

博士論文

球状トカマクへの小型トーラスプラズマ
移送合体による燃料供給法の実現可能性
検証のためのシミュレーション研究

2018年 3月

小池 晋太郎

群馬大学大学院 理工学府

電子情報数理領域

目次

1 章 序論.....	1
1.1. 研究の背景	1
1.1.1. 近年のエネルギー事情.....	1
1.1.2. 核融合発電	5
1.1.3. 磁気閉じ込め方式.....	9
1.2. 磁気閉じ込め式核融合発電	10
1.2.1. トカマクプラズマによる核融合発電	10
1.2.2. 球状トカマクプラズマ.....	10
1.2.3. ST プラズマの安定性.....	11
1.2.4. ST プラズマの平衡	13
1.3. 燃料供給システム.....	14
1.3.1. 核融合発電の課題.....	14
1.3.2. ガスパフによる燃料供給	15
1.3.3. ペレット入射による燃料供給.....	16
1.3.4. CT 入射による燃料供給.....	17
1.4 FRC プラズマの移送による燃料供給.....	20
1.4.1 FRC プラズマ	20
1.4.2. FRC プラズマの移送.....	21
1.4.3. 中性ガス領域への移送.....	24
1.4.4. NUCTE-III/T における実験	26
1.4.5. 未解明の事象.....	27
参考文献 1.....	29

2 章 中性ガス領域への FRC プラズマの移送	32
2.1. 中性ガス領域への FRC プラズマの移送のモデル化.....	32
2.1.1 ガスフローモデル.....	32
2.1.2. MHD 方程式	33
2.1.3 Grad-Shafranov 方程式の導出	34
2.1.4. 平衡分布の設定	38
2.2. モンテカルロシミュレーション	40
2.2.1. 粒子種の違いによるエネルギー付与	40
2.2.2. イオン化位置.....	40
2.2.3. 電離イオンの軌道計算.....	41
2.2.4. エネルギー付与の結果.....	42
2.3. 2次元 MHD シミュレーション.....	46
2.3.1 流体モデルでの検証	46
2.3.2. 反応速度係数と湧き出し項の計算.....	47
2.3.3. 湧き出し項付き時間発展方程式	51
2.3.4. 中性ガスフロー	52
2.3.5. 計算結果.....	54
2.3.6. 考察.....	55
2.4 まとめ.....	60
参考文献 2.....	62

3 章 ST プラズマ合体による燃料供給システム	63
3.1. プラズマの合体	63
3.2.1. 新たな燃料供給方法の模索	63
3.1.2. 磁気リコネクション	63
3.1.3. FRC 合体による加熱.....	64
3.1.4. ST プラズマの合体	67
3.2. 新しい燃料供給方法	69
3.2.1. 燃料供給のコンセプト.....	69
3.2.2. 間欠的燃料供給モデル.....	70
3.2.3. 燃料供給用プラズマ生成シナリオ.....	71
3.2.4. 燃料供給のための装置設計	72
3.2.5. 明らかにすべき事象	73
3.3. 燃料供給システムのモデル化.....	74
3.3.1. シミュレーションモデルの概要	74
3.3.2. 3次元 MHD 方程式	76
3.4. 平衡計算と初期配置	79
3.4.1. 初期分布の設定	79
3.4.2. 収束計算の条件設定	79
3.4.3. 質量密度の初期分布	82
3.5. 外部コイルのモデル化と真空領域.....	83
3.5.1. 外部コイルのモデル化.....	83
3.5.2. 真空領域の設定	84

3.6. MIPS コード	84
3.6.1. MIPS コードとその妥当性.....	84
3.6.2. 計算のフロー	86
3.6.3. 数値計算の手法	89
3.6.4. 境界条件と平滑化アルゴリズム	89
3.6.5. 並列化アルゴリズム	90
3.6.6. 数値計算のパラメータ.....	91
3.7. MHD シミュレーション結果	92
参考文献 3.....	96
4 章 移送合体過程における諸現象の解析.....	98
4.1 必要とする解析	98
4.2. 移送中に働く力	98
4.2.1. プラズマ合体のメカニズムについて	98
4.2.2. ローレンツ力の体積平均.....	98
4.2.3. トロイダル電流	100
4.2.4. 移送中に働く力についての結論	103
4.3. ポロイダル流速の検証.....	103
4.3.1. 移送中のポロイダル方向流速.....	103
4.3.2. 成分分解による検証	105
4.3.3. 副プラズマでの流速成分の検証	105
4.3.4. 主プラズマでの流速成分の検証	109

4.4. 磁気面構造の解析.....	112
4.4.1. 磁気面構造解析の必要性.....	112
4.4.2. ポアンカレマッピング.....	112
4.4.3. 磁気面構造の確認.....	113
4.4.4. 磁気面構造と安定性.....	115
4.5. 2次元 MHD シミュレーションとの比較.....	115
4.5.1. 不安定性と3次元シミュレーション.....	115
4.5.2. 2次元 MHD 方程式.....	115
4.5.3. シミュレーション結果.....	117
4.5.4. 結果からの安定性の評価.....	120
4.6. 不安定性成長率.....	120
4.6.1. 不安定性の評価方法.....	120
4.6.2. 不安定性の成長率.....	121
4.6.3. 成長率の抵抗依存性.....	122
4.7. 合体過程における解析結果のまとめ.....	123
参考文献 4.....	124
5章 燃料供給の実現可能性の評価.....	125
5.1. 燃料供給効果の検証.....	125
5.2. 3次元 MHD シミュレーションにおける供給率.....	125
5.2.1. シミュレーション結果の評価方法.....	125
5.2.2. エネルギー供給率の結果.....	125
5.2.3. 粒子供給率の結果.....	127
5.2.4. 3次元 MHD シミュレーションの結果についての課題.....	128

5.3. イオン粒子軌道計算による供給効果の評価	129
5.3.1. 粒子軌道計算を必要とする理由	129
5.3.2. 粒子軌道計算の方法	129
5.3.3. 粒子軌道計算モデル	132
5.3.4. 粒子軌道計算結果.....	133
5.3.5. 粒子供給効果の評価	135
5.3.5. 粘性係数を変えた場合の変化.....	136
5.3.6. 粒子軌道計算におけるポロイダル方向回転	138
5.4. 供給効果についてのまとめ	138
参考文献 5.....	140
6章 まとめ	141
6.1. 中性ガス領域への FRC プラズマ移送による燃料供給について.....	141
6.2. ST プラズマへの合体燃料供給シミュレーションについて.....	141
6.3. 合体シミュレーションの解析について.....	142
6.4. ST への粒子供給効果について.....	143
6.5. 課題と展望	144
公表リスト	145
学会発表等	147
謝辞.....	150

1 章 序論

1.1. 研究の背景

1.1.1. 近年のエネルギー事情

現代の社会においては、近代以前のそれとは比べ物にならないほど生産されるようになったエネルギーこそが、高度な文明を維持していると言える。しかし、これからの世界のエネルギー事情は逼迫している。その要因は、いくつかの問題に起因するものである。

第一に、拡大する新興国・発展途上国の需要という問題が挙げられる。Figure 1.1 に示す 2015 年までの地域別のエネルギー消費量を見ると、新興国の多いアジア大洋州での増加が近年著しいことがわかる。これらの国では、人口の爆発的な増大を背景に、重工業などの電力を多く必要とする産業が大きく成長している。さらに、その膨大な人口を支えるためのインフラ設備の維持のための電力も必要になる。そして、これらの国における電力の生産方法は比較的広範囲で採掘が可能な石炭が多く、後述の枯渇問題と併せてこれからエネルギーの不足が深刻化することが懸念されている。

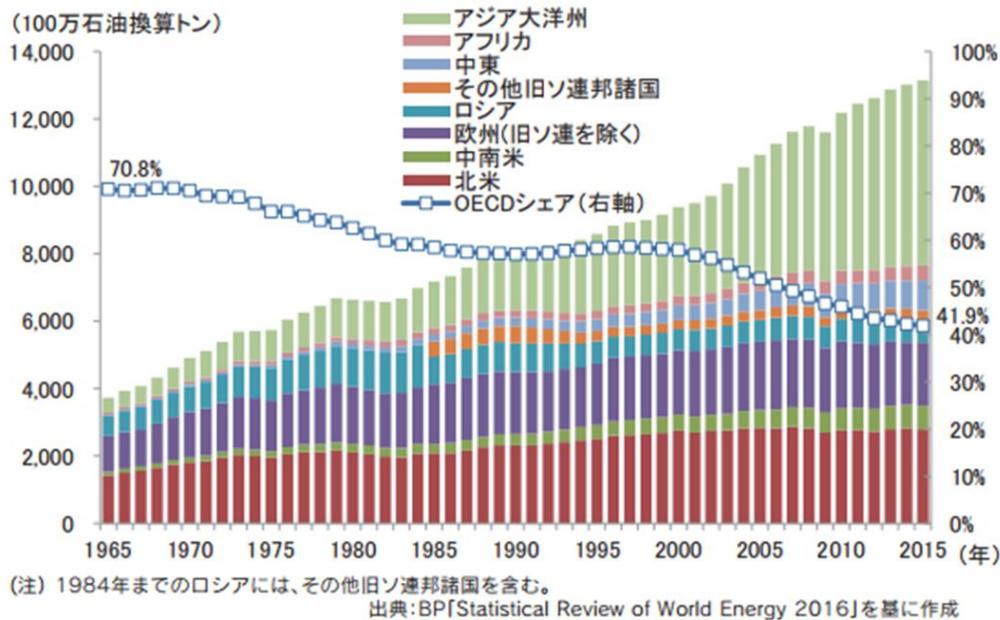


Fig. 1.1 世界のエネルギー消費量の推移（地域別，一次エネルギー）^[1].

また、特に重工業の発展が目覚ましい国々では、公害の問題も深刻化している。前世紀の我が国などでもこの問題は大きな社会問題となったが、人口規模が桁違いの新興国では、その深刻さも桁違いである。2013年初頭に起きた中華人民共和国の都市部における大規模な光化学スモッグは、都市全域が致死レベルの汚染に晒されるだけでなく、周辺地域・国家にまで影響を及ぼすという大惨事となった。この原因は硫黄分を含んだ石炭の過剰消費であり、今後も新興国・途上国では同じような災害が多発すると考えられる。

更に、2017年より自動車のEVシフトがEU・中国に於いて政府方針として発表され、日本を含めた他の地域の車メーカーでもそれに合わせた研究開発が本格化している。EVシフトが実現した暁には、世界の電力需要はこれまでにない大きさに膨れ上がると考えられるため、現在稼働している発電所の出力だけで

は足りなくなることは明白である。

次に問題となるのは、生産源となる化石燃料及びウランである。化石燃料については、新しい火力発電技術によるエネルギー変換効率の上昇や、新しい油田・鉱床の発見によって枯渇までの年数が順延してはいる。しかし、2015年に開催された第21回気候変動枠組条約締約国会議(COP21)にて採択された「気候変動抑制に関する多国間の国際的な協定^[2]（通称パリ協定）」によって、産業革命前からの世界の平均気温上昇を2度未満に抑えるという国際的な枠組みが決定された。これによって、あらゆる分野における化石燃料依存からの脱却の流れが世界的に加速しており、発電を含めたそれらの産業が投資を渋られるという事態も発生している。

一方ウランについては、採掘可能な鉱床が限られている以上枯渇は避けられない。これに対しては、プルサーマルによる使用済み核燃料のリサイクル、それによってできたMOX燃料を用いた、高速増殖炉による高効率な発電などの技術革新が有効な対策と考えられている。しかし、2011年に起きた東京電力福島第一原子力発電所事故以降、我が国を含めた原子力の技術を持つ先進国は軒並み投資・研究に消極的であり、ついには2016年に実験用高速増殖炉であるもんじゅの廃炉が決定し、研究計画も凍結されてしまった。

以上のような資源型エネルギーへの依存から脱却し、さらに公害・災害に結びつかない発電方法とされているのが再生可能エネルギーという発電方式群であるが、これらの発電方法にも多数の問題点が存在している。

まず再生可能エネルギーの中でも、近年世界的に普及が進んでいる風力発電についてである。この発電方式は、一見世界中どこでも発電ができそうであるが、それは誤りである。発電装置自体の維持や安定した電力供給の為には、1年

を通して一定方向から定常的な風が吹く場所に設置する必要があり、そのような場所は陸上ではごく限られた場所だけである。更に、プロペラの回転により生じる低周波による騒音公害という問題も存在しており、空軍基地や空港の周辺地域と同じような状況に近隣住民は晒される。以上の問題から、洋上風力発電という方法が特に我が国では研究され始めているが、2014年に起きた唐津での実験装置の沈没などその前途は多難である。そもそも発電機のコストパフォーマンス自体、火力発電どころか水力発電にも遠く及ばないのが現状であり、代替エネルギーとしての先行きは不透明である。

次に、我が国において普及率が上がっている再生可能エネルギーである太陽光発電について考えてみる。この方法についても、風力と同じく地域によって向き不向きがあり、一般的には日照時間が長い砂漠地帯などが最も良いとされる。年間降水量が多く、湿度が高いため雲がかかりやすい風土である我が国は、実はそれほど発電に向いている土地とは言えない。更に効率のいい砂漠地帯でさえ、砂の堆積という問題を抱えており、風力発電程ではないがメンテナンスが頻繁に必要である。そしてこれらの問題をクリアしても、メガソーラーと呼ばれる一極集中施設を作っても発電効率が上がらないという、そもそも大規模発電には向かない理由から次世代発電の候補からは遠のく。これから研究開発によりコストダウンも見込めるが、それでも主な運用は家庭レベルでの小規模発電に留まると思われる。

以上の例はほんの一部ではあるが、現在研究が進められている数多の再生可能エネルギー発電は、現状では様々な問題を抱えている。更に、現状の火力・原子力といった主要発電方法に比べて出力不足や不安定性といった問題があることも共通しており、エネルギー需要の増大と併せてその代替と成り得るかといえば、甚だ疑問である。

このように、現在実用化されている発電方法は、いずれも長期的に安定したエネルギー供給を行うには一長一短な性質を持っている。主要発電方法である火力・原子力では安定した供給が行える代わりに、資源の枯渇・公害や災害、産業事態の衰退のリスクを孕んでいる。一方再生可能エネルギーはその逆で、資源枯渇や公害のリスクは低いが、安定供給を行うのが難しい。これらの発電方法では、これからの人類の増加と文明の発展を支えるのは難しく、その実現のためには膨大なエネルギーを安定供給可能で、かつ資源問題や公害、災害のリスクの低いエネルギー源が必要である。この候補として最も有力視されているのが、核融合発電である。

1.1.2. 核融合発電

核融合発電とは、原子核反応の一種である核融合反応によって生じるエネルギーを電力に変換する発電方法である。この核融合反応は、身近な例としては太陽を含む恒星のエネルギー源となっている反応であり、核融合発電とはさながら人類の手で太陽を作り出す試みである。反応の原理は、ある特定の組み合わせの原子核同士が衝突する事で、より安定した核力ポテンシャルを持つ重い原子核となるというものである。例として、Fig. 1.2 に示す重水素(Deuterium)とトリチウム(Tritium)の核融合反応では



という反応が発生し、ヘリウムと中性子が生成される。この際反応前後の原子核の質量に核力ポテンシャルの違いによる質量差が生じ、この質量分のエネルギーが反応後の原子核や中性子の運動エネルギーの増分となる。この運動エネルギーは中性子の場合は核熱、原子核の場合は電流として取り出すことができ、核

融合発電はこれを電気エネルギーに変換して取り出す。

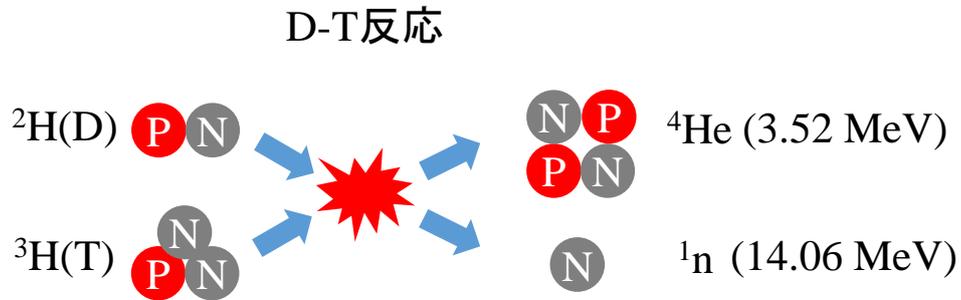


Fig. 1.2 核融合反応の一種である D-T 反応の概念図。

核融合反応には、同じ原子核反応である核分裂反応に比べ、幾つかの大きな利点を持つ。一つは、原理上反応の暴走が起こりにくく、制御が容易であるという点である。核融合では、正電荷を持つ原子核同士を衝突させる必要があるため、燃料の原子に電磁気力による斥力を超えるほどの運動エネルギーを持たせなければならない。この状態の原子は非常に高温・高密度のプラズマであり、この状態を地球上で維持するには特殊な制御が必要となる。この制御方法の種類は後述するが、このような性質上核融合反応は反応自体を維持するのにエネルギーが必要であり、その供給を止めれば反応自体が直ちに停止する。よって核分裂炉のような暴走・メルトダウンの危険性は原理上皆無であり、災害のリスクは無いに等しい。

もう一つの利点は、燃料が豊富である点である。Figure 1.3 として示す現在フランスにて建造中の国際核熱核融合実験炉 (International Thermonuclear Experimental Reactor : ITER) では、数ある核融合反応の組み合わせの内、前述の重水素とトリチウムによる D-T 反応による運用を想定している。これらの元素

は共に水素の同位体であり，特に重水素は地球上の水の 0.01%程度にあたる重水に含まれているため，ほぼ無尽蔵に存在する．三重水素についても，リチウムを中性子により放射化することで生成が可能であるので，D-T 反応の際に発生する中性子線を利用して，核融合炉そのもので生産することができる．更にこの D-T 反応では，反応生成物としてヘリウムと中性子しか排出せず，分裂反応のような高レベル放射性廃棄物を反応過程で排出しない．無論，中性子による反応炉中の構造物の放射化は避けられないが，その中性子の衝突熱を利用して発電するため，原子力と比較してその影響は低い．

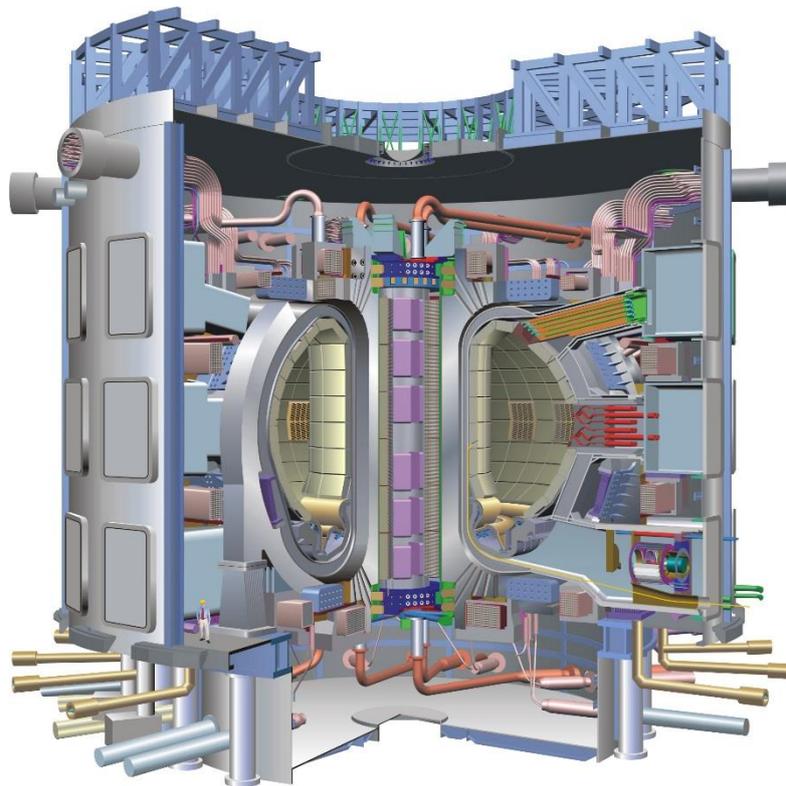


Fig. 1.3 国際核熱核融合実験炉 ITER の完成予想図^[3]．

以上の利点より，核融合発電の実現が成されれば前節にて挙げた諸所のエネ

ルギー問題を一度に解決できるのであるが、この発電方法には大きな技術的ボトルネックがある。その最大の問題は、自己点火条件(外部からのエネルギー供給に頼らず、炉内の反応エネルギーのみで反応を維持できる条件)を達する程の高温・高密度プラズマを、地球上に安定して維持することが困難であるという点である。プラズマは大気の存在する地球上では通常存在できず、例えば雷やオーロラ等で瞬間的に発生したものは、周囲に瞬く間に熱を奪われて電子とイオンが再結合してしまう。よってプラズマは真空中に発生させなければならないのであるが、高温・高密度状態の場合は高い圧力によって瞬く間に拡散してしまう。この拡散を防ぐために、核融合の実現に向けた幾つかのプラズマ閉じ込め方法が考案されている。

まず人類が最初に核融合を実現させた方式が、慣性核融合である。この方法は、核融合反応を起こす燃料に強力な力を加える事で、高温・高密度のプラズマ状態に変化させて核融合を行う方法である。このときの力を加える方法によって幾つかの方式に分かれるが、既に安定した技術が確立されているのが水素爆弾である。この水素爆弾では、D-T 反応を起こす燃料を原子爆弾の爆発によって圧縮するという方法をとっており、原爆の巨大なエネルギーを利用できるため比較的簡単に核融合が起こせる。中でも史上最大の水爆であるソビエト連邦のツァーリ・ボンバは、総エネルギーではあるが $2.1 \times 10^{17} \text{ J}$ という途方も無い出力を実現した。しかしこれは爆弾という兵器であり、エネルギーのコントロールを考えていないからこそ出来るのであって、エネルギー技術への転用は論外である。

