleani: A tutorial on the two-state model of the atomic clock noise, *Metrologia*, **45**-6, p. S175 (2008)
- [28] 吉川恒夫，小林博明：分散制御系の可観測性，計測自動制御学会論文集，**11**-1, 38/44 (1975)
- [29] 川口貴弘，持田峻佑，柿沼優人，宇賀神悠資，矢野雄一郎，倉田陽介，小池雅和，孝幸石崎：不可観測部分空間をもつシステムに対するカルマンフィルタと小型原子時計群の状態推定への実適用，第11回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム（発表予定）(2024)
- [30] D. W. Allan: Statistics of atomic frequency standards, *Proceedings of the IEEE*, **54**-2, 221/230 (1966)
- [31] C. Audoin and J. Vanier: Atomic frequency standards and clocks, *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, **9**-9, p. 697 (1976)
- [32] 情報通信研究機構：福島県おたかどや山標準電波の停波について，<https://www.nict.go.jp/info/topics/announce110425.html> (2011). 2024年1月21日閲覧
- [33] X. Lu, H. Zhang, W. Wang and K.-L. Teo: Kalman filtering for multiple time-delay systems, *Automatica*, **41**-8, 1455/1461 (2005)
- [34] 片山徹：新版 応用カルマンフィルタ，株式会社朝倉書店 (2013)
- [35] 矢野雄一郎，原基揚，花土ゆう子，井戸哲也，柿沼優人，川口貴弘，織田健太郎，石崎孝幸，川野真裕，百武健二，他：時刻同期ネットワークにおける複数の小型原子時計を用いた周波数安定化の検討，電気学会研究会資料. ECT= The papers of technical meeting on electronic circuits, IEE Japan/電子回路研究会 [編], **2023**, 1/4, 電気学会 (2023)
- [36] Y. Hu, D. Tso, S. Kapai and M. Feldman: D-dmtd: Digital dual mixer time difference., Technical report, Sandia National Lab.(SNL-CA), Livermore, CA (United States) (2017)

- [37] 明石邦夫, 井上朋哉, 榎本真俊, 宮地利幸, 三輪信介, 湯村翼: IoT 技術の検証を可能とするテストベッドの研究開発, 情報通信研究機構研究報告/情報通信研究機構広報部 編, **67-2**, 55/62 (2021)

質疑応答

- Q: 原子時計同士の時刻差情報のみで、理想時に時刻同期することはできるのか？
- A: 原子時計の時刻差情報のみでは、理想時に時刻同期はせず、各原子時計同士が時刻同期する。各原子時計を理想時に時刻同期するためには、理想時と時計の時刻差情報が必要となる。本論文では、問題 2 の設定で、時計読値偏差が観測できる場合を考えており、これにより理想時への時刻同期を実現している。なお、実機実験では、理想時に代わる UTC(NICT) を用いており、この UTC(NICT) への時刻同期の達成を考えている。
- Q: 今回の発表では、サンプリング時間は 0.1 s でシミュレーションを行ってるが、実際はどのくらいのサンプリング時間を想定しているのか？
- A: 実用化においてもシミュレーションと同様にサンプリング時間は 0.1 s を考えている。本論文の実機実験に関しても、サンプリング時間 0.1 s で実験を行っている。
- Q: 原子時計の数が増えると、精度は良くなるのか？
- A: 原子時計の数が増えると、推定時系の安定度高くなる (アラン偏差の値が $1/\sqrt{N}$ 倍ほど小さくなる) と言われている。実際に時計の数を変化させた時のアラン偏差の結果を Fig. 8.1 に示す。なお、シミュレーション条件は、3 章の問題 1 と同様のものとし、clock 1 の結果を用いた。結果を見ると、時計の数を増やすことで、安定度が高くなることを確認できた。
- Q: 観測値データの欠損はあるのか？また、欠損した場合どうするのか？
- A: 観測値データの欠損は実際にあると考えられている。欠損が生じた場合は、本論文の 4.5.3 項で示した観測値を削除する再編成法を適用することで欠損の影響を小さくし、効率よく推定を行うことができる。また、欠損が生じた時点で、観測値データの再送信を要請することができるため、こちらも有効であると考えられる。ただし、観測値データが遅延しているのか欠損しているのかの判断が難しいため、十分な検討が必要である。

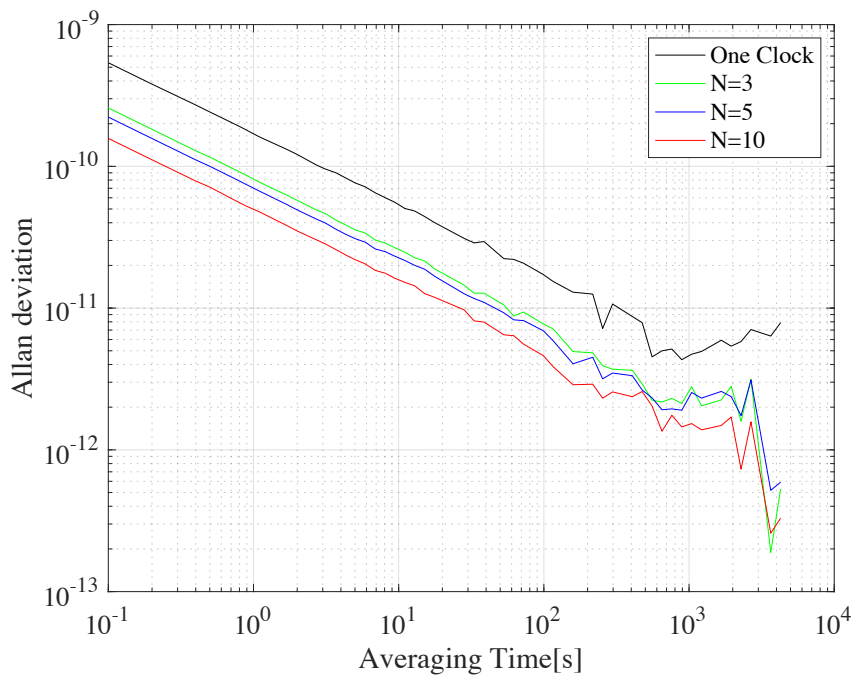


Fig. 8.1 When the number of clocks is changed.