一方、慣性核融合方式で発電技術への転用が可能と考えられているのが、レーザー核融合である。この方法も、元々は原爆を使わないいわゆる「綺麗な水爆」の候補として軍事研究されていたものであるが、核融合発電が本格的に研究され始めた頃からエネルギー技術転用が模索され始めた。レーザー核融合では、ペ

レットと呼ばれる燃料の入ったカプセルに向けて、全方向から巨大なレーザー装置による照射を行うことで、その照射圧によってペレット内部を圧縮する。この際核反応は一瞬で終了してしまうが、ペレットを取り替えて流れ作業的に連続して反応を起こすことで、恒常的に反応を持続するというプロセスが現在想定されている。しかし中性子からのエネルギー回収方法に難があるなどの理由から、核融合の主流とはなっていない。この方式の代表的な実験炉には大阪大学レーザーエネルギー研究センターの激光 XII^[4]などが存在する。

1.1.3. 磁気閉じ込め方式

そして最もメジャーであり、現在世界中で研究が進められている方法が、磁気閉じ込め方式である。プラズマは全体としては電氣的に中性な物質であるが、その構成要素である電子とイオンはそれぞれ自由に運動できる荷電粒子である。この荷電粒子は、磁力線が存在するとそれに沿って旋回運動を行う性質がある。よって荷電粒子が限られた範囲内を行き来するような、閉じた磁力線構造を用意すれば、その内部にプラズマを閉じ込めることができる。ただし高温・高密度のプラズマとなると、荷電粒子自体の熱速度も非常に早く磁力線に捕捉するためには強力な磁場が必要であり、実験炉である ITER ですら最大出力が 11.8 T の強力なコイルを必要とする。また、このような強力な磁場をかけたとしても、その磁力線構造によってプラズマの挙動が異なるため、幾つかの異なる閉じ込め方式が考案・研究されている。

1.2. 磁気閉じ込め式核融合発電

1.2.1. トカマクプラズマによる核融合発電

磁場閉じ込め方法の中でも現在最も実用に近いと考えられているのが、前述の ITER にも採用されているトカマク型磁気閉じ込めである。この方式では、トロイダルフィールドコイル(TF コイル)によって生じたトロイダル方向の閉じた磁力線沿ってプラズマを閉じ込める。しかしこの状態では、円周内部と外部の磁場勾配によるドリフト運動が起こり、これによって分極した電荷が電場を作り出し、外向きのローレンツ力を生じることで粒子が外側に逃げてしまう。これを防ぐために、センターソレノイドコイル(CS コイル)によって生じたポロイダル方向のトカマク磁場を印加して粒子を内部に押し戻すのだが、その誘導の際トロイダル方向にプラズマ電流を流す必要があり、これによってプラズマが膨らもうとしてしまう。この膨張を押さえつけるためには、ポロイダルフィールドコイル(PF コイル)によって生じる装置全体を上下に貫く磁場を印加すればよく、これら3つのコイルによってトーラス状にプラズマを閉じ込める。この方法は、ミラー磁場と比較して粒子損失が少なく、安定した閉じ込めが可能である。反面、3種類のコイルを複雑に組み合わせた構造を持つため、維持・メンテナンスが難しいという欠点がある。ただし、トカマク型は現在核融合炉の主流であるため、商用化に向けたコスト面の研究も進められており、将来的にはこの欠点も緩和されると考えられる。このタイプの代表的な実験炉は、前述の ITER や日本原子力研究開発機構の JT-60^Uなどがある。

1.2.2. 球状トカマクプラズマ

トカマク炉の主半径とプラズマ径のアスペクト比を低くした炉を球状トカマ

ク (Spherical Tokamak: ST) と呼ぶ^[6]. 全体的な形状はドーナツ型である通常のトカマクと比べて球形に近くなっている. ST プラズマの特徴として, プラズマが太いためプラズマ電流が増大し, それによるプラズマ磁場の形成によってトカマクに比べて高いベータ値を示す点が挙げられる. ベータ値はプラズマ閉じ込め効率の指標であり, トロイダル磁場とプラズマ圧力の比

$$\beta = \frac{p}{B^2/2\mu_0} \quad (1.1)$$

で示される. この値が大きいということは, 比較的弱いトロイダル磁場でプラズマが閉じ込め可能であることを示し, コイルによる磁場の維持にかかるコストを下げる事が出来る.

高ベータである ST プラズマは, ITER を超えるような必要な高温・高圧の核融合炉として有効であり, 将来的な D-³He 核融合の実施にも有効であると考えられている^[7].

1.2.3. ST プラズマの安定性

ST プラズマを含めたトーラス型プラズマでは, その構造上バルーニング不安定性が出てしてしまうという問題を抱えている. これは, 合体を行う上で必要な移送のプロセスにおいて問題となり, 初期生成時に安定であったプラズマも, 移送中の磁場変化によって不安定状態に陥る場合がある. これについての研究として, 東京大学のTS-3装置において, ST プラズマの合体生成実験が行われた^[8]. 実験は, 2つのSTを合体させるコヘリシティ入射(Type-A)と2つのスフェロマックを合体させるカウンターヘリシティ入射(Type-B)が行われた. このうちType-Aの実験において, アスペクト比によるプラズマの安定性の研究^[9]により開発さ

れた、安定状態を解析することが可能なBALLOOコードを用いたことにより、プラズマベータと q 値(安全係数)の関係において、Fig. 1.4のような不安定領域が存在することが計算されている。図中の軌跡が合体中のプラズマにおける q - p の関係であるが、低ベータのC実験は安定領域に常に存在し、少し高いベータのD実験のプラズマは不安定領域を通過している。実際の実験結果においても、前者は安定した合体過程となり、後者は移送中にバルーニング不安定性によって崩壊している。 q 値はポロイダル磁束密度とトロイダル磁束密度の比から計算できる値であり、プラズマの安定性の指標である^[10]。シミュレーションにおいても、初期の平衡パラメータに対してこの指標を用いることでプラズマの安定性を評価することが出来る。

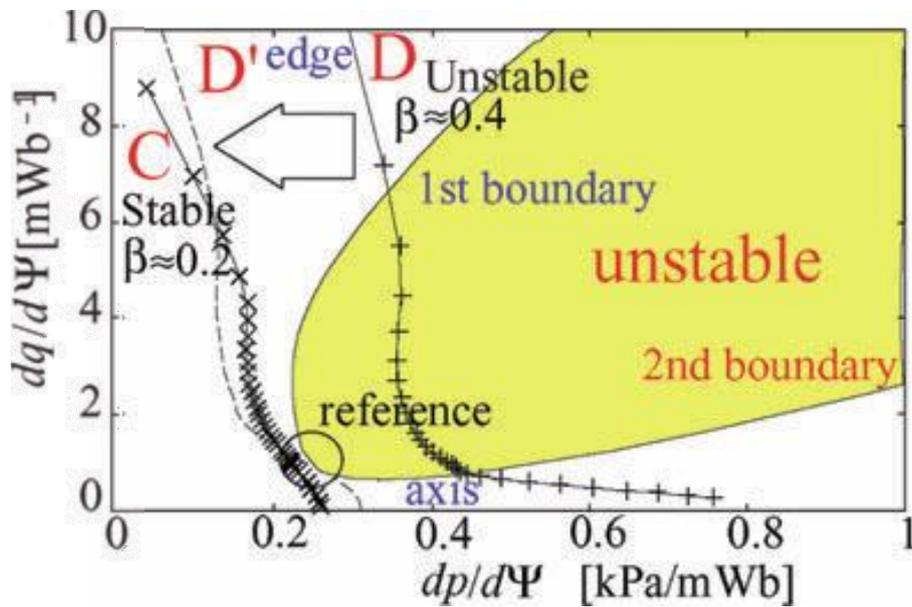


Fig. 1.4 合体実験における q - p プロファイル^[8].

1.2.4. ST プラズマの平衡

この計算に用いる初期の平衡パラメータについては、ST プラズマについてのシミュレーションを行う為には、トーラス型の核融合装置の複雑な境界に対応した平衡解が必要となる。プラズマの平衡については、MHD 平衡に相当する Grad-Shafranov 方程式を解くことで得ることが出来るが、複雑な境界での収束計算のためには工夫が必要である。C. Rasouli らは、この方程式の解法として、Point Interpolation Collocation Mesh Free Method (PIC-MFM) という計算手法を用いた^[11]。この方法では、レギュラー格子とイレギュラー格子の両方の場合に対応しており、非軸対称な 3 次元構造の計算にも対応できる。計算パラメータの変更で、Fig. 1.5 に示すようなトカマク型、ST 型、スフェロマク型の平衡の作成が可能であり、これらの計算結果において数学的な許容範囲内の計算結果が得られた。また、この方法はコーディングが容易かつ計算時間も短時間で済むという利点も存在している。

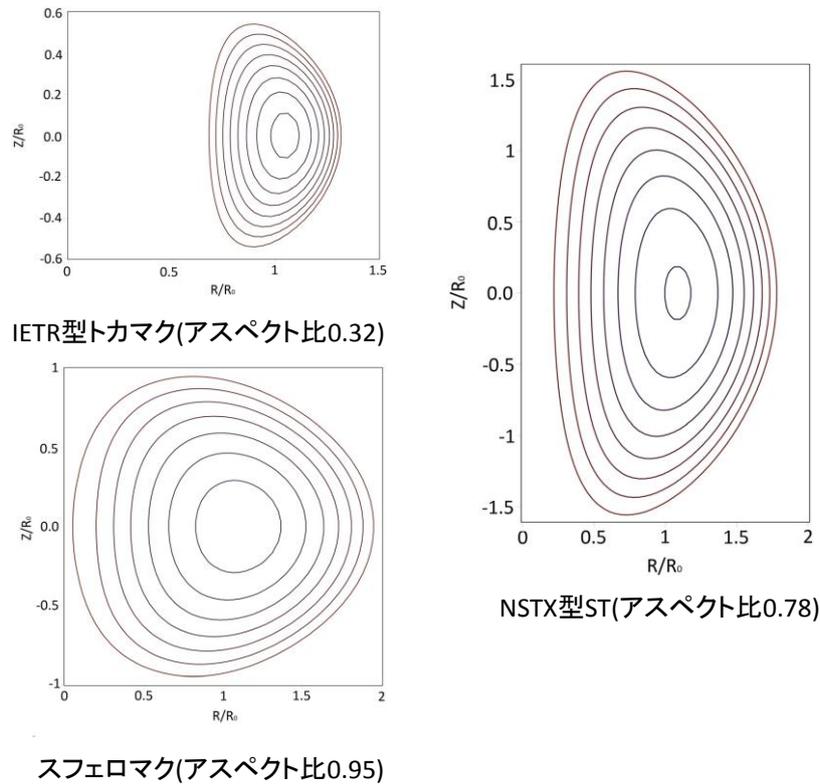


Fig. 1.5 PIC-MFM 法で計算された様々なタイプのトーラス型プラズマの平衡解^[11].

1.3. 燃料供給システム

1.3.1. 核融合発電の課題

トカマク型磁場による閉じ込め方式を採用している国際核融合実験炉 ITER^[3] は、自己点火条件の達成を目標とした実験炉であり、現在建設が進められている。自己点火条件とは、核反応によって生じたエネルギーによってプラズマ自らが反応を起こす温度を維持するための条件である。核融合炉からエネルギーを取り出し発電に利用するためには、必ず達成しなければならない条件である。核融合プラズマがこの自己点火状態を維持し、エネルギーを生み出すためには反応に用いる重水素や三重水素などの燃料の供給を定期的に行う必要がある。一方

でトカマク型プラズマは閉塞磁場であるため、燃料を供給するためには強力な外部磁場を突き抜けて粒子を供給する必要がある。ここでプラズマをそのまま入射してしまうと、この外部磁場にプラズマが捕捉されてすぐロスしてしまう。よって、電氣的に中性な状態の粒子をガスとして高速にプラズマへと吹き付けるガスパフによって供給を行うのがトカマクプラズマでは一般的であった。しかし、プラズマの温度・密度が上がるにつれて、この方法では表面で中性ガスが電離し、コア領域までの燃料供給を行うことが難しくなってきた。ITER 程の高温・高圧プラズマになるとそれは顕著であり、商用炉となればより難しくなることが予想される^[12]。このため、従来のガスパフではない新たな燃料供給方法の確立は核融合実現に向けた危急の課題であり、そのための様々な研究が行われている。

1.3.2. ガスパフによる燃料供給

SPIG(Supersonic Pulsed Gas Injection)はその一つであり、従来よりも高速かつ断続的にガス入射を行う方法である。フランスの Tore Supra 装置で行われた実験^[13]では、従来のガスパフに比べて4倍程度の燃料供給効率を示す結果となった。しかしこの入射の際、Fig. 1.6に見られるように最外殻磁気面から遠ざかるほど供給効率が下がっている事がわかる。この装置のポロイダル面の直径は1.5 mなので、プラズマ表面で多くの粒子が電離してしまっており、プラズマコアまでは余り届いていないと言える。

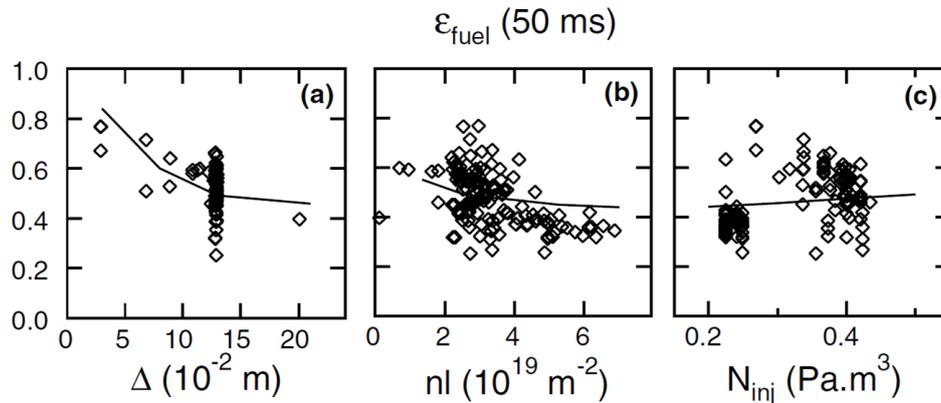


Fig. 1.6 入射から 50 ms 後の(a)最外閉磁気面からの距離, (b)プラズマ密度, (c)入射粒子数に対する燃料供給効率^[13].

1.3.3. ペレット入射による燃料供給

これに対して, コア領域まで粒子を直接供給する方法としてペレット入射による供給方法が考えられている. この方法では, 燃料を詰めたペレットをプラズマに高速度で入射し, プラズマコア部分で溶発させる. これにより, SPIG で問題であった表面での電離を防ぎ, コア領域にダイレクトに燃料供給を行う事ができる. General Atomics の DIII-D 装置においてペレット入射を行った実験^[14]の結果が Fig. 1.7 である. 上のグラフは, プラズマ加熱用の NBI のエネルギーとコア領域への供給効果の相関を表したものであるが, 加熱エネルギーが低いほど供給効果が高くなるという結果を示している. これは, 下のグラフにおけるペレットの浸透長と供給効果の関係を見ればわかるように, NBI によって加熱されたことでコア領域へ届く前にペレットが溶発してしまうことで起きる現象だと考えられる. ここから, ITER を超えるような高密度プラズマにおいては, ペレット入射ではプラズマ表面ですぐに溶発しコア領域への供給は難しいと考えられる.

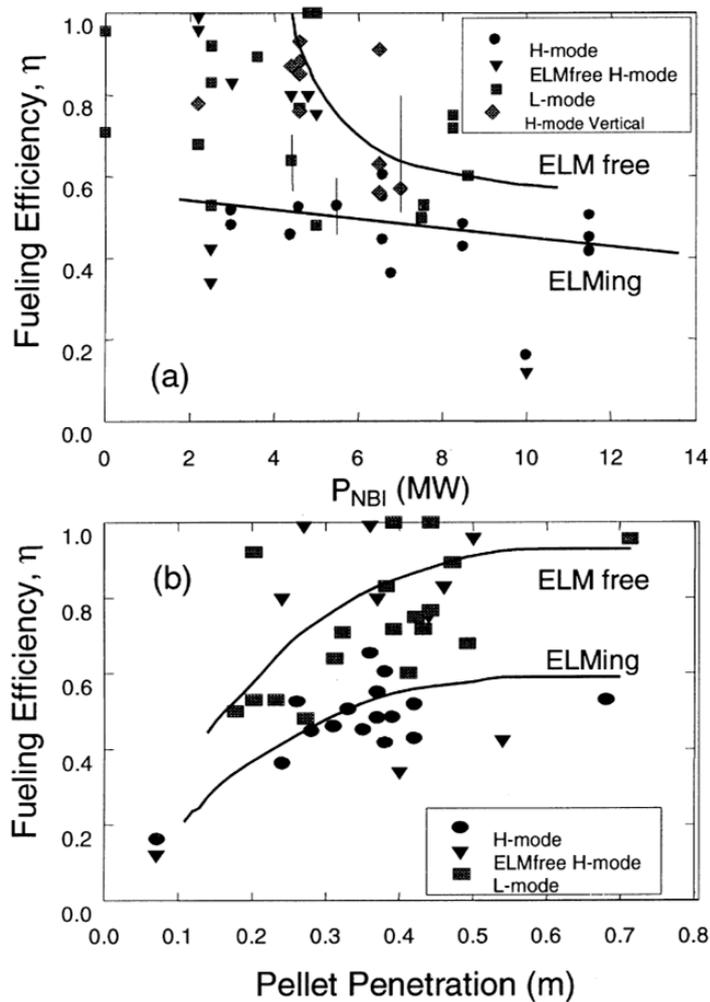


Fig. 1.7 NBI による燃料供給効果(a)と浸透長と供給効果の相関(b) [14].

1.3.4. CT 入射による燃料供給

燃料供給方法の他の候補としては、接線方向からのコンパクトトーラス(CT: セパトリス領域が単連結なトポロジー構造であるトーラスプラズマの総称) 入射によるものが考えられている。Lawrence Livermore National Laboratory の TIBER Engineering Test Reactor において行われた実験^[15]から、入射による燃料供給プロセスの解析がなされた。これによると、入射された CT プラズマの z 軸は

トカマクのトロイダル磁場に対して垂直だが、トカマクの外部磁場領域に入ると Fig. 1.8 のように軸を中心に回転をはじめ、やがて水平になる。これにより CT のポロイダル磁場とトカマクのトロイダル磁場の間で磁気リコネクションが起こる。ここまでの過程では、CT のコア領域は外部の磁場の影響を受けずに移送されているため、つなぎ変えが起きて磁場が開放されると共にトカマク内部へと拡散する。これがプラズマコア領域で起これば、理想的な燃料供給が行われると考えられる。

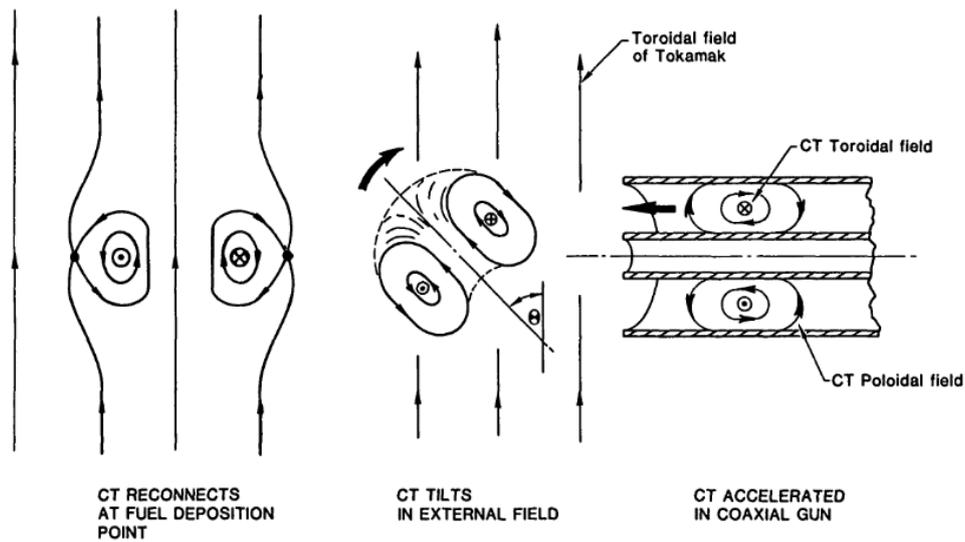


Fig. 1.8 トカマクに入射された CT のリコネクション過程^[15].

ヨーロッパの JET-2M 装置において、この CT 入射による燃料供給効果の検証が行われた^[16,17]. この実験ではトカマクの側面から 300 km/s のスピードで CT プラズマを入射し、その際の CT プラズマの様子や燃料供給の効率などが解析された。実験の結果燃料供給効果という観点では、Fig. 1.9 の電子密度の上昇が示す

ように 40% という大きな数値が得られた。しかし、この際の軟 X 線のプロファイルを見ると、外縁部において 2 回のピークが発生していることがわかる。これは高エネルギーの領域が 2 度同じ位置を通ったことを示し、中央のチャンネルが一度上昇した後減衰を示していることから CT プラズマが反射してしまっている事がわかる。この結果は、完全なコア領域への供給はできていないことを示す。この原因としては、トカマクプラズマのトロイダル磁場中を CT プラズマが横切ることによって、内部に渦電流が流れてしまい、これによって移送が制動されてしまう事が挙げられる。

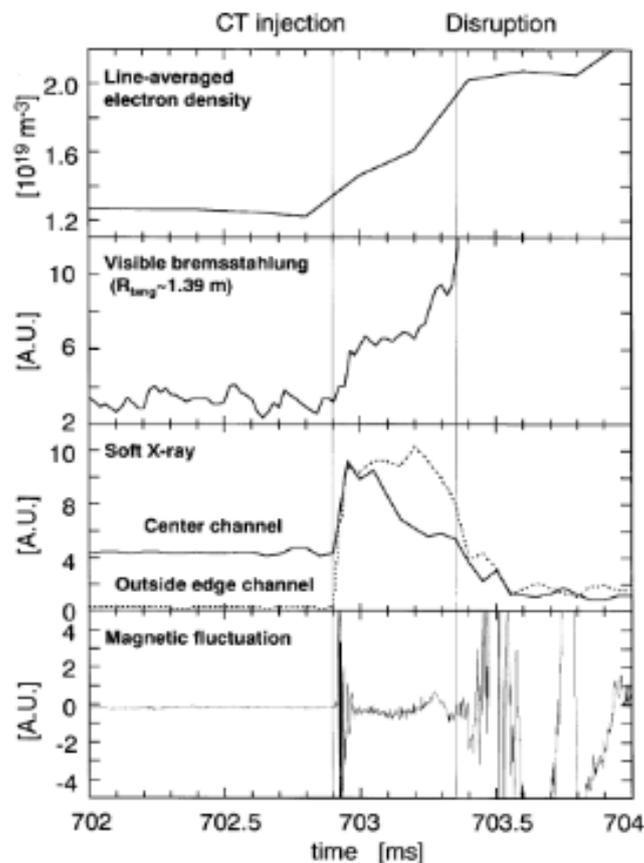


Fig. 1.9 CT 入射時の各パラメータの時間推移^[17].

1.4 FRC プラズマの移送による燃料供給

1.4.1 FRC プラズマ

FRC プラズマとは、トカマク型とは異なる単連結構造のプラズマであり、Fig.1.10 に示すようにミラー型の磁場中に自己組織化した閉じた磁力線構造を持つ。FRC プラズマは、プラズマ電流によってポロイダル磁場を形成するという構造上、プラズマベータがほぼ 1.0 となり核融合発電を行う上で非常に高効率であり、外部コイルがミラー型である故そのメンテナンスが容易であるという利点がある。反面配位維持時間が極端に短く、最も高寿命なものでも数ミリ秒という短時間で自己組織化構造が崩れてしまう。

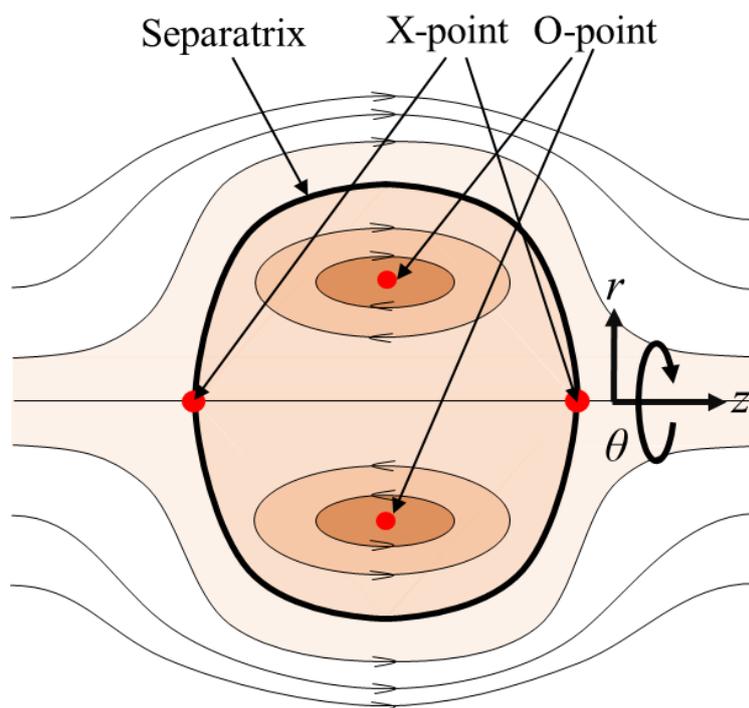


Fig. 1.10 FRC の磁場構造の模式図.

1.4.2. FRC プラズマの移送

FRC プラズマは、閉塞磁場領域の外部に開放型であるミラー磁場構造を持っている。この閉塞磁場領域は、内部のプラズマによって自己組織的な磁場構造を持つため、周囲のミラー磁場に対して独立して運動できる。故に、この外部磁場の磁気圧を高めることで、閉塞磁場領域を内部のプラズマごと装置軸方向に移送することが可能である。これを FRC の移送と呼び、FRC の特徴的な現象の一つである。この現象について、様々な FRC プラズマ装置において実験が行われている。

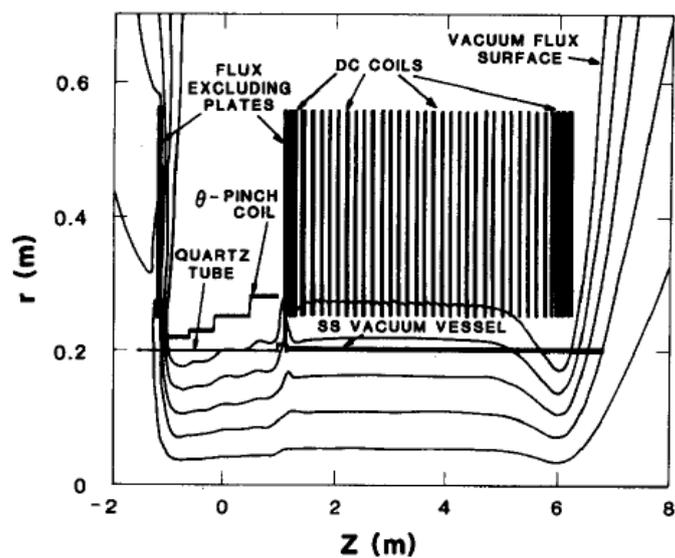


Fig. 1.11 FRX-C/T 装置の概略図^[18].

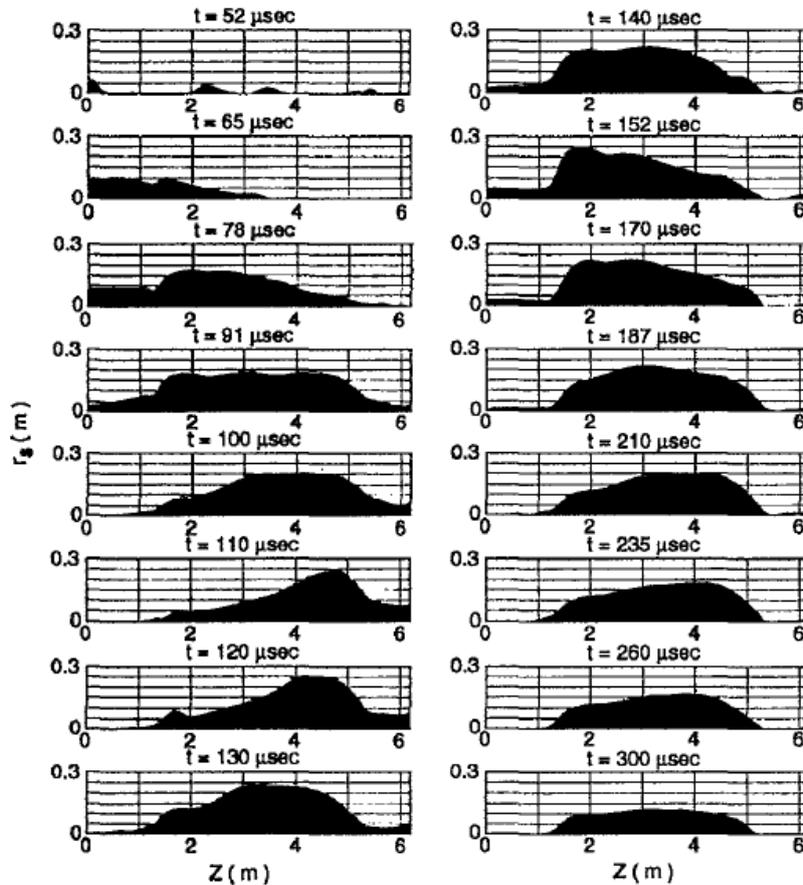


Fig. 1.12 FIX 装置での移送実験におけるセパトトリクス半径の時間推移^[19].

D. J. Rej らは、米国 Los Alamos 研究所の FRX-C/T 装置を用いて FRC プラズマの移送実験^[18]を行った。この装置の概略図は Fig. 1.11 のようになっており、 $z=0$ の位置で FRTP 法によって FRC を生成した後、 θ -pinch coil によって移送を行う。移送された FRC は、内部の磁場構造がミラー型になっている真空容器内にトラップされ、停止する。この移送中、FRC プラズマは総計 16 m 以上移動したが、これによる配位の崩壊はなかった。また、この時の FRC プラズマは、移送しない場合と比べてポロイダル磁場、粒子数、熱エネルギーの損失が改善された。この結果は、MHD シミュレーションの結果と一致する。この際、移送後ミラー端に反射して FRC がトラップされるまでに、50%の運動エネルギーがプラズマの

エネルギーへと変換された。

大阪大学の FIX 装置においても、FRC 移送実験^[19]が行われた。この実験では、Fig. 1.12 に示すように移送した FRC が閉じ込め領域のミラー端で反射する。すると、徐々に軸方向の運動エネルギーが失われ、最終的に閉じ込め領域内部に落ち着く。この反射過程において、プラズマ温度の顕著な上昇が見られた。このプラズマの温度上昇が起こるのは、例外なく移送速度が音速を超えた時であった。この結果から、Fig. 1.12 の 110~120 μs においてプラズマがミラー磁場によって跳ね返された際、衝撃波が生じることで温度上昇が起きていることが予想される。この際、力学的エネルギーの保存の観点から、移送時のプラズマの運動エネルギーが温度上昇のエネルギー源となっていると考えられる。

以上の実験からわかるように、生成された FRC を閉じ込め部に移送すると、閉じ込め部で FRC が静止する際に加熱が起きる。これは、移送中に持っていた運動エネルギーが、静止する事でプラズマのエネルギーへと転化するからである。この現象は、言い換えれば磁気圧を高める際に使ったエネルギーをプラズマのエネルギーに変換することと同義であり、FRC を核融合に利用する際の加熱方法の一つとして想定できる。

百田等が概念設計した FRC 核融合炉 ARTEMIS^[20]では、この移送による加熱の利用が想定されている。この装置では、移送されてミラー端に達した FRC を再度逆方向に移送し、反対側でも同じく移送を行うことで FRC プラズマを反復運動させ、限られた空間内での長期的な移送加熱を行う。ここで、反復的な移送を行う中心にペレットを投入し、これを PRC プラズマと衝突させることで FRC への燃料供給を行うことが想定されている。これを Pac-Man 法と呼び、核融合の実現に必要な加熱と燃料の供給を同時に行う事ができる効率的なシステムで

ある.

1.4.3. 中性ガス領域への移送

この移送中における燃料供給という構想について、中性ガスを封入した領域への移送という方法も考えられた。この方法は、移送を行う容器内にガスを封入するだけでよく、中性粒子ビーム入射のように外部装置を必要としない。このシステムについて、実験によってその実用性の検証が行われた。

前述の通り FRC の移送では、生成された FRC を磁気圧差によって押し出して加速する。これをミラー型の磁場構造の閉じ込め領域に移送するが、この閉じ込め領域に中性ガスを封入するという試みである。この際中性ガスは、FRC プラズマと衝突し電離する。これによって生じたイオンと電子が閉塞磁場に捕捉されることで、FRC プラズマに粒子と並進運動エネルギーが供給される結果となる。この過程から、中性ガス領域への移送は FRC プラズマの核融合プロセスにおける燃料供給法としても考えられている。

この中性ガス領域への移送について、前述の FIX 装置において中性ガスの封入された容器への移送実験が行われた^[21]。この実験では、生成された FRC が 1.5×10^5 m/s で平衡部へと移送される。前述のように、平衡部はミラー磁場構造になっており、FRC プラズマは 1~2 回ミラーに跳ね返り捕捉される。このとき、平行部の金属容器内には $\sim 10^{-2}$ Pa 程度の中性の重水素ガスが封入されている。この FRC のガス領域への突入は、FRC プラズマ側からすれば相対的に 200[eV] の重水素ビームに相当する。このとき、セパトリクス内部への中性ガスの浸透長は 0.1 m 未満であり、セパトリクスの長さと比べて小さく、ガスは FRC へ突入後セパトリクス付近で殆ど電離する。実験の結果、Fig 1.13 に示すように中

性ガスが存在する場合の移送では、存在しない場合と比べてセパトリクス半径が 10~20%増加した。このとき、セパトリクス内での粒子とエネルギーの増加も確認された。

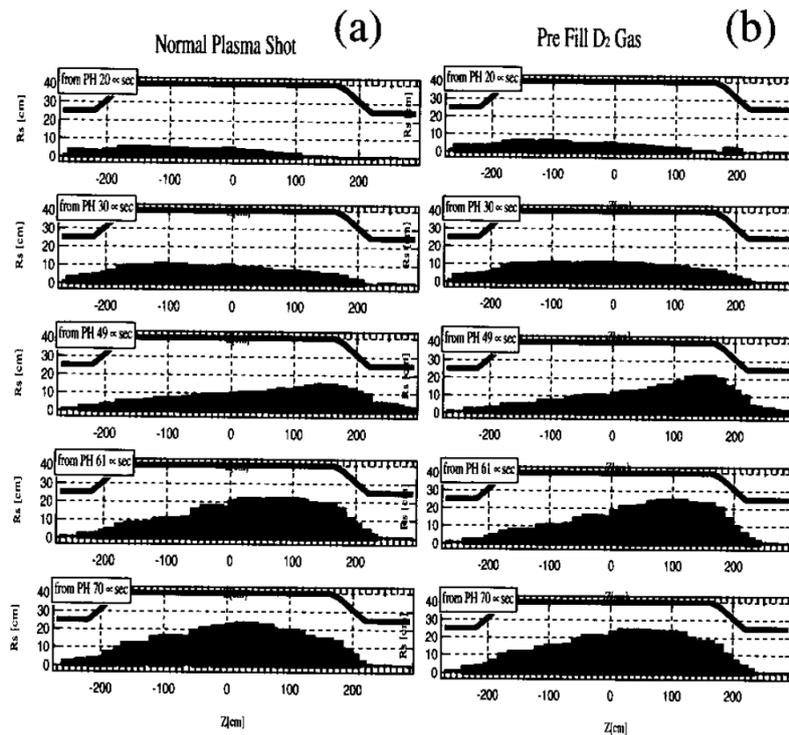


Fig. 1.13 Fix 装置での通常の移送実験(a)と中性ガス領域への移送実験(b)におけるセパトリクス半径の時間推移^[21].

中性ガス領域への移送では、閉塞磁場に捕捉される電離した中性ガスは、プラズマに比べて非常に温度が低い。本来このような粒子がプラズマに混ざる場合、プラズマ自体の温度低下が考えられる。しかし、この実験結果はセパトリクス半径の増加やエネルギーの増加を示している。前述のように、FRC プラズマの移送は、その移送の運動エネルギーがプラズマのエネルギーへと転化される。よ

って、この現象による加熱がガス供給による温度低下を補うとも考えられるが、加熱が支配的であるかは定かではない。

1.4.4. NUCTE-III/T における実験

日本大学の NUCTE-III/T においても、中性ガス領域への移送実験^{[22][23]}が行われた。この実験では、FRC プラズマを 100 km/s で弱電離プラズマの領域へと移送した。この実験においても、移送されている FRC プラズマと背景の粒子の関係は、FRC への中性ビーム入射と等価であると考えることができる。この際、弱電離プラズマがなし、0.25 mTorr, 0.5 mTorr の圧力の場合で実験を行った。この圧力は、閉じ込め領域の 10 mTorr に比べて小さい値となっている。実験の結果、Fig. 1.14 に示すようなセパトリクス半径の時間推移が見られた。この結果は、背景ガスの圧力が高いほどセパトリクス径の増加率が上がることを示している。ここから、粒子供給が磁束の増加に関与していることが推察される。また、プラズマ中の粒子やポロイダル磁束の減少が緩和されることが確認された。また、この入射実験では、粒子の量だけでなく運動エネルギーも増加した。その結果、FRC 自体の配位維持時間の延長も確認された。

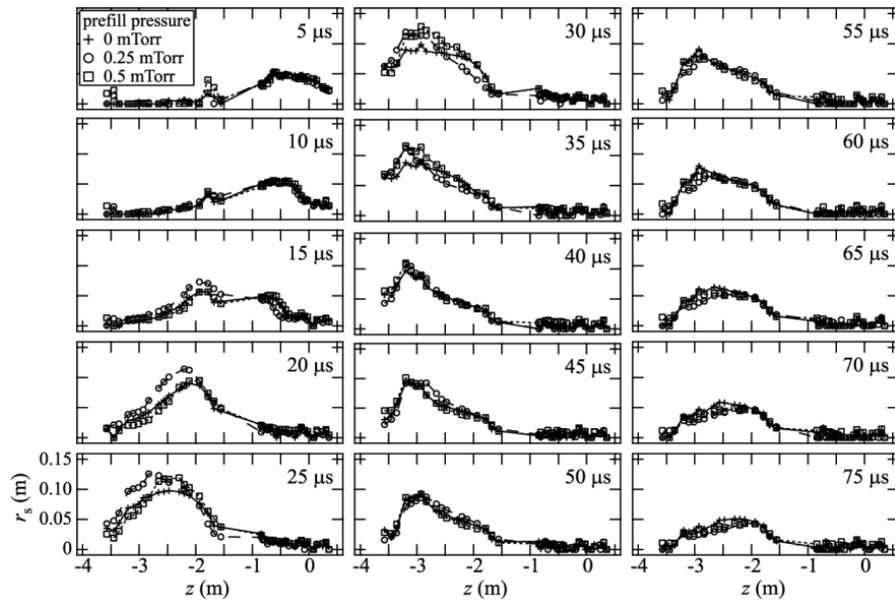


Fig. 1.14 NUCTE-III/T における弱電離プラズマの圧力毎の移送. FRC のセパトリス半径の時間推移^[23].

このことから、中性ガス領域への FRC の移送におけるセパトリス半径の増加は、移送の運動エネルギー由来の加熱だけでなく、粒子供給による磁束供給によって引き起こされている可能性が高いことがわかる。

1.4.5. 未解明の事象

前述のように、FRC プラズマの中性ガス領域の移送実験においてセパトリス半径の減衰の緩和が確認されている。しかし、この際の中性ガスは常温程度であり、FRC プラズマのそれに比べて非常に冷たい。この状態のガスが供給されてなお加熱が起きることから、移送における運動エネルギー由来の加熱だけでは説明できないものであり、中性ガスのプラズマへの供給が何らかの役割を果たしていると考えられる。この粒子供給による加熱効果については未だ詳し

く検証されておらず、メカニズムについても詳しく解明されていない。このメカニズムを解明することで、FRC の配位維持時間延長方法としての中性ガス領域への移送方法が確立できる。また、FRC 核融合における燃料供給のプロセスとしての有用性についても評価することができる。

参考文献 1

- [1] 資源エネルギー庁「平成 28 年度エネルギーに関する年次報告」(エネルギー白書 2017), <http://www.enecho.meti.go.jp/>.
- [2] “ADOPTION OF THE PARIS AGREEMENT”, United Nations Framework Convention on Climate Change (2015).
- [3] “ITER Physics Basis Editors”, Nucl. Fusion **39**, 2137 (1999).
- [4] 大阪大学レーザーエネルギー学研究センター, <http://www.ile.osaka-u.ac.jp/>.
- [5] 国立研究開発法人 量子科学研究開発機構 核融合エネルギー研究開発部門 先進プラズマ研究開発, <http://www-jt60.naka.qst.go.jp/>.
- [6] Y.-K. M. Peng, “The physics of spherical torus plasmas”, Phys. Plasmas **7**, 1681 (2000).
- [7] O. Mitarai, H. Matsuura and Y. Tomita, “Aspect ratio dependencies of D-3He fueled tokamak reactors”, Fusion Engineering and Design **81**, 2719, (2006).
- [8] Y. Ono *et al.*, “High-beta characteristics of first and second-stable spherical tokamaks in reconnection heating experiments of TS-3”, Nucl. Fusion **43**, 789 (2003).
- [9] R.L. Miller *et al.*, “Stable equilibria for bootstrap-current-driven low aspect ratio tokamaks”, Phys. Plasmas **4**, 1062 (1997).
- [10] B.W. Rice, ”q-PROFILE MEASUREMENTS”, International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion, Tokai, Japan (Preprint of a paper), November 28 through December 1 (1995) .
- [11] C. Rasouli, F. Abbasi Davani, and B. Rokrok, “Study of plasma equilibrium in

- toroidal fusion devices using mesh-free numerical calculation method”, *Phys. Plasmas* **23**, 082511 (2016).
- [12] A. Loarte *et al.*, “IOP PUBLISHING and INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY Chapter 4: Power and particle control”, *Nucl. Fusion* **47**, S203 (2007).
- [13] B Pégourié *et al.*, “Supersonic gas injection on Tore Supra”, *J. Nucl. Mater* **539**, 313 (2003).
- [14] L. R. Baylor *et al.*, “Fueling efficiency of pellet injection on DIII-D”, *J. Nucl. Mater* **457**, 266 (1999).
- [15] L. J. Perkins *et al.*, “Deep penetration fuelling of reactor-grade tokamak plasmas with accelerated compact toroids”, *Nucl. Fusion* **28**, 1365 (1988).
- [16] N. Fukumoto *et al.*, “Compact toroid injection system for JFT-2M”, *Fusion Engineering and Design* **81**, 2849 (2006).
- [17] T. Ogawa *et al.*, “Compact toroid injection as fueling in the JFT-2M tokamak”, *J. Nucl. Mater* **290-293**, 454 (2001).
- [18] D. J. Rej *et al.*, “Experimental studies of field-reversed configuration translation”, *Phys. Fluids* **29(3)**, 852 (1986).
- [19] H. Himura, S. Okada, S. Sugimoto, and S. Goto, “Rethermalization of a field-reversed configuration plasma in translation experiments”, *Phys. Plasmas*, **Vol. 2**, No. 1, 191 (1995).
- [20] H. Momota *et al.*, “Conceptual design of the D-³He reactor ARTEMIS”, *Fusion Technology*, **Vol. 21**, 2307 (1992).
- [21] M. Okubo, F. Kodera, T. Asai, S. Okada and S. Goto, “FRC Translation Experiment

into the Neutral Gas Background in the FIX Device”, J. Plasma Fusion Res. SERIES, **Vol. 5**, 229 (2002).