Q: 観測値データがどの時刻の情報かどのように判断するのか？

A: 時刻差の比較データと同時に、比較した時刻のタイムスタンプも届くため、そのタイムスタンプのから観測値がどの時刻の情報か判断することができる。

Q: 離れた時計同士の時刻比較には、遅延は生じないのか？

A: 原子時計同士の比較の際の時刻のずれ（観測値のタイムスタンプのずれ）は考えられるが、今回想定している観測値を収集する際の遅延に対して、小さいことが考えられるため、本研究では考えないこととした。

研究業績

関連する主な国内会議発表 (発表者*)

1. 柿沼優人*, 石崎孝幸, 矢野雄一郎, 花土ゆう子, 橋本誠司, 川口貴弘: 観測値の遅延に対応可能なカルマンフィルタによる原子時計の状態推定法, 第 10 回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム, 滋賀 (2023)
2. 矢野雄一郎*, 柿沼優人, 川口貴弘, 織田健太郎, 石崎孝幸, 川野真裕, 百武健二, 橋本直也, 大塚信吾, 倉田陽介, 岩本哲也, 原基揚, 花土ゆう子, 井戸哲也: 時刻同期ネットワークにおける複数の小型原子時計を用いた周波数安定化の検討, 電子回路学会, 神奈川 (2023)
3. 川口貴弘*, 持田峻佑, 柿沼優人, 宇賀神悠資, 矢野雄一郎, 倉田陽介, 小池雅和, 石崎孝幸: 不可観測部分空間をもつシステムに対するカルマンフィルタと小型原子時計群の状態推定への実適用, 第 11 回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム (発表予定), 広島 (2024)

関連する主な国際会議発表 (査読付き, 発表者*)

1. T. Kawaguchi*, Y. Kakinuma, T. Ishizaki, Y. Yano, Y. Hanado: State Estimation of Atomic Clocks by Kalman Filter Using Time-Delayed Observation, IEEE International Frequency Control Symposium, Toyama, Japan (2023)

謝辞

本研究を進めるにあたり、多くの方々にご指導ご鞭撻を受け賜りましたことを、この場をお借りして感謝いたします。

本研究において、共同研究をさせていただいている国立研究開発法人情報通信機構、東京工業大学、東京海洋大学、セイコーソリューションズ株式会社、株式会社レイドリクスの皆様には感謝いたします。

国立研究開発法人情報通信研究機構時空標準時研究室の矢野 雄一郎 博士には、定期的な打ち合わせで有用な情報の提供や的確なご指導をいただき、さらに実機の研究に関しては密に協力していただきました。深く感謝いたします。

東京工業大学の石崎 孝幸准教授には、打ち合わせにおいて様々な視点からの的確なご指導をいただきました。研究以外のお話も、大変興味深いものが多く、勉強になることばかりでした。また、近谷 一真氏は、同じ学生として参考にする点が多々あり、有用な情報の共有をしていただきました。深く感謝いたします。

また、研究を進めるにあたり、日ごろから数々のご指導をいただきました。橋本 誠司教授、川口 貴弘助教、研究員 持田 峻佑氏、橋本研究室の同期、OB、後輩の皆様には感謝いたします。

橋本 誠司教授は、指導教員として終始懇切なるご指導とご鞭撻、審査の副査をしていただき、謹んで感謝の意を表します。また、研究室員の親睦を深めるための活動などよい研究室づく交流の場でも温かいお人柄で大変親しみやすく、居心地のよい研究室でした。3年間の研究室の活動で、橋本教授が学生から好かれ、研究室が人気である所以を改めて理解しました。橋本研究室に所属させていただきましたことを深く感謝いたします。

川口 貴弘助教は、学士4年から継続して本論文のテーマをお与えくださり、研究活動においての環境を最大限に整えて下さると共に、分野にとらわれずご指導くださりました。特に文章力やプレゼンテーション能力など社会人生活で非常に役に立つ能力を高めてくださいました。さまざまな成長の機会を与えていただけたことに深く感謝いたします。

研究員の持田 峻佑氏は、短い期間でしたが、大変お世話になりました。本論文の研究において、的確なご指導を数多くいただき、大変助けられました。お力添えいただき、共同での研究がとても充実したものとなりました。また、本論文の添削にも尽力してくださりました。深く感謝いたします。

また、常日頃から研究活動のサポートに大変ご尽力下さった技術員 石井 裕美氏に感謝いたします。

研究室の同期である、竹村 侑奎侃氏、永沼 久美氏、三上 凌氏、Hanif Ali Hasanain 氏、石井 楓生氏は、研究や講義においての議論や研究活動以外でも大変お世話になりました。深く感謝いたします。

最後に、本論文の主査である伊藤 直史准教授、副査である田北 啓洋准教授に深く感謝いたします。