[22] Y. Matsuzawa, T. Asai, Ts. Takahashi, and To. Takahashi: “Effects of background neutral particles on a field-reversed configuration plasma in the translation process”, Phys. Plasmas **15**, 082504 (2008).

[23] T. Asai, Y. Matsuzawa, N. Yamamoto, K. Takao, H. Tamura, M. Hiyoshi, T. Sasaki, Ts. Takahashi, Y. Nogi, M. Inomoto , To. Takahashi, J. Miyazawa, and Y. Narushima, “Translation of Field-Reversed Configuration into a Confinement Region Filled with Neutral Gas”, J. Plasma Fusion Res. SERIES, **Vol. 8**, 1058 (2009).

2 章 中性ガス領域への FRC プラズマの移送

2.1. 中性ガス領域への FRC プラズマの移送のモデル化

2.1.1 ガスフローモデル

本章では、前章で提示された FRC プラズマの中性ガス領域への移送による加熱及び粒子供給について、シミュレーションを用いた解析を行い、効率的な供給方法やそのメカニズムの解明を目指す。

中性ガス領域への FRC プラズマの移送をシミュレーションするにあたって、FRC プラズマ自体をシミュレーション空間上で動かすのではなく、FRC プラズマへと中性ガスのフローが吹き付けるような相対的なモデルを想定した。NUCTE-III/T 装置での実験^{[1][2]}を基に、中性ガスに対する反応を Fig. 2.1 に示す実験装置の移送領域におけるプラズマ平衡を用意して計算を行った。これらの平衡は、Grad-Shafranov 方程式を用いて導出する。

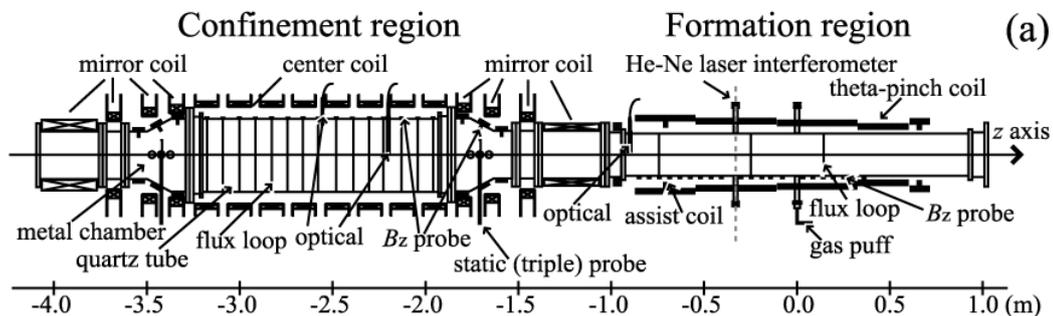


Fig. 2.1 NUCTE-III/T 装置の模式図^[2].

2.1.2. MHD 方程式

プラズマは、多体である故流体のように振る舞うが、荷電粒子同士にクーロン力が働いているため、時に剛体のような振る舞いもする。また、荷電粒子は磁力線があるとそれに沿う形で運動するため、磁場の存在も重要な要素となる。よって、磁場中のプラズマの振る舞いを計算する方法としては、MHD による数値解析が望ましい。

MHD は、その名の通りマクスウェルの電磁気学の基礎方程式と、流体力学の基礎方程式であるボルツマン方程式を組み合わせた方程式系によって記述される。この関係式は連立微分方程式によって記述され、以下の 4 つの時間発展型の式で構成されている。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \frac{1}{\rho} (\nabla p - \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \nabla \cdot \bar{\Pi}) \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) p + (\gamma - 1) \left\{ \eta |\mathbf{j}|^2 - \bar{\Pi} : \nabla \mathbf{u} \right\} - \gamma p \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}. \quad (2.4)$$

ここで p, ρ, \mathbf{u} はプラズマの圧力、密度、速度であり $\mathbf{E}, \mathbf{B}, \mathbf{j}$ はプラズマ内の電場強度、磁束密度、電流密度を表す。また ν, γ, μ_0 はそれぞれ粘性係数、比熱比、真空の透磁率であり、ここでは定数として扱っている。粘性係数が含まれる粘性項の存在により、この方程式系は抵抗性 MHD となっている。またこれらの時間発展方程式について、(2.1)式は質量保存則、(2.2)式は運動方程式、(2.3)式は熱力学的エネルギー保存則、(2.4)式は Faraday の法則を表す。

これに対して、電場とプラズマ電流は以下のように決定される。

$$\mathbf{E} = -\mathbf{u} \times \mathbf{B} + \eta \mathbf{j} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{j} = \frac{\nabla \times \mathbf{B}}{\mu_0} \quad (2.6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (2.7)$$

(2.5)式は簡単化した Ohm の法則, (2.6)式は Ampere の法則, (2.7)式は Maxwell 方程式の一部である.

また, 運動方程式, 熱力学的エネルギー保存則の中に含まれている粘性項 $(-\nabla \cdot \vec{\Pi})$, 及び粘性加熱項 $(-\vec{\Pi} : \nabla \mathbf{u})$ はそれぞれ次式のように設定した.

$$-\nabla \cdot \vec{\Pi} = \mu \left(\nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) \right) \quad (2.8)$$

$$-\vec{\Pi} : \nabla \mathbf{u} = \mu \left[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \vec{\mathbf{I}} \right] : (\nabla \mathbf{u}) \quad (2.9)$$

2.1.3 Grad-Shafranov 方程式の導出

Grad-Shafranov 方程式は, MHD(Magneto-Hydro-Dynamics)における圧力と磁場のバランスが釣り合った平衡状態を表す方程式である. プラズマの初期状態が平衡状態であると仮定すると, (2.1)~(2.7)式において円筒座標系での回転対称を仮定した計算することで, その平衡分布を求めることが出来る. 今回のような核融合を対象とした高温プラズマを取り扱う場合, プラズマは理想状態であると仮定でき, 電流が存在しないことから電気抵抗率は無視できる. また, 静的な平衡であると考えするため, プラズマの速度も無視することができる. 更に, 粘性項・粘性加熱項についても同様に無視することができる.

以上より, プラズマが静的な平衡状態にあるとき, (2.1)~(2.7)式は次式のように

に整理することができる.

$$\nabla p = \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (2.10)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (2.11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (2.12)$$

これらの式を数値計算することにより, MHD 平衡が求まる. この内(2.10)式は, プラズマの圧力勾配 によって広がろうとする力を, ローレンツ力 $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ でバランスさせて平衡状態を維持する式である. この式の両辺に \mathbf{B} を内積すると

$$\nabla p \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.13)$$

となる. 一方, 同式の両辺に \mathbf{j} を内積すると

$$\nabla p \cdot \mathbf{j} = 0 \quad (2.14)$$

が得られる. (2.13)式と(2.14)式より, $\mathbf{B} \perp \nabla p$, $\mathbf{j} \perp \nabla p$ であるので, \mathbf{j} と \mathbf{B} は等圧面上に存在していることがわかる.

(2.13)式により等圧面上に沿うように磁力線が存在することから, 等圧面上に張り付くような磁力線の作る面を考えることができる. この面を磁気面と呼び, その磁気面を表す関数を ψ で表す. ψ の定義は

$$\psi \equiv \int_0^r r B_z dr \quad (2.15)$$

とする. ここで, (2.15)式の両辺を r で微分すると,

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = r B_z \quad \left(\because B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \quad (2.16)$$

を得る. また, ベクトルポテンシャル \mathbf{A} を

$$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B} \quad (2.17)$$

と定義すると、この z 成分の式より、

$$B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) \quad (2.18)$$

となる。よって(2.16)式と(2.18)式から

$$\psi = r A_\theta \quad (2.19)$$

が求まるので、(2.17)式の r 成分の式から、 B_r は以下のようになる。

$$B_r = -\frac{\partial A_\theta}{\partial z} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (2.20)$$

また、(2.11)式の r 成分の式より、

$$\mu_0 j_r = -\frac{\partial B_\theta}{\partial z} \quad \left(\because j_r = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B_\theta}{\partial z} \right) \quad (2.21)$$

であり、 θ 成分の式より

$$\mu_0 j_\theta = \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_\theta}{\partial r} \right) \quad \left(\because j_\theta = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_\theta}{\partial r} \right) \right) \quad (2.22)$$

である。ここで、(2.16)、(2.20)式をこの式に代入すると、

$$j_\theta = \frac{1}{\mu_0 r} \left\{ r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right\} \quad (2.23)$$

が得られる。一方、 z 成分の式より、

$$\mu_0 j_\theta = \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta) \quad \left(\because j_r = \frac{1}{\mu_0 r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta) \right) \quad (2.24)$$

である。また、(2.10)式の両辺に \mathbf{j} と \mathbf{B} それぞれの内積をとると、(2.13)式より

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (2.25)$$

となる。ここで圧力 p が ψ , r の関数であると仮定すると, 上式は

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial p(\psi, \eta)}{\partial \eta} \left(-\frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial r} + \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \eta}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.26)$$

と表せる。この式が成り立つためには

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial p(\psi, \eta)}{\partial \eta} = 0 \quad (2.27)$$

が成り立つ必要がある。よって, $p(\psi, \eta)$ は η によらないため, $p = p(\psi)$ となる。 (2.14)式より

$$-\frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial}{\partial z} (rB_\theta) + \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\partial}{\partial r} (rB_\theta) = 0 \quad (2.28)$$

ここで, rB_θ は $p = p(\psi)$ のみの関数となることから,

$$rB_\theta = \frac{\mu_0}{2\pi} I(\psi) \quad (2.29)$$

に示す ψ のみの関数となる。また, (2.10)式の r 成分より,

$$j_\theta B_z - j_z B_\theta = \frac{\partial I(\psi)}{\partial r} \quad (2.30)$$

であるので, この式に(2.23), (2.24)式を代入すると,

$$\left\{ r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right\} B_z + \frac{\partial}{\partial r} (rB_\theta) = -\mu_0 r^2 \frac{\partial p(\psi)}{\partial r} \quad (2.31)$$

を得る。更にこの式に(2.16), (2.29)式を代入し, 整理すると

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\mu_0^2}{4\pi^2} \frac{dI(\psi)}{d\psi} I(\psi) = -\mu_0 r^2 \frac{dp(\psi)}{d\psi} \quad (2.32)$$

となり，ここで

$$\frac{dI^2(\psi)}{d\psi} = 2I(\psi) \frac{dI(\psi)}{d\psi} \quad (2.33)$$

と変換できることから，(2.30)式は

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\mu_0^2}{8\pi^2} \frac{dI^2(\psi)}{d\psi^2} I(\psi) = -\mu_0 r^2 \frac{dp(\psi)}{d\psi} \quad (2.34)$$

という形に出来る．ここで， $I(\psi)$ はトロイダル電流， $p(\psi)$ は圧力分布をポロイダルフラックスの関数で表したものである．これらの関数を設定することでこの方程式は ψ についての微分方程式となり，境界条件を与えることでその分布を決定することが出来る．これがGrad-Shafranov方程式である．

2.1.4. 平衡分布の設定

FRC プラズマにはトロイダル電流が存在しないため，(2.34)式は

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\mu_0 r^2 \frac{dp(\psi)}{d\psi} \quad (2.35)$$

となる．また，圧力関数についてはセパトトリクス内部と外部をそれぞれ 2 階微分まで連続するように

$$\frac{dp(\psi)}{d\psi} = \begin{cases} \frac{p_s}{\psi_w} \ln \left(\frac{p_s}{p_w} \right) + \frac{p_s}{\psi_w^2} \left[\ln \left(\frac{p_s}{p_w} \right) \right]^2 \psi + 3c_1 \psi^2 & \psi \geq 0 \\ \frac{p_s}{\psi_w} \left(\frac{p_s}{p_w} \right)^{\frac{\psi}{\psi_w}} \ln \left(\frac{p_s}{p_w} \right) & \psi < 0 \end{cases} \quad (2.36)$$

に設定した．プラズマのパラメータ設定は，NUCTE-III/T のデータを基に Table

2.1 に示すものを使用し、これを基に平衡計算を行った。この結果得られた FRC の平衡分布が Fig. 2.2 に示すものであり、これを初期分布として各種シミュレーションを行った。

Table 2.1. 平衡状態でのプラズマと中性ガスのパラメータ.

Machine radius r_w	0.30 m
Machine length l_d	2.0 m
Separatrix radius r_s	0.12 m
External magnetic field B_{ex}	0.07 T
Magnetic flux on machine wall ψ_w	-0.0061 Wb
Density of plasma on machine axis n_0	$0.23 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$
Temperature of plasma on machine axis T_0	30 eV
Density of neutral gas n_n	$1.0 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$
Alfvén velocity v_{A0}	$6.89 \times 10^4 \text{ m/s}$
Electric resistivity η	$2.60 \times 10^{-5} \Omega \cdot \text{m}$
Viscosity coefficient μ	$1.59 \times 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
Specific heat ratio γ	5/3

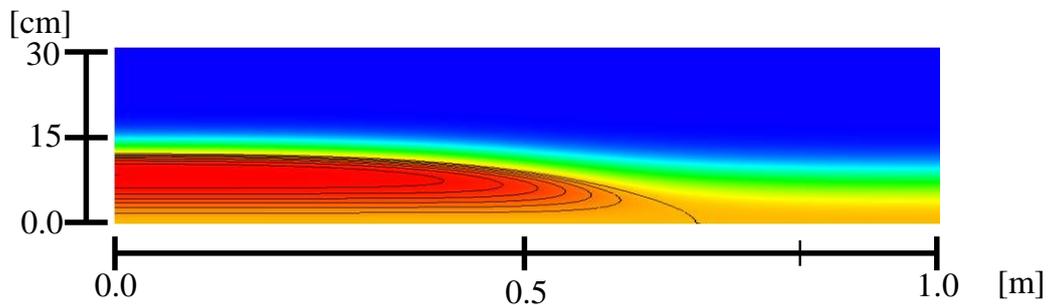


Fig. 2.2 求めた FRC プラズマの平衡における圧力分布と磁束の等高線（磁力線）図.

2.2. モンテカルロシミュレーション

2.2.1. 粒子種の違いによるエネルギー付与

中性ガス領域への FRC 移送による燃料供給・加熱効果について、最も効率的な供給方法を調べるため、中性ガスの種類による付与エネルギーの違いを調べた^[3]。調査のためのシミュレーションモデルとしては、まず前述の FRC プラズマの平衡分布に対して相対的に中性粒子を打ち込み、セパトリクス領域内で反応速度係数を基にしたモンテカルロシミュレーションを行う。これによって得られたイオン化の位置を基に、FRC の磁場分布を基にした粒子軌道シミュレーションを行い、この際のエネルギーロスを集計することで FRC プラズマに対する付与エネルギーを計算する。この際中性ガスとして供給する粒子は、重水素(D)、ヘリウム(He)、アルゴン(Ar)の三種類を設定した。異なる粒子種についての比較を行うのは、質量の違いによる運動エネルギーによる加熱効果の変化を検証するためである。通常核融合には用いないアルゴンについて検証するのも、極端に質量が大きい場合との比較を行う目的がある。

2.2.2. イオン化位置

モンテカルロシミュレーションでは、ヘリウムとアルゴンについては一価の電離反応（電子衝突）のみ、重水素については荷電交換反応と電離反応の両方を行った。Fig. 2.3 の分布図は、100 km/s と 170 km/s のガスフローの結果をヘリウムの分布を基準にヘリウムとアルゴンそれぞれの分布と比較したものである。この結果から、ヘリウムはセパトリクスの内部領域まで浸潤してから電離するが、重水素とアルゴンは表面部分でほぼ電離してしまっていることがわかる。

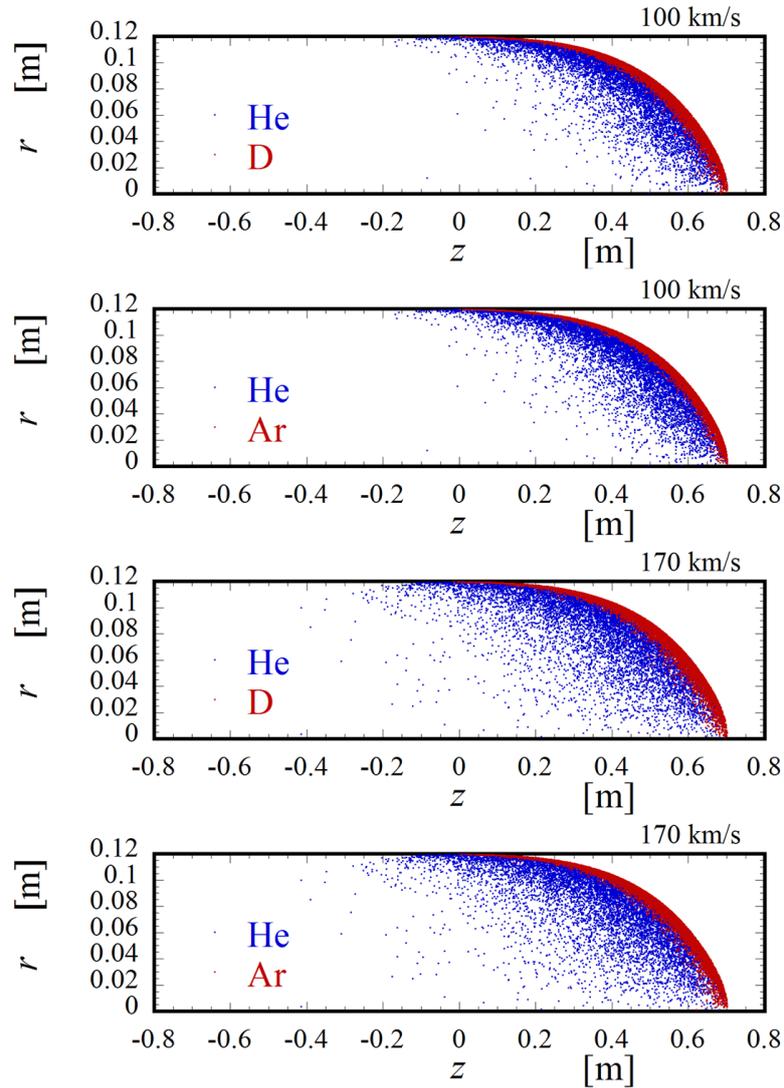


Fig. 2.3 フロー速度が 100, 170km/s の場合における重水素, ヘリウム, アルゴンそれぞれのイオン化位置.

2.2.3. 電離イオンの軌道計算

モンテカルロシミュレーションによって得られたイオン化の座標からイオンの軌道計算を行い, その過程からプラズマに付与されたエネルギーを集計した. 軌道計算は, イオンの運動方程式に摩擦力項 \mathbf{R}_{ie} を加えた

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = q_i (\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}) + \mathbf{R}_{ie} \quad (2.37)$$

によって計算する．数値計算には，四次精度のルンゲクッタ法を用いた．

170 km/s の場合の粒子種ごとの電離後のイオンの代表的な軌道を，Fig. 2.4 に示す．質量の軽い重水素は磁力線によって軌道が曲げられ，セパトリクス内に残る傾向が強い．ヘリウムは軌道が曲げられるが，質量の大きさにより最終的にセパトリクスを抜けるケースが多い．アルゴンはこれらの粒子に対して質量が大きいため，磁場の影響を受けずにプラズマを突き抜けてしまっている．

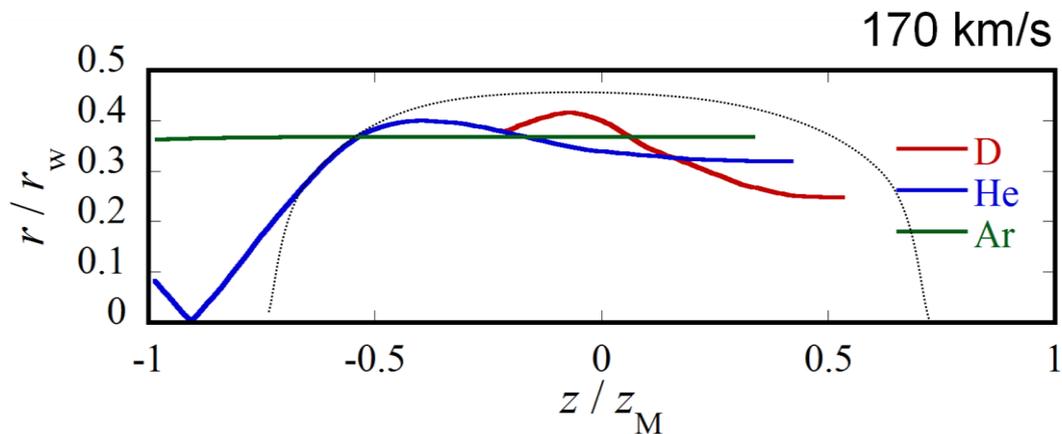


Fig. 2.4 イオン化後の重水素，ヘリウム，アルゴンの代表的な軌道．

2.2.4. エネルギー付与の結果

これらの軌道計算結果に対して，プラズマ内部に与えられたエネルギーをPIC(パーティクル・イン・セル)法によって集計し，その付与効果を検証した．集計したエネルギー付与の空間分布を，ガスフロー速度が 170 km/s の場合を Fig. 2.5，100 km/s の場合を Fig. 2.6 として示す．170 km/s の結果において，重水素がセパトリクス領域の中心部分に付与されていることがわかる．これに対して，ヘリウムは中心部分に付与されているのがごく僅かであり，大半はセパトリ

クスを抜けた後方の領域にエネルギーを与えており、プラズマの加熱にはあまり寄与していないことがわかる。一方アルゴンは計算領域内での付与が殆ど見られないが、これは粒子の質量が大きいため磁場の影響を受けにくく、直線的に動くために殆どの粒子がプラズマに捕捉されずに損失しているためである。100 km/s の場合では、重水素とヘリウムはセパトリクスに近い外縁領域に多くエネルギーを付与しており、中心部分まではあまり浸潤していないことがわかる。アルゴンについては 170 km/s の場合と同じく殆どセパトリクスを突き抜けているが、エネルギー付与は若干改善されている。

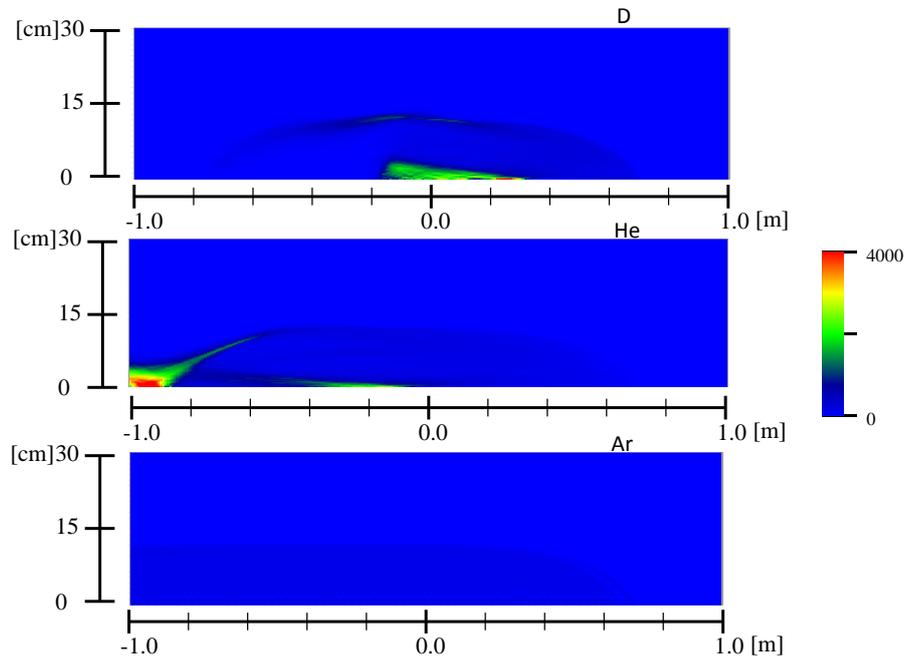


Fig. 2.5 フロー速度が 170 km/s のときの重水素，ヘリウム，アルゴンそれぞれのエネルギー付与の空間分布.

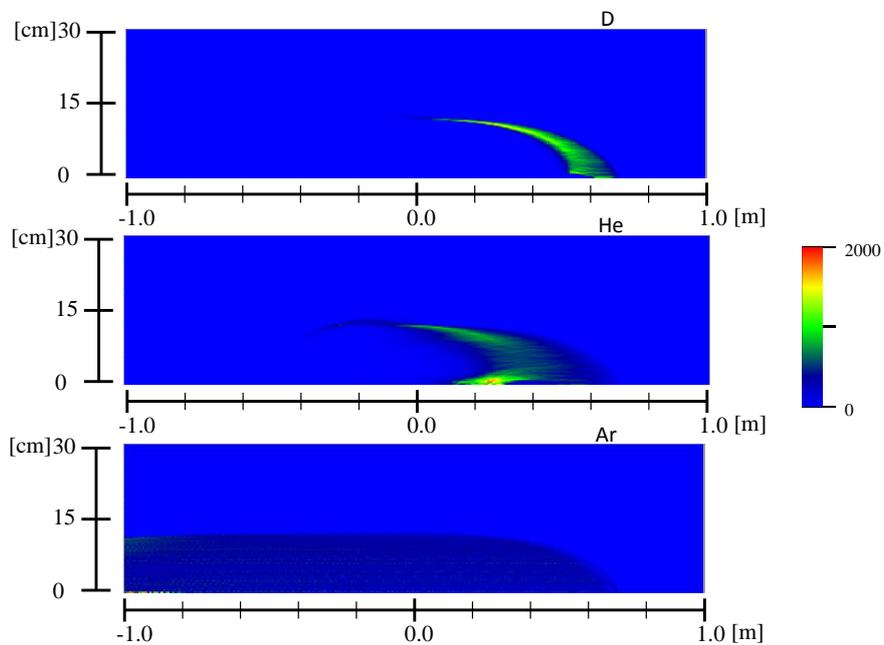


Fig. 2.6 フロー速度が 100 km/s のときの重水素，ヘリウム，アルゴンそれぞれのエネルギー付与の空間分布.

これらの結果について、付与されたエネルギー量をグラフ化したのが Figs. 2.7, 2.8 である。供給エネルギーだけを見れば、他の元素に対して質量が極端に大きいアルゴンが最も大きい。しかし質量が 1/20 である重水素に対してエネルギー付与量は 2 倍であることから、エネルギーの回収率は最も小さいことがわかる。これは、Fig. 2.5 においてアルゴン粒子の大部分がセパトリクス領域を突き抜けていることが関係している。これによりエネルギー供給に適する粒子種は重水素かヘリウムとなるが、重水素については発生したイオンのうち荷電交換反応に由来するものが 100 km/s の場合 71%、170 km/s の場合 77%にのぼるため、粒子供給の効果が少ない。このため粒子とエネルギー両面での供給の為には、ヘリウムが最も適切であると考えられる。

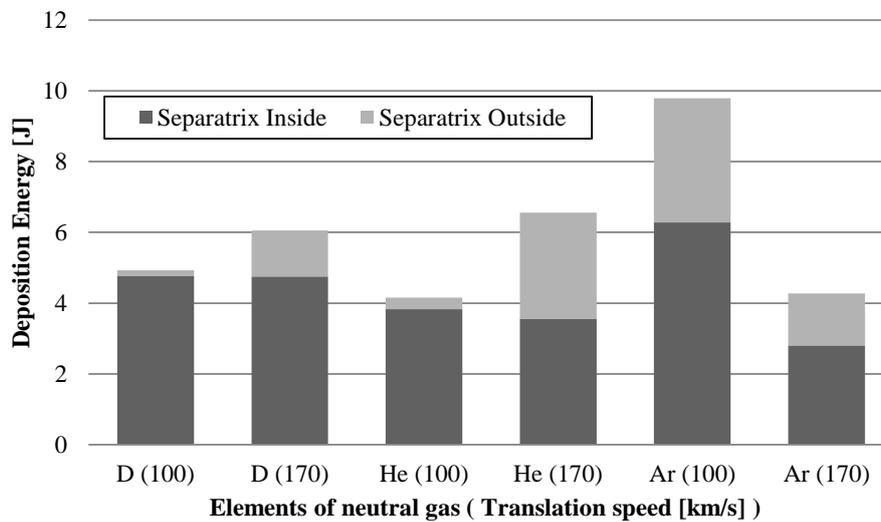


Fig. 2.7 フロー速度が 100, 170 km/s の場合における重水素、ヘリウム、アルゴンそれぞれの付与エネルギーと、そのセパトリクス内外における割合。

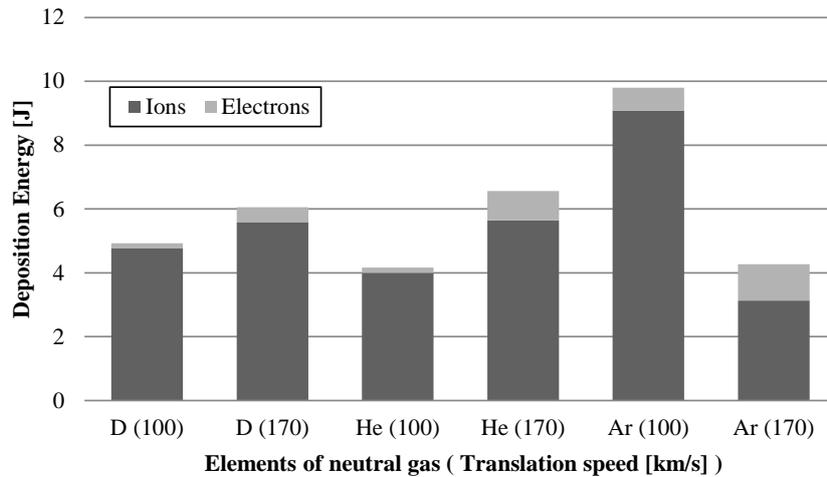


Fig. 2.8 フロー速度が 100, 170 km/s の場合における重水素, ヘリウム, アルゴンそれぞれの付与エネルギーと, 由来する粒子ごとの割合.

2.3.2 次元 MHD シミュレーション

2.3.1 流体モデルでの検証

中性ガス中への FRC プラズマの移送における加熱効果について, その詳細なメカニズムを検証するために 2 次元 MHD シミュレーションを行った^[4]. このシミュレーションでは, FRC プラズマの軸対称性を仮定した, 円筒座標系上の 2 次元抵抗性 MHD モデルによって行う. モンテカルロシミュレーション同様, 静止したプラズマに中性粒子ガスフローが噴きつけるような相対的なモデルで記述する. この実現のためには, 静止した FRC プラズマの時間発展と, 中性ガスの軸方向移動を再現する 2 つの流体モデルを考える必要がある. また, 実際の移送においてセパトリクス周囲にプラズマはほとんど存在しないため, 衝突が起こるのをセパトリクス内部の閉じ込め部に限定した. 衝突は電離反応のみを扱い, プラズマ中への電離した中性粒子の付与は, 反応速度係数を用いて

MHD 中の湧き出し項として再現する．なお本シミュレーションにおいては，供給メカニズムの解明を目的とするため，最も効率のいいヘリウムガスフローではなく，プラズマと中性ガスの粒子種を重水素に統一する．

2.3.2. 反応速度係数と湧き出し項の計算

反応速度係数とは，任意の温度を持つある種類の粒子が，ある他の種類の粒子と衝突する確率を表す係数であり，時間あたりの体積の次元を持つ．プラズマ中の電子の速度分布がガウス分布に従うと仮定すると，中性ガス密度はガスフロー速度 \mathbf{v}_{in} を用いて

$$f_n(\mathbf{v}) = n_n \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_{in}) \quad (2.38)$$

$$n_n = \int_{-\infty}^{\infty} f_n(\mathbf{v}) d\mathbf{v} \quad (2.39)$$

を満たす．このとき，ソース項は電子の速度 \mathbf{v}_e を用いて

$$S(\mathbf{v}) = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(v_r) v_r f_e(\mathbf{v}_e) f_n(\mathbf{v}) d\mathbf{v}_e, \quad v_r = |\mathbf{v} - \mathbf{v}_e| \quad (2.40)$$

で与えられる．このとき，反応断面積 σ は粒子の衝突スピード v_r の関数である．これを速度空間で積分すると

$$\int_{-\infty}^{\infty} S(\mathbf{v}) d\mathbf{v} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(v_r) v_r f_e(\mathbf{v}_e) f_n(\mathbf{v}) d\mathbf{v}_e d\mathbf{v} \quad (2.41)$$

が得られ，これに(2.38)式を代入すると

$$\int_{-\infty}^{\infty} S(\mathbf{v}) d\mathbf{v} = n_n \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(v_r) v_r f_e(\mathbf{v}_e) d\mathbf{v}_e, \quad v_r = |\mathbf{v}_{in} - \mathbf{v}_e| \quad (2.42)$$

となる．極座標系において \mathbf{v}_{in} と \mathbf{v}_e の分布が等方的であるとするとき，速度と微小体積要素の関係は， \mathbf{v}_{in} と \mathbf{v}_e の成す角を θ として

$$v_r^2 = v_e^2 + v_{in}^2 - 2v_e v_{in} \cos \theta, \quad dv_e = 2\pi v_e^2 \sin \theta d\theta dv_e \quad (2.43)$$

となる。ここから，粒子付与項

$$\int_{-\infty}^{\infty} S(\mathbf{v}) d\mathbf{v} = \frac{2\pi n_n}{v_{in}} \int_0^{\infty} v_e f_e(v_e) \left[\int_{|v_{in}-v_e|}^{v_{in}+v_e} v_r^2 \sigma(v_r) dv_r \right] dv_e \quad (2.44)$$

が得られる。反応断面積 $\sigma(v_r)$ を，電子エネルギーの関数

$$E = \frac{1}{2} \frac{m_n m_e}{m_n + m_e} v_r^2 \approx \frac{1}{2} m_e v_r^2 \quad (2.45)$$

を用いた表記に戻すと，

$$\int_{-\infty}^{\infty} S(\mathbf{v}) d\mathbf{v} = \frac{2\pi n_n n_e}{v_{in}} \int_0^{\infty} v_e \exp\left(-\frac{m_e v_e^2}{2kT_e}\right) \left\{ \int_{E_1}^{E_2} \sqrt{2E} \sigma(E) dE \right\} dv_e \quad (2.46)$$

$$E_1 = \frac{1}{2} m_e (v_{in} - v_e)^2, \quad E_2 = \frac{1}{2} m_e (v_{in} + v_e)^2 \quad (2.47)$$

が得られる。これを用いて反応速度係数

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{2\pi}{v_{in}} \int_0^{\infty} v_e \exp\left(-\frac{m_e v_e^2}{2kT_e}\right) \left\{ \int_{E_1}^{E_2} \sqrt{2E} \sigma(E) dE \right\} dv_e \quad (2.48)$$

が電子エネルギー E の関数として得られる。今回の粒子衝突では電子による重水素の電離の発生率が必要となるため，NIFS のデータベースより Fig. 2.9 の反応断面積のデータを得た。これ多項式近似し，エネルギーに対する関数 $\sigma(E)$ を得，ここから(2.48)式を用いて反応速度係数を計算した。以上の計算を行い，電子温度と反応速度係数の関係を求めた。この結果が Fig. 2.10 のグラフであり，この式を多項式近似することでフロー速度毎の温度に対する反応速度係数の関数を得た。

また、(2.46)式を湧き出し項として(2.1)式に組み込むことで、付与項付きの質量密度についての時間発展方程式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) + \rho_n n_e \langle \sigma v \rangle \quad (2.49)$$

が得られる。また、(2.41)式のソース項に運動量を掛けることで、運動量の湧き出し項

$$\int_{-\infty}^{\infty} m \mathbf{v} S(\mathbf{v}) d\mathbf{v} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} m \mathbf{v} \sigma(v_r) v_r f_e(\mathbf{v}_e) f_n(\mathbf{v}) d\mathbf{v}_e d\mathbf{v} \quad (2.50)$$

が得られる。これについて同様に計算を進めると

$$\int_{-\infty}^{\infty} m \mathbf{v} S(\mathbf{v}) d\mathbf{v} = m n_n \left(\mathbf{v}_{\text{in}} - \mathbf{v} \right) \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(v_r) v_r f_e(\mathbf{v}_e) d\mathbf{v}_e \quad (2.51)$$

$$v_r = \left| \mathbf{v}_{\text{in}} - \mathbf{v}_e \right|$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} m \mathbf{v} S(\mathbf{v}) d\mathbf{v} = m \left(\mathbf{v}_{\text{in}} - \mathbf{v} \right) n_n n_e \langle \sigma v \rangle \quad (2.52)$$

となり、これを(2.2)式に組み込むと湧き出し項付きの流速の時間発展方程式

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \frac{1}{\rho} (\nabla p - \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \nabla \cdot \bar{\Pi}) + \frac{\rho_n n_e \langle \sigma v \rangle}{\rho} (\mathbf{v}_{\text{in}} - \mathbf{u}) \quad (2.53)$$

が得られる。運動エネルギーについても同様で、その湧き出し項は

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} m v^2 S(\mathbf{v}) d\mathbf{v} = \frac{1}{2} m n_n n_e \left| \mathbf{v}_{\text{in}} - \mathbf{v} \right|^2 \langle \sigma v \rangle \quad (2.54)$$

の形で表される。これもまた(2.3)式に組み込むことで、湧き出し項付きの圧力の時間発展方程式

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) p - \gamma p \nabla \cdot \mathbf{u} + (\gamma - 1) \left\{ \eta \mathbf{j}^2 - \bar{\Pi} : \nabla \mathbf{u} + \frac{1}{2} \rho_n n_e \langle \sigma v \rangle \left| \mathbf{v}_{\text{in}} - \mathbf{u} \right|^2 \right\} \quad (2.55)$$

を得ることができる。

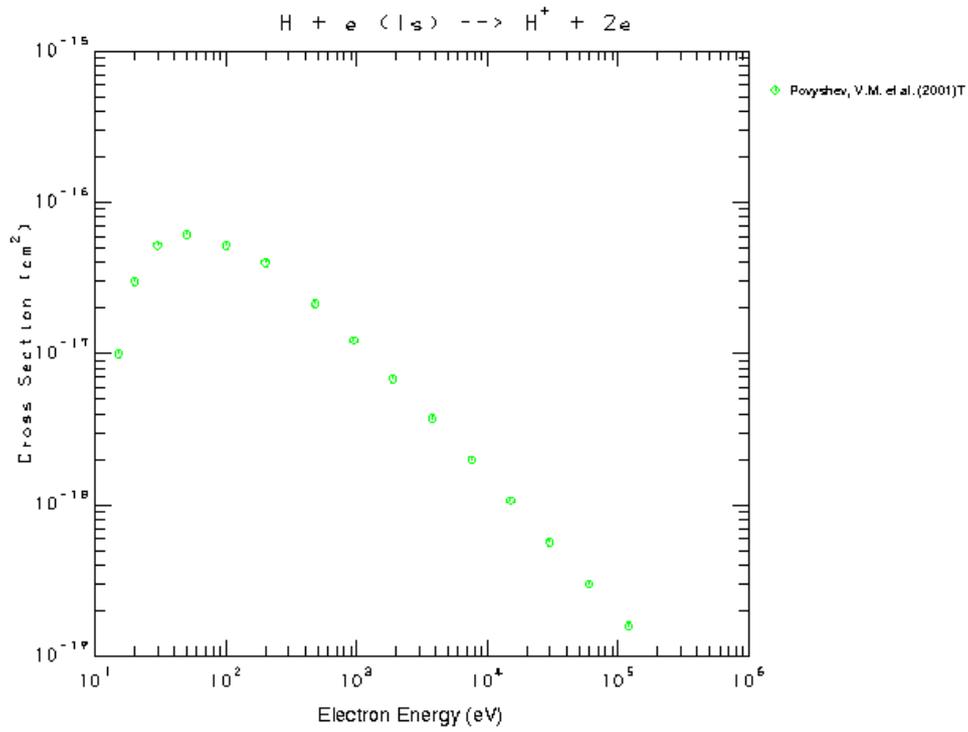


Fig. 2.9 水素電離における反応断面積と電子エネルギーの関係[5].

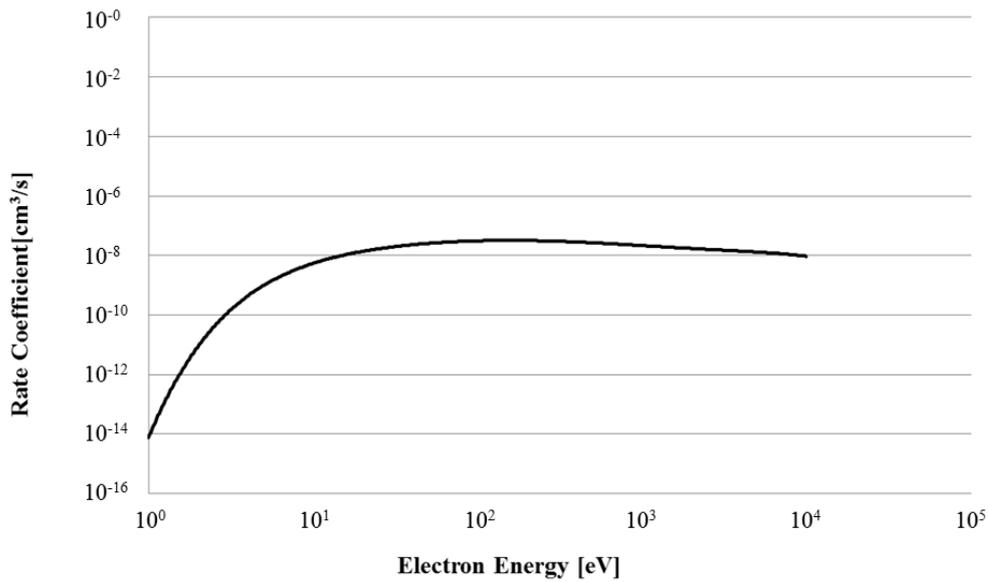


Fig. 2.10 統計処理後の反応速度係数のグラフ.

また、移送 FRC ではセパトリクス内部の領域にのみ粒子付与が起こると考えられるため、セパトリクス内部の領域をシミュレーションの各ステップにおいて判別する必要がある。回転対称の 2 次元 MHD 計算の場合、セパトリクスはポロイダル磁束の負号が反転する領域の境界と一致するため、磁束密度を積分して磁束を求めることで付与領域を判別した。

2.3.3. 湧き出し項付き時間発展方程式

以上の粒子付与についての湧き出し項を、式(2.1)~(2.7)に適用して纏めると、以下の時間発展型の連立微分方程式を得ることが出来る。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) - u_r \frac{\partial \rho}{\partial r} - u_z \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho_n n_e \langle \sigma v \rangle \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_r}{\partial t} = & - \left(u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) + \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{B_z}{\mu_0} \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right) - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{u_r \rho_n n_e \langle \sigma v \rangle}{\rho} \right. \\ & \left. + \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} - \frac{u_r}{r^2} \right) + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.57)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_z}{\partial t} = & - \left(u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{1}{\rho} \left\{ + \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial z} \right. \\ & \left. - \frac{B_r}{\mu_0} \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right) + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\rho_n n_e \langle \sigma v \rangle}{\rho} (|\mathbf{v}_{in}| - u_z) \right\} \end{aligned} \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p}{\partial t} = & - \left(u_r \frac{\partial p}{\partial r} + u_z \frac{\partial p}{\partial z} \right) - \gamma p \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_r) + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \\
& + \frac{(\gamma-1)\eta}{\mu_0^2} \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right) + (\gamma-1)\mu \left[2 \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 \right. \\
& + 2 \left(\frac{u_r}{r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 + \left. \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 \right. \\
& \left. - \frac{2}{3} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_r) + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \rho_n n_e \langle \sigma v \rangle |\mathbf{v}_{in} - \mathbf{u}|^2
\end{aligned} \tag{2.59}$$

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial z} (u_z B_r - u_r B_z) + \eta \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right) \tag{2.60}$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r (u_z B_r - u_r B_z) \right\} - \frac{\eta}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right) \right\} \tag{2.61}$$

これらの方程式を離散化することで、2次元MHDによる時間発展シミュレーションを行った。

2.3.4. 中性ガスフロー

2次元MHDシミュレーションに対応する形で、中性ガスフローを流体モデルとして定義する。このときガスフローは、計算領域に対してFig. 2.11に示す形でセパトリクス内部のみで衝突が起こるように設定した。これは、移送中のFRCプラズマにおいて、閉じた磁気面より外側には本来殆どプラズマが存在していないという実験結果に基づく設定である。また、FRCの移送が装置軸に対して平行となっていることから、ガスフローは軸方向のみの移動を考える。この前提の下中性ガスフローを流体シミュレーションとして記述すると、連続の式と湧き出し項を組み合わせた時間発展方程式

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} = -v_{in} \frac{\partial \rho_n}{\partial z} - \rho_n n_e \langle \sigma v \rangle \quad (2.62)$$

となる． この湧き出し項は，MHD 上での増加分である(2.55)式に対して電離による現象を示す． また，境界条件は $z=0$ において

$$\rho_{n0} = \begin{cases} \frac{\rho_n v_{in} t}{\Delta z} & \left(0 \leq t < \frac{\Delta z}{v_{in}} \right) \\ \rho_n & \left(t \geq \frac{\Delta z}{v_{in}} \right) \end{cases} \quad (2.63)$$

とすることで，ガスがフロー速度 v_{in} で入射する様子を表した． この計算を，中性ガスのみで行った結果が Fig. 2.12 である． フロー速度は 250 km/s で計算しており， z 軸上の複数の地点でのガス密度の上昇を示している． $z=0.0$ m から遠ざかるほど上昇が緩やかになっているが，セパトリクスとの衝突が起こるのは $z=1.0$ m より前の地点なので影響はほぼ無い．

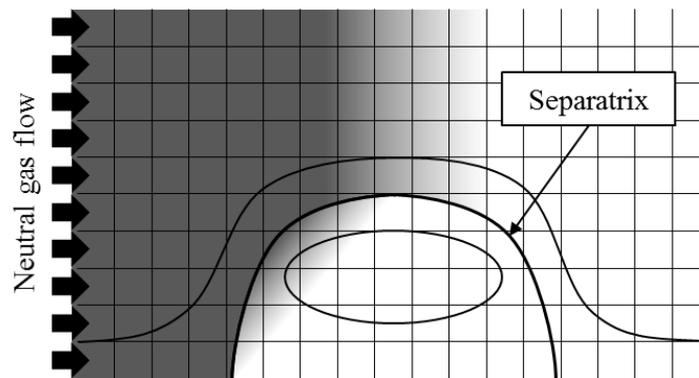


Fig. 2.11 ガスフローシミュレーションの概念図．

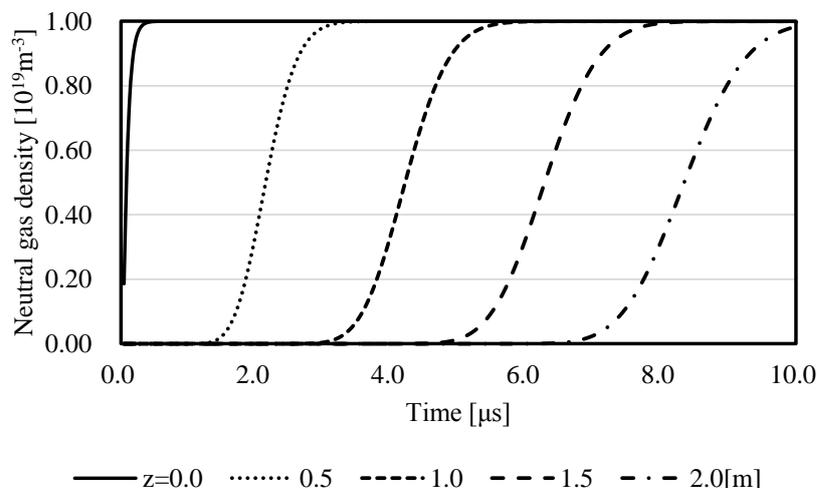


Fig. 2.12 ガスフローのみの場合の $r=0.15$ m 上の各点における中性ガス密度の時間発展.

2.3.5. 計算結果

フロー速度が 100, 150, 170, 200, 250 km/s の場合と中性ガスがない($n_e=0$)場合のシミュレーションを行い、その z 軸中央面におけるセパトリクス半径の時間発展の様子を示したのが Fig. 2.13 である。この結果から、ガスフローが存在することでセパトリクスの減衰が緩和されるという実験^{[1][2]}同様の結果が得られた。これにより、セパトリクスが存在する配位維持時間も延長するが、この長さがフロー速度の上昇にともなって伸びていることもグラフからわかる。このフロー速度と配位維持時間の増加率の関係を表したのが Fig. 2.14 のグラフである。このグラフでは、中性ガスがない場合をフロー速度 0 km/s, 増加率 0% とし、各速度の場合の増加率をプロットしその近似曲線を求めている。近似曲線は 3 次式でほぼフィットしており、2つのパラメータの間に定式的な関係が有ることがわかる。

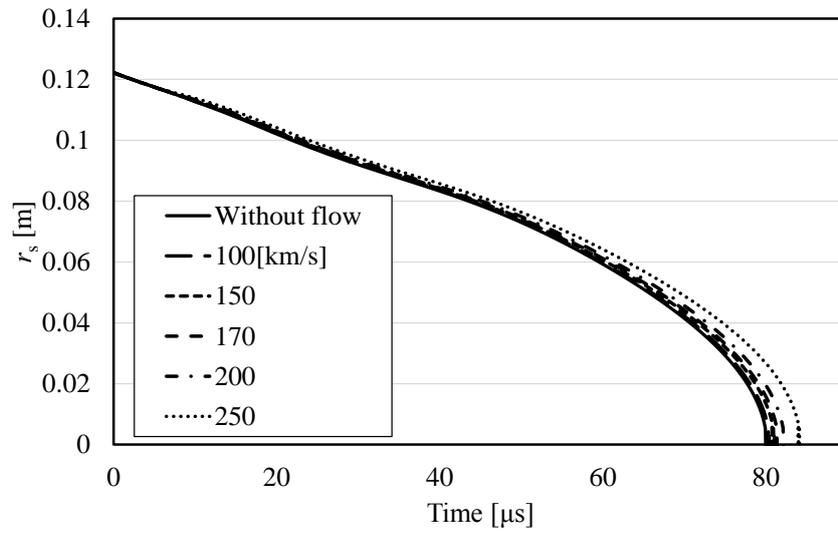


Fig. 2.13 各フロー速度の場合の z 軸中央面におけるセパトリス半径の時間発展.

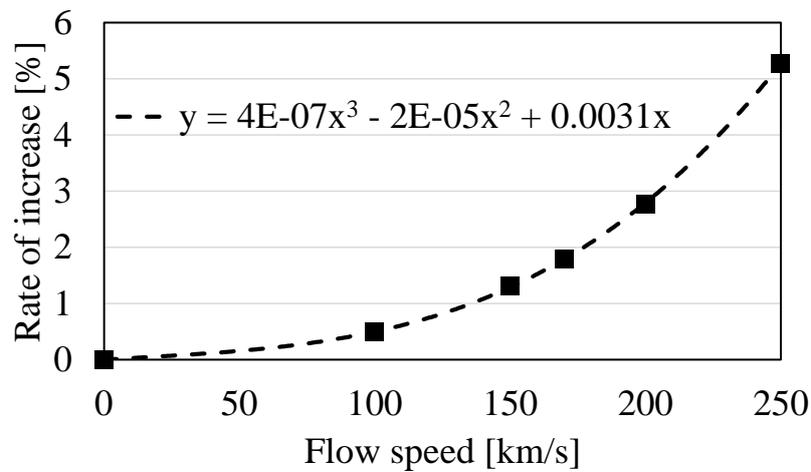


Fig. 2.14 フロー速度と配位維持時間増加率の関係.

2.3.6. 考察

配位維持時間が延長するということは、反転磁束の減衰速度が落ちているということであり、これは磁束供給が起きていることに他ならない。これはすなわち、

磁束供給が起こるメカニズムを解析することで、維持時間延長の原因が解明できるといふ事である。解析の方法としては、磁束減衰の主要因になっているパラメータを見つけ、そのパラメータの増減の様子と比較を行う。

磁束自体の時間発展は計算を行っていないため、(2.4)式を変形して、磁束の時間発展式

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = r(u_z B_r - u_r B_z) - \frac{\eta}{\mu_0} r \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right) A \quad (2.64)$$

を得る。この時、第1項はローレンツ力による影響、第2項は抵抗による減衰を表す。これらの項の時間積分

$$\psi_{\mathbf{u}} = \int r(u_z B_r - u_r B_z) dt \quad (2.65)$$

$$\psi_{\mathbf{j}} = - \int \frac{\eta}{\mu_0} r \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right) dt \quad (2.66)$$

は各成分の磁束分布全体に与えた影響を示す。これらのパラメータについて、43.5 μs (10 規格化時間)経過した時点での 250 km/s フローを与えた場合とガス無しの場合の空間分布の差を示したのが Fig. 2.15 である。この図から、 $\psi_{\mathbf{u}}$ の方が支配的なパラメータであることがわかる。これは、付与項を直接的に持つ流速を含む項が含まれているためだと考えられる。図中の左の部分が減衰し、右側が増加しているのはセパトリクスが全体的に右に移動しているためである。これは、中性ガスによって押し出されるような形になっており、中性ガスへの移送実験と捉えた場合はガスによる抵抗によって移送が減衰していることと同義である。配位維持時間の延長を念頭に置いた場合、セパトリクスの上の部分の磁束増加が最も支配的と考えられ、この部分の増加原因を更に詳しく検証する必要

がある。

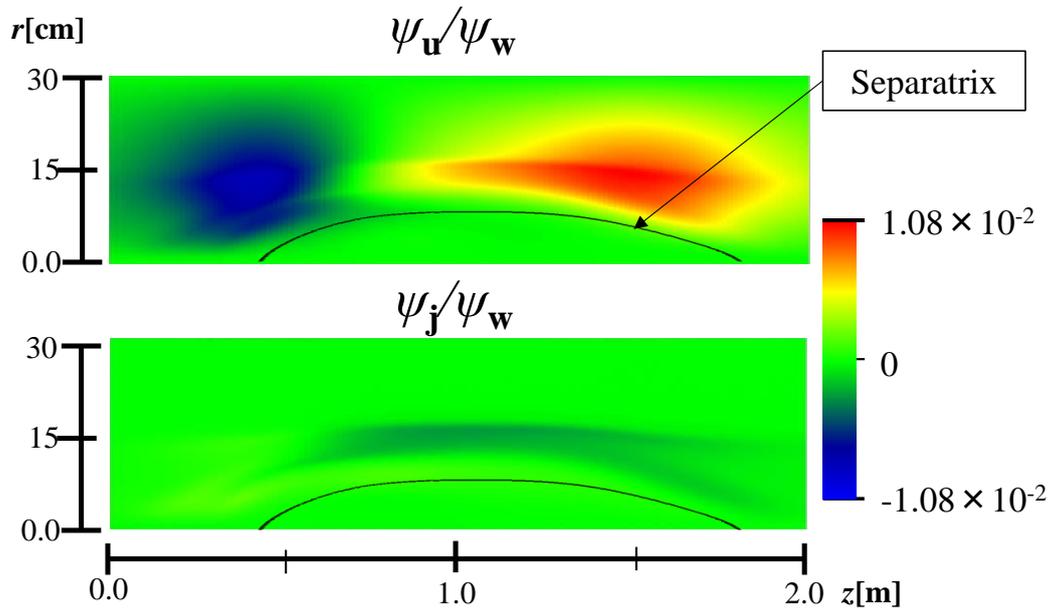


Fig. 2.15 規格化した ψ_u 及び ψ_j の $43.5 \mu\text{s}$ 経過時の 250 km/s フロー時とガス無し時の差.

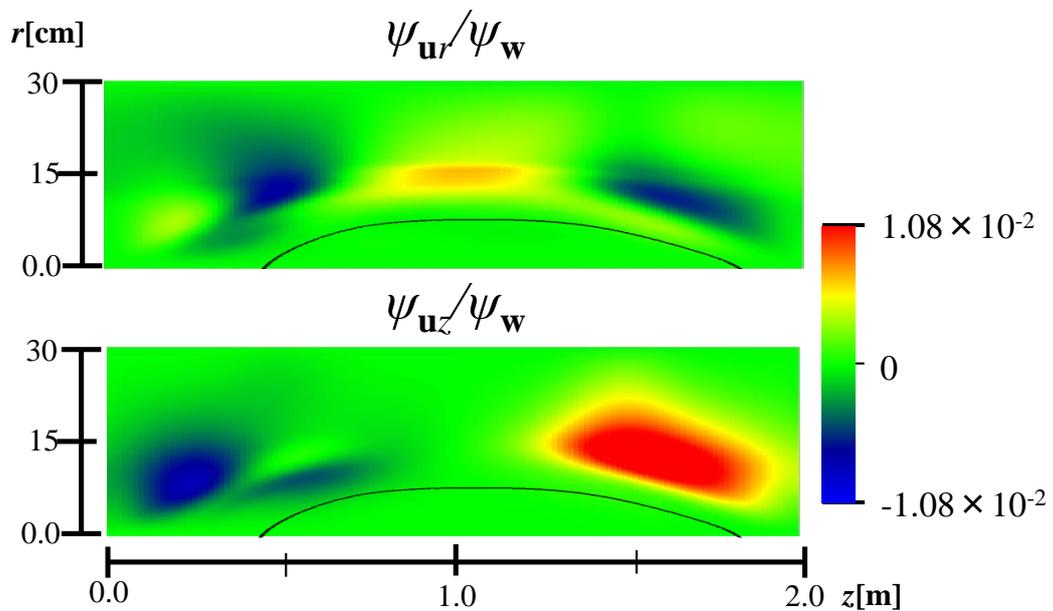


Fig. 2.16 規格化した ψ_{ur} 及び ψ_{uz} の $43.5 \mu\text{s}$ 経過時の 250 km/s フロー時とガス無し時の差.

式(2.66)は, 更に2つの成分

$$\psi_{\mathbf{ur}} = -\int ru_r B_z dt \quad (2.67)$$

$$\psi_{\mathbf{uz}} = \int ru_z B_r dt \quad (2.68)$$

に分けることができる. これらのパラメータについても, 同様に 43.5 μs 経過した時点での 250 km/s フローを与えた場合とガス無しの場合の空間分布の差を求めた結果が Fig. 2.16 である. 軸方向流速を含む項については, 前述の左右の端の部分の増減の主要因であり, セパトリクスが移動する原因であることがわかる. 軸方向の流速は, (2.58)式にあるように径方向の流速と比べて付与項が圧倒的に大きい為, この移動には流速に対しての付与が直接関わっていることがわかる. 対して径方向流速を含む項は, 付与項の影響が低いにもかかわらずセパトリクス上部の磁束増加に対して支配的であり, こちらの方が配位維持時間の延長に対する影響が大きいことがわかる.

径方向流速について, z 軸中央面における 43.5 μs 経過時の各フロー速度での r 方向分布を示したのが Fig. 2.17 である. 黒点が示すのがセパトリクスの位置であり, この位置での径方向流速の強さはフロー速度の上昇とともに増加していることがわかる. この関係をグラフにしたのが Fig. 2.18 であり, Fig. 2.14 と同様にフロー速度の増加率と径方向流速の関係をプロットし, 3 次の近似式でほぼフィットした.

以上の事から, セパトリクス上部の領域での径方向のプラズマフローの励起が配位維持時間延長の主要因であると考えられる. しかし径方向流速の時間発展における付与項の影響は, 軸方向のものに対して非常に小さく, これが直接的な増加の原因とは考えにくい. 流速を発生させる要因の内, 付与による増加が

起こっているのは圧力である．ここから，圧力の増加によって径方向のフローが励起され，それによって磁束が供給されるというプロセスが考察できる．

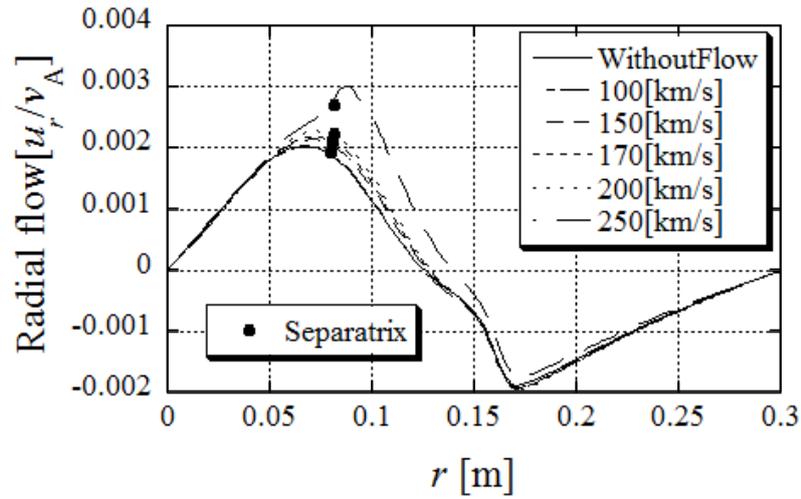


Fig. 2.17 規格化した径方向流速の z 軸中央面における $4.35 \mu\text{s}$ 経過時の各フロー速度での r 方向分布.

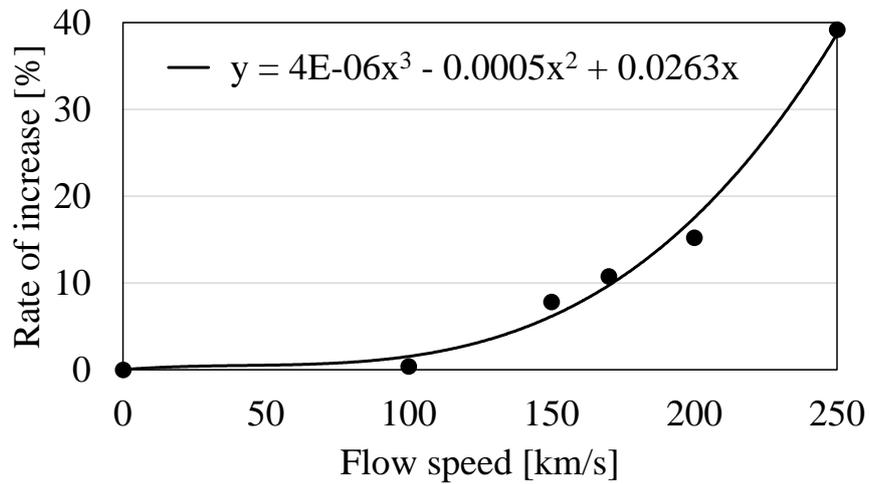


Fig. 2.18 フロー速度と z 軸中央面セパト릭スにおける径方向流速増加率の関係.

配位維持時間や径方向流速の増加率がフロー速度と相関する理由について、付与項を厳密に検証する。(2.48)式の反応速度係数を用いて、連続の式とそのソース項は以下の形に表せる。

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot (n\mathbf{u}) = n_{\mathbf{n}} n_{\mathbf{e}} \langle \sigma v \rangle. \quad (2.69)$$

運動量の時間発展方程式におけるソース項も、これらと同様の方法によって求めることが出来る。運動量ベクトルに(2.40)式を掛け、それを速度空間で積分することで、

$$\int_{-\infty}^{\infty} m\mathbf{v}S(\mathbf{v})d\mathbf{v} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} m\mathbf{v}\sigma(v_{\mathbf{r}})v_{\mathbf{r}}f_{\mathbf{e}}(\mathbf{v}_{\mathbf{e}})f_{\mathbf{n}}(\mathbf{v})d\mathbf{v}_{\mathbf{e}}d\mathbf{v}. \quad (2.70)$$

が得られる。これを整理すると

$$\int_{-\infty}^{\infty} m\mathbf{v}S(\mathbf{v})d\mathbf{v} = mn_{\mathbf{n}}\mathbf{v}_{\mathbf{in}} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(v_{\mathbf{r}})v_{\mathbf{r}}f_{\mathbf{e}}(\mathbf{v}_{\mathbf{e}})d\mathbf{v}_{\mathbf{e}}, v_{\mathbf{r}} = |\mathbf{v}_{\mathbf{in}} - \mathbf{v}_{\mathbf{e}}| \quad (2.71)$$

となる。したがって、運動量のソース項は

$$\int_{-\infty}^{\infty} m\mathbf{v}S(\mathbf{v})d\mathbf{v} = m\mathbf{v}_{\mathbf{in}} n_{\mathbf{n}} n_{\mathbf{e}} \langle \sigma v \rangle. \quad (2.72)$$

である。同様に、エネルギーのソース項は

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}mv^2S(\mathbf{v})d\mathbf{v} = \frac{1}{2}mn_{\mathbf{n}}n_{\mathbf{e}}v_{\mathbf{in}}^2 \langle \sigma v \rangle \quad (2.73)$$

である。ここから、ソース項にはフロー速度 $\mathbf{v}_{\mathbf{in}}$ の影響が確実に存在することがわかる。特にエネルギーのソース項においてこの自乗成分と速度の関数である反応断面積の積が含まれている事から、これが配位維持時間の増加率などに作用していると考えられる。

2.4 まとめ

FRC プラズマの中性ガス領域への移送による粒子供給・加熱プロセスについて、FRC プラズマに中性ガスのフローが吹き付ける相対的なモデルを用いて検

証を行った。中性ガスの種類別に行ったモンテカルロシミュレーションでは、重水素は荷電交換反応の多さによる粒子供給の不足、アルゴンはエネルギー供給効率の悪さと放射損失によるエネルギーロスが起きることが判明した。これに対してヘリウムはコア領域への粒子供給が可能であり、エネルギー供給効率も良いため最も適切であることが判明した。

一方同様の相対モデルを用いて行った MHD シミュレーションでは、供給プロセス中の FRC プラズマ内の動きを計算することで、そのメカニズムを解明した。この結果、供給されたエネルギーによりプラズマ圧力が高まり、それによってプラズマ上部に径方向のフローが発生することで磁束増加が起きていることが確認された。またこの際の磁束の増加にはガスフロー速度との相関があり、移送速度を高めることでより効率的な燃料供給効果が得られることを示唆する結果となった。

以上の研究では、MHD シミュレーションを用いた燃料供給の評価を行った。燃料供給についての課題は FRC 以外のプラズマにも存在し、特に核融合の主流でもあるトカマク型のプラズマにおいては、実用化に向けた危急の課題となっている。次章以降では、本章で提示した MHD シミュレーションや粒子軌道シミュレーションの手法を応用した、トカマク型のプラズマへの燃料供給方法についての研究を記述する。

参考文献 2

- [1] Y. Matsuzawa, T. Asai, Ts. Takahashi, and To. Takahashi: “Effects of background neutral particles on a field-reversed configuration plasma in the translation process”, *Phys. Plasmas* **15**, 082504 (2008).
- [2] T. Asai, Y. Matsuzawa, N. Yamamoto, K. Takao, H. Tamura, M. Hiyoshi, T. Sasaki, Ts. Takahashi, Y. Nogi, M. Inomoto, To. Takahashi, J. Miyazawa, and Y. Narushima, “Translation of Field-Reversed Configuration into a Confinement Region Filled with Neutral Gas”, *J. Plasma Fusion Res. SERIES*, **Vol. 8**, 1058 (2009).
- [3] S. Koike, T. Watanabe, T. Mitsui, T. Takahashi, and T. Asai, “Heating effects of background neutral particles on a translated field-reversed configuration, *Transactions of Fusion Science and Technology*”, **Vol. 63**, No. 1T, 374 (2013).
- [4] S. Koike, T. Takahashi, and T. Asai, “2D MHD Simulation of a FRC Plasma with Axial Neutral Gas Flow Injection”, *IEEJ Trans. FM*, **Vol. 134**, No. 11, 374 (2014).
- [5] NIFS DATABASE, <http://dbshino.nifs.ac.jp/>.

3 章 ST プラズマ合体による燃料供給システム

3.1. プラズマの合体

3.2.1. 新たな燃料供給方法の模索

1 章で述べた燃料供給方法の現状から、現在考えられている供給方法では、ITER やそれ以上の商用に用いるような核融合プラズマに用いる燃料供給の方法としてはまだ不十分であると考えられる。このようなプラズマでは、ガスやペレットの入射では表面で電離を起こしてしまい、コア領域まで燃料が到達しない。また、磁場閉じ込めのためにより強力なトロイダル磁場が想定されるため、現状でも反射を起こしている CT 入射による供給は更に困難である。ここから、何かしら新しい燃料供給方法によるブレイクスルーが必要であると考えられる。この案として、移送合体とその際に起こる磁気リコネクションを利用するという物がある。

3.1.2. 磁気リコネクション

相対する 2 つの逆方向の磁力線を持つプラズマが接近する時、ある段階で磁力線が急激に変動し繋ぎ変えが起こる現象を磁気リコネクションと呼ぶ。この現象が発生する際、磁場のエネルギーが開放され、接合点から外側に向かうプラズマのフローが発生する。この現象は異なる 2 つの閉じた磁気面を持つプラズマ同士の衝突によっても発生するため、移送合体が可能な小型の核融合プラズマにおいては、プラズマフローによる加熱を目的としたプラズマの合体加熱が試みられている。

3.1.3. FRC 合体による加熱

プラズマ合体によるリコネクション加熱を利用した実例の一つとして、FRC プラズマの移送合体が挙げられる。FRC プラズマとは、トカマク型とは異なる単連結構造のプラズマであり、Fig.1.10 に示すようにミラー型の磁場中に自己組織化した閉じた磁力線構造を持つ。FRC プラズマは、プラズマ電流によってポロイダル磁場を形成するというその構造上、プラズマベータがほぼ 1.0 となり核融合発電を行う上で非常に高効率であり、外部コイルがミラー型である故そのメンテナンスが容易であるという利点がある。反面配位維持時間が極端に短く、最も高寿命なものでも数ミリ秒という短時間で自己組織化構造が崩れてしまう。この短寿命であるという欠点を補うべく、粒子供給と加熱を同時に行う為に FRC プラズマで行われたのが移送合体である。

アメリカの Tri Alpha Energy 社において、大型 FRC プラズマ炉である C-2U 装置における FRC プラズマの合体実験が行われた^[1]。この実験においては、Fig. 3.1 に示す装置の両端に FRC プラズマを生成し、中央の閉じ込め領域まで移送し FRC プラズマ同士を合体させる。この際合体時のリコネクションによる磁気エネルギーの開放や、移送時の運動エネルギーの回生によってプラズマの加熱が発生していると考えられている。

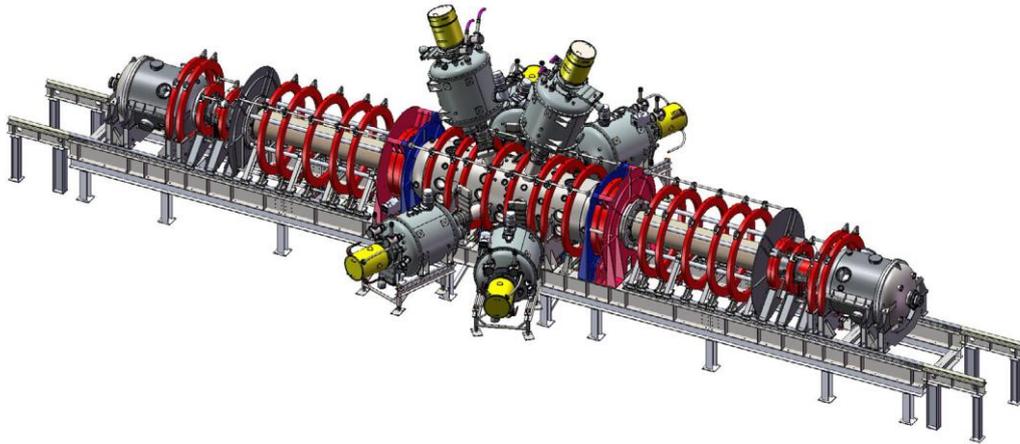


Fig. 3.1 C-2U 実験装置の模式図^[1].

FRC 合体について，松崎らによる 2 次元 MHD シミュレーションが行われた^[2]。シミュレーションの結果は，Fig. 3.2 に示すように衝突によるセパトリクス領域の結合までは確認できたが，それ以降の O-point 同士の完全な合体までは進まなかった。この結果は，高ベータプラズマである FRC においては合体時に急峻な圧力勾配による反発が大きく，合体が起こりにくくなっている事によるものであると考えられている。このことから，高ベータプラズマの移送合体を MHD シミュレーション上で行う際には，圧力による影響を考慮しなければならないことがわかる。

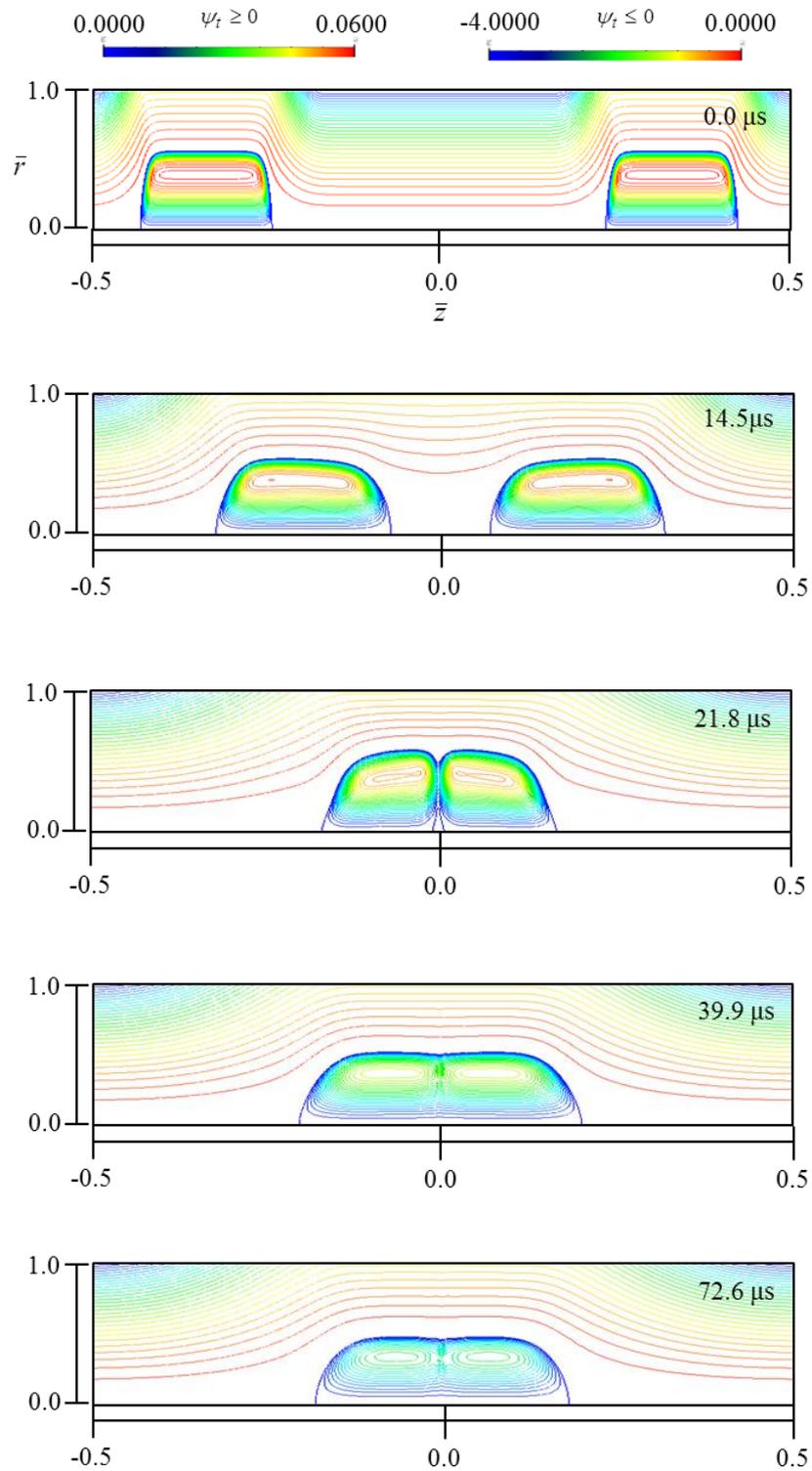


Fig. 3.2 FRC 合体シミュレーション過程におけるポロイダル磁束の等値線の時間変化^[3].

3.1.4. ST プラズマの合体

STプラズマにおいても移送・合体の実験が行われており，東京大学のUTST装置において，ST合体による加熱効果についての報告がなされている^{[4][5]}．この実験は，Fig. 3.3の左の装置内の上下に小型のSTプラズマを生成し，それを移送して中央で合体させ大きなSTプラズマを作るというものである．この合体の過程において，双方のプラズマが中央で合体する際に，Fig. 3.3右の写真が示すようなリング状の構造の軟X線の爆発的な制動輻射が観測された．磁場の計測と解析の結果，Fig. 3.4下に示すような磁力線のリコネクションと連動する形で，軟X線の複写が上のグラフのように増加していることが確認された．この際電場と磁束も大きな変動が確認でき，リコネクションにより磁場構造が大きく変化するとともに，X-point付近の電子がリコネクション面と並行の方向の電場によってトロイダル方向に加速されていると考えられる．

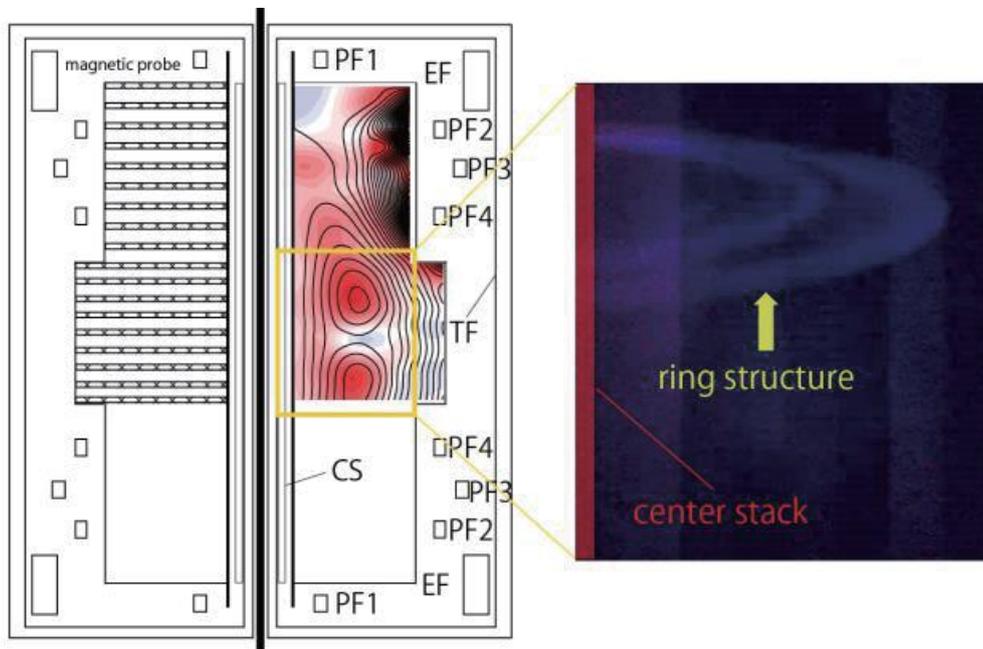


Fig. 3.3 合体時に発生するリング状の構造体の写真とその位置^[5]．

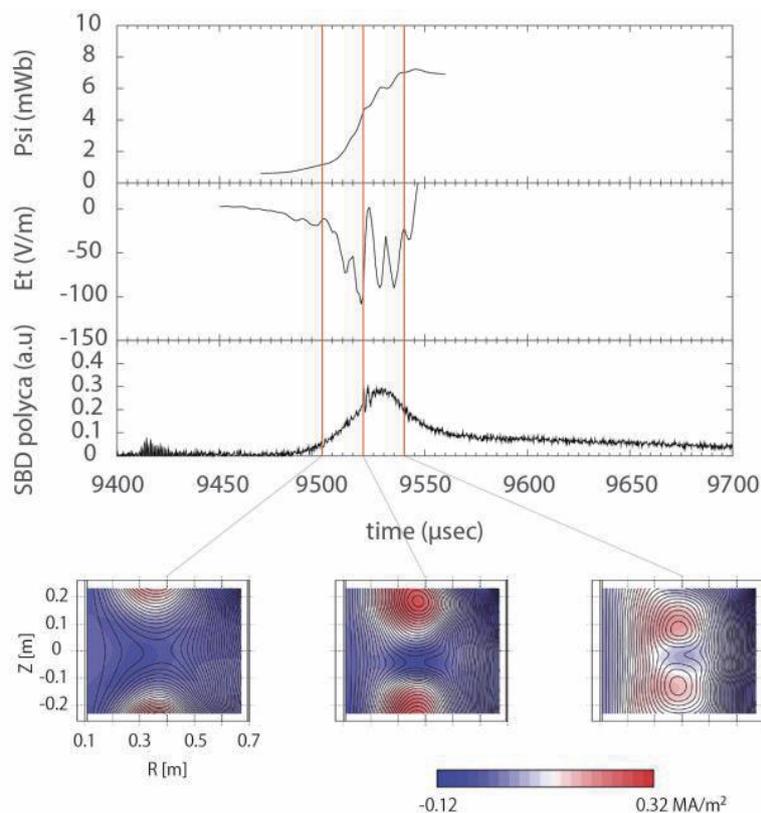


Fig. 3.4 リコネクション時の磁束・トロイダル電場・軟 X 線強度とポロイダル面磁束分布⁵⁾.

また、MAST装置におけるST合体実験⁶⁾においてもこの現象は確認されており、Fig. 3.5で示す衝突面上の電子温度・電子密度の時間発展における電子温度の高まりがこれに該当する。R=0.5 m付近がX-pointに相当するため、この地点において電子の加熱が起きていることが確認できる。また、これに先行する形でリコネクションの下流域にあたるX-pointより内側の領域のイオンが加熱されており、このリコネクションによって加熱されたイオンの熱が電子へとエネルギー交換されることで、電子の大幅な加熱が起きていると考えられる。これら結果は、リコネクションによる加熱プロセスにおいて、電子に対する加熱も考慮しなけれ

ばならない事を示しており、シミュレーションにおいてこれを再現するためには、電子の振る舞いを考慮した計算を行う必要が有ることを示している。

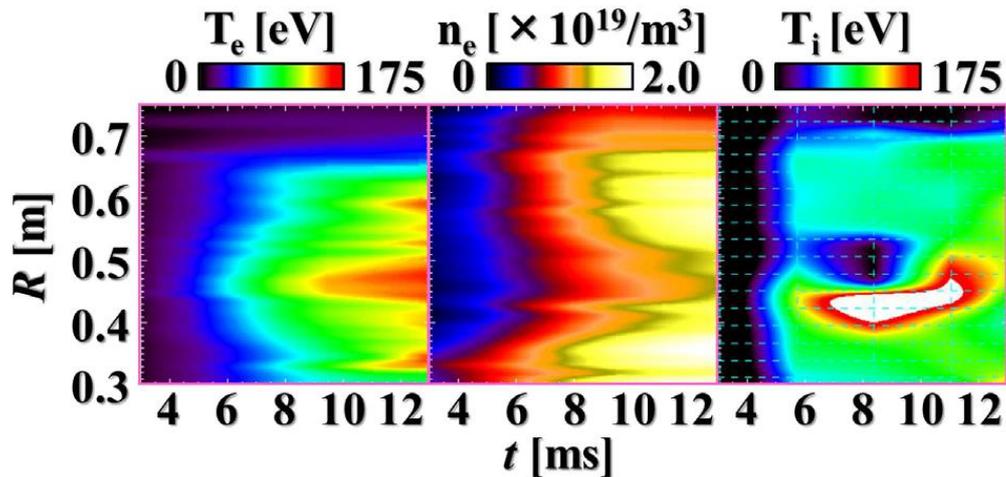


Fig. 3.5 MAST 装置での実験で観測された、立ち上げから合体までの間の電子温度・電子密度・イオン温度の時間発展^[6].

3.2. 新しい燃料供給方法

3.2.1. 燃料供給のコンセプト

核融合反応の実証炉である ITER に対して、商業的に利用されるような核融合炉では更に高温高压の閉じ込めが必要であると考えられている。このような 100 keV を超える超高温プラズマでは、前述のペレット入射やガスパフを行っても供給した燃料は表面で電離してしまい、燃料供給は困難である。このため従来の方法に代わる燃料供給方法として、御手洗は主プラズマ(Main plasma)の上部に副プラズマ(Secondary plasma)を誘起し、これらの電流間の引力によってプラズマを合体させる方法を提案している^[7]。

3.2.2. 間欠的燃料供給モデル

合体による燃料供給を行うためには、移送合体プロセスを間欠的に継続しなければならない。このプロセスはペレット入射による供給と類似した形になっており、連続的な供給とは異なる形となる。連続燃料供給の場合と間欠燃料供給の場合それぞれの、1次元シミュレーションにおける核融合出力値の想定が Fig. 3.6 である。連続燃料供給の場合はガスパフを想定しており、グラフ上部の半円形のグラフが供給ガス量、下が増加エネルギーを示す。こちらの場合、2秒間の供給インターバルの間にゆっくりとエネルギーが増減していることがわかる。ただし、ガスパフでは本来高温高圧の $D-^3He$ 核融合炉などにおいてコア領域まで燃料が浸潤しないことに留意したい。

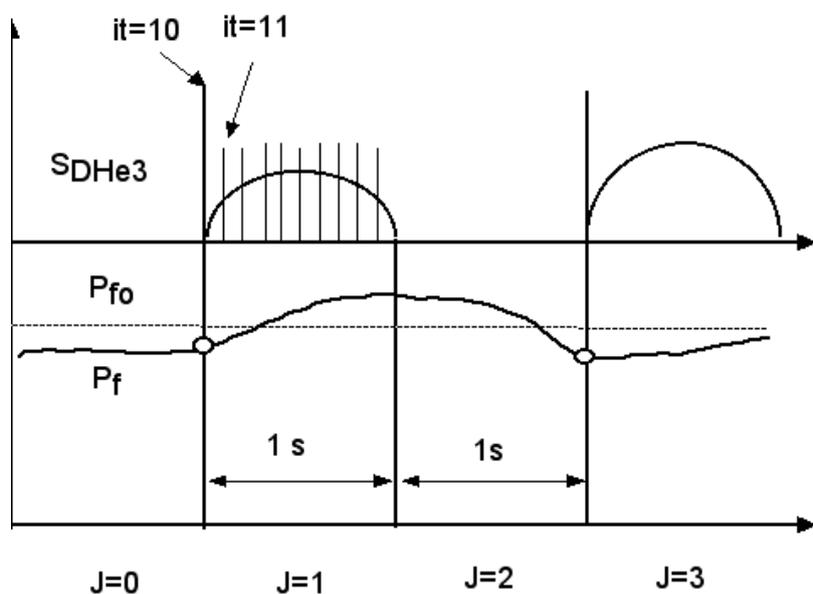


Fig. 3.6 連続燃料供給の際の供給パターン(上)とそれによって増加したプラズマのエネルギー(下) [8].

一方で Fig. 3.7 に示した間欠的燃料供給の場合、供給パターンがパルス的であるためプラズマのエネルギーは供給終了後すぐに減衰し、初期のエネルギー水準を下回る。しかし減衰が一定まで達した段階で再度供給を行うというサイクルを繰り返すことで、エネルギーを一定量に保持することが出来る。

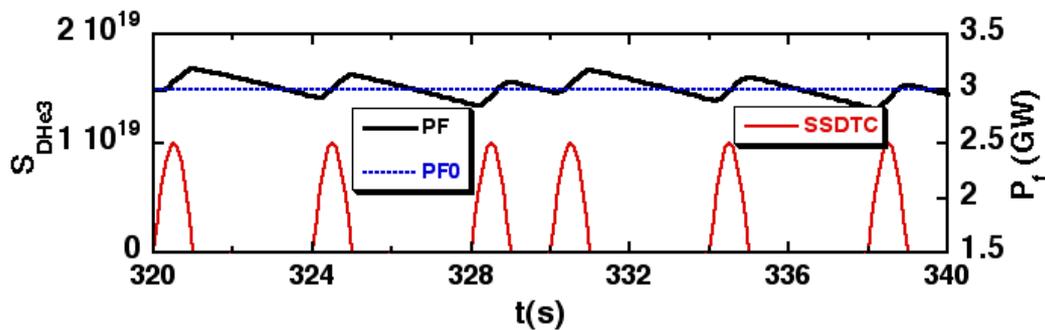


Fig. 3.7 間欠的燃料供給の場合の供給パターン(赤)と供給されたプラズマのエネルギー推移(青) [8].

3.2.3. 燃料供給用プラズマ生成シナリオ

燃料供給を行う副プラズマの生成は、外部コイルによる電流励起によってなされる。この際の主プラズマに対する励起用コイルの位置関係は Fig. 3.7 に示す形となる。下部の楕円形の主プラズマに対して上部の円形の副プラズマを励起しており、コイルにより作られた磁場である \mathbf{B}_H と \mathbf{B}_V によってポロイダル磁場を形成させる。ここで励起用の電流 I_{OH} を減衰させることによって電磁誘導でプラズマ電流 I_p が励起する。これらのパラメータの燃料供給プロセス中の時間推移を示したのが Fig. 3.8 であり、一つ前の副プラズマが合体する少し前のタイミングから副プラズマの励起を始め、これを繰り返し運転するというプロセスになっている。

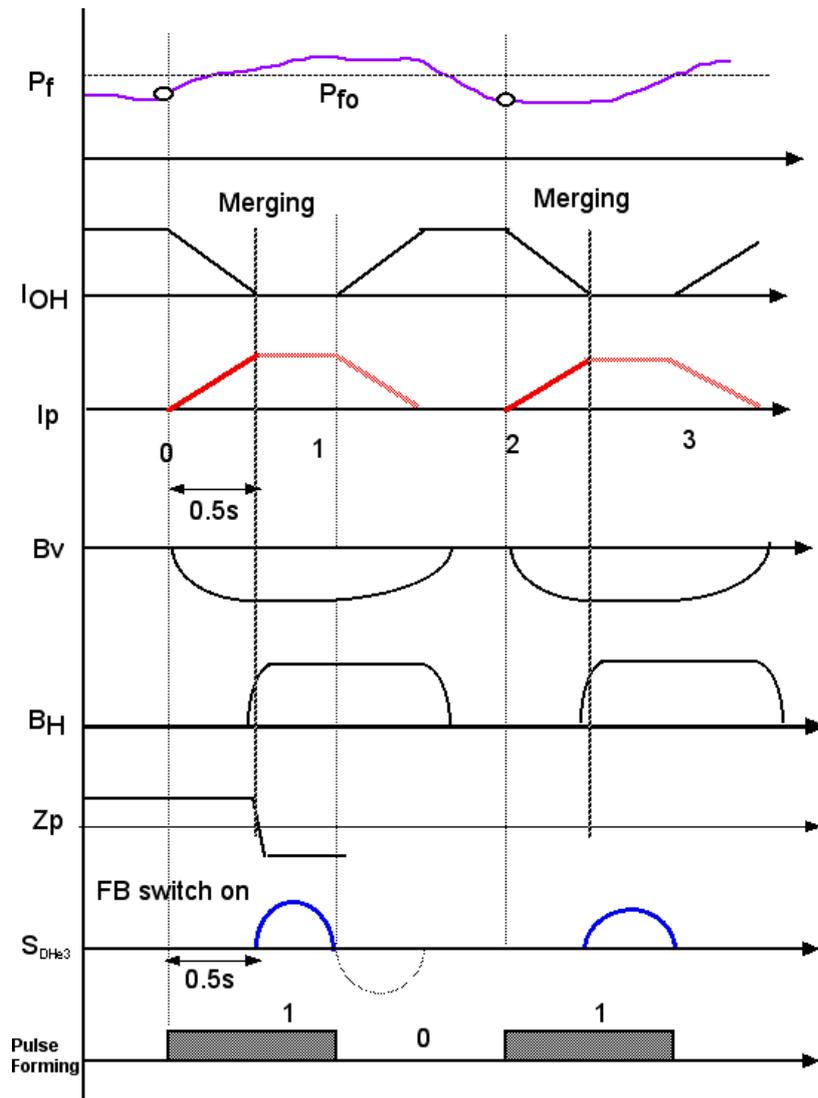


Fig. 3.8 燃料供給プロセスにおける，副プラズマ励起に関わる各パラメータの時間推移 [8].

3.2.4. 燃料供給のための装置設計

以上の燃料供給プロセスを実際の ST 炉で行う場合には，通常の炉とは異なる設計が必要になる．これは装置上部に副プラズマ専用の生成領域を確保するということであり，Fig. 3.9 に示す装置断面が提案された^[7]．この生成領域は左の図に示すように磁場のヌル領域とする必要があり，キャンセルコイルによっ

て領域を確保する．前述のプラズマの励起の後の副プラズマは右図のようになると考えられ，これを後方のプッシュコイルで押し出すことで移送プロセスを開始する．

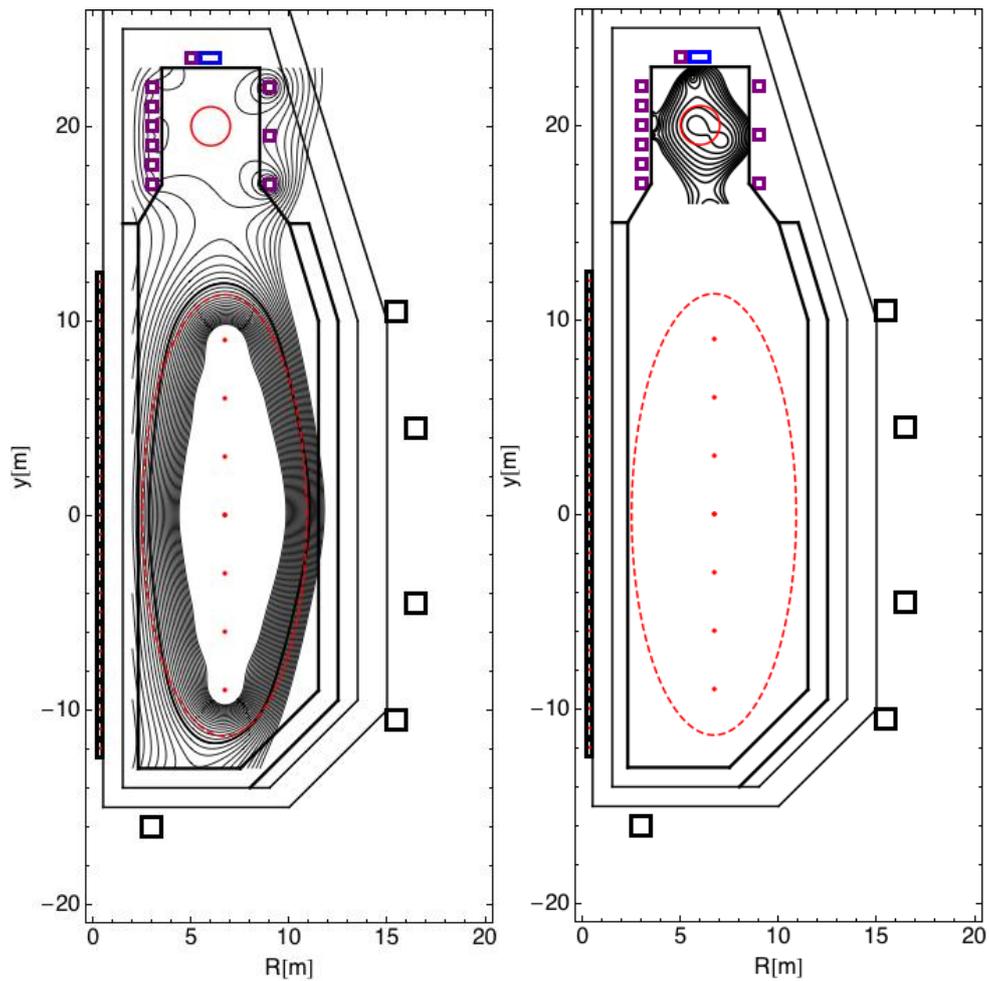


Fig. 3.9 副プラズマ生成領域付きの大型 ST 炉と，そのコイル磁場による磁力線図(左)及び主プラズマ磁場(右)^[8]．

3.2.5. 明らかにすべき事象

以上の点が御手洗による燃料供給プロセスの立ち上げ部分の想定であるが，

これ以降の移送・合体に関わるプロセスでの詳細なプラズマの動きについては、1次元シミュレーションだけでは想定が難しい。よって、燃料の供給効果などを含めた移送・合体プロセスの専用の数値シミュレーションを行うことで、これらのプロセスが妥当であるかを検証する必要がある。

この方法として、我々は副プラズマの励起プロセスは無視し、立ち上がって平衡となった状態からの移送合体の計算を行った。立ち上げプロセスを無視することで実際の装置に起こり得る生成後のプラズマの不安定性は考慮しないことになるが、今回のシミュレーションではあくまで合体现象に着目した効果の検証を行うため、これらの要素は単純化する。このため計算ではまず前述の ST についての平衡計算を行うことで、想定される装置の主プラズマと副プラズマを含めた初期状態を求める。これを外部磁場変化によって初期加速する 3次元 MHD シミュレーションを、汎用的な抵抗性 MHD シミュレーションコードである MIPS コード^[7]を用いて行い、プラズマの合体衝突過程を計算する。この合体プロセスを再現することにより得られた計算結果において、プラズマ供給の有用性や合体過程の安定性を検証し、この方法が ST への燃料供給方法として有用か否かを判断する。

3.3. 燃料供給システムのモデル化

3.3.1. シミュレーションモデルの概要

本研究においては、3次元の MHD シミュレーションを行い、その可用性を検証する。研究の目的はこのシステムにおける移送合体過程において実際に燃料供給が起きるかを調べるというものである。副プラズマが励起された直後から計算を開始し、その生成過程まではモデルに含まないものとする。シミュレ

ーションのモデルは Fig. 3.10 に示すような供給プロセスを簡略化した過程を想定しており、主プラズマと副プラズマそれぞれの初期モデルは、Grad-Shafranov 方程式によるプラズマの平衡計算によって作成する。Assist coil は移送のトリガーとなるように配置し、時間変化する外部磁場として MHD の磁場の時間発展に組み込むことでシミュレーションに反映させる。これによって移送された副プラズマは、最終的にトロイダル電流によるローレンツ力によって主プラズマと引き合い合体する事が期待される。これ以降は、シミュレーションモデルの詳細な設定方法及び計算技法を説明し、それを用いて行った移送合体シミュレーションの結果を提示する。

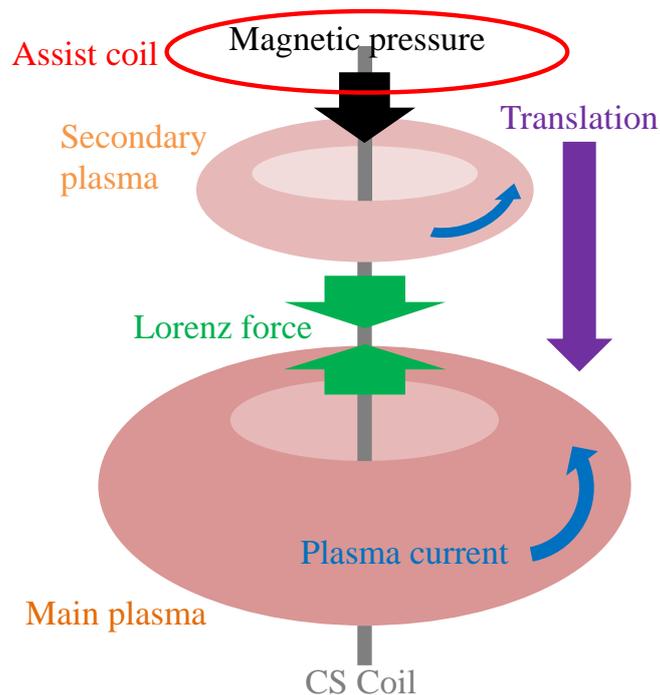


Fig. 3.10 本研究における ST プラズマへの小型トーラスプラズマの移送合体プロセスのモデル。

3.3.2.3 次元 MHD 方程式

2章で述べた MHD 方程式に対して, MIPS コードでは粘性項の形が異なる以下の方程式を用いている.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = & -\left\{ \frac{1}{2} \nabla \cdot |\mathbf{u}|^2 + (\nabla \times \mathbf{u}) \times \mathbf{u} \right\} - \frac{1}{\rho} (\nabla p - \mathbf{j} \times \mathbf{B}) \\ & + \frac{\nu}{\rho} \left\{ \frac{4}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \nabla \rho - \nabla \times (\rho \nabla \times \mathbf{u}) \right\} \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -(\nabla \cdot (p \mathbf{u}) + (\gamma - 1) p \nabla \cdot \mathbf{u}) + (\gamma - 1) \nu \rho \left(\mathbf{j}^2 + \frac{4}{3} \nabla \cdot \mathbf{u} \right) \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}. \quad (3.4)$$

ここで p, ρ, \mathbf{u} はプラズマの圧力, 密度, 速度であり $\mathbf{E}, \mathbf{B}, \mathbf{j}$ はプラズマ内の電場強度, 磁束密度, 電流密度を表す. また ν, γ, μ_0 はそれぞれ粘性係数, 比熱比, 真空の透磁率であり, ここでは定数として扱っている. 粘性係数が含まれる粘性項の存在により, この方程式系は抵抗性 MHD となっている. またこれらの時間発展方程式について, (3.1)式は質量保存則, (3.2)式は運動方程式, (3.3)式は熱力学的エネルギー保存則, (3.4)式は Faraday の法則を表す.

これに対して, 電場とプラズマ電流は以下のように決定される.

$$\mathbf{E} = -\mathbf{u} \times \mathbf{B} + \eta \mathbf{j} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{j} = \frac{\nabla \times \mathbf{B}}{\mu_0} \quad (3.6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (3.7)$$

(3.5)式は簡単化した Ohm の法則, (3.6)式は Ampere の法則, (3.7)式は Maxwell 方程式の一部である. これらの MHD 方程式を 3次元円筒座標系上で利用する

ため, (3.1)~(3.7)式を以下の 8 つの連立微分方程式に変形して解く.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) - u_r \frac{\partial \rho}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} - u_z \frac{\partial \rho}{\partial z} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_r}{\partial t} = & - \left(\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r} (u_r^2 + u_\theta^2 + u_z^2) + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u_\theta^2}{r} \right) \\ & - \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{1}{\mu_0} \left(\left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right) B_z - \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rB_\theta) \right) B_\theta \right) \right\} \\ & + \frac{\nu}{\rho} \left\{ \frac{4}{3} \frac{\partial p}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right. \\ & \left. - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_\theta) - \rho \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{\partial u_r}{\partial z} - \rho \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \right\} \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_\theta}{\partial t} = & - \left(\frac{1}{2r} \frac{\partial}{\partial \theta} (u_r^2 + u_\theta^2 + u_z^2) + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{u_\theta u_r}{r} \right) \\ & - \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - \frac{1}{\mu_0} \left(\left(\frac{1}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} - \frac{\partial B_\theta}{\partial r} - \frac{B_\theta}{r} \right) B_r + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} - \frac{\partial B_\theta}{\partial z} \right) B_z \right) \right\} \\ & + \frac{\nu}{\rho} \left\{ \frac{4}{3r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right. \\ & \left. - \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} - \rho \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\rho \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_\theta) - \rho \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) \right\} \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_z}{\partial t} = & - \left(\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} (u_r^2 + u_\theta^2 + u_z^2) + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \\ & - \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{1}{\mu_0} \left(\left(\frac{1}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} - \frac{\partial B_\theta}{\partial z} \right) B_\theta - \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right) B_r \right) \right\} \\ & + \frac{\nu}{\rho} \left\{ \frac{4}{3} \frac{\partial p}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right. \\ & \left. - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\rho \frac{\partial u_r}{\partial z} - r\rho \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} - \rho \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right) \right\} \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p}{\partial t} = & - \left(\frac{\partial}{\partial r} (p u_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (p u_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (p u_z) \right) \\
& - (\gamma - 1) p \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \\
& + \frac{(\gamma - 1) \nu \rho}{\mu_0^2} \left\{ \left(\frac{1}{r} \frac{\partial B_z}{\partial \theta} - \frac{\partial B_\theta}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right)^2 \right. \\
& \left. + \left(\frac{\partial B_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} + \frac{B_\theta}{r} \right)^2 \right\} \\
& + \frac{4(\gamma - 1) \nu \rho}{3} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)
\end{aligned} \tag{3.12}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial B_r}{\partial t} = & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (u_r B_\theta - u_\theta B_r) - \frac{\partial}{\partial z} (u_z B_r - u_r B_z) \\
& - \frac{\eta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial B_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} + \frac{B_\theta}{r} \right) + \eta \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right)
\end{aligned} \tag{3.13}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial B_\theta}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial z} (u_\theta B_z - u_z B_\theta) - \frac{\partial}{\partial r} (u_r B_\theta - u_\theta B_r) \\
& - \eta \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial B_z}{\partial \theta} - \frac{\partial B_\theta}{\partial z} \right) + \eta \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial B_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} + \frac{B_\theta}{r} \right)
\end{aligned} \tag{3.14}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial B_z}{\partial t} = & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \{ r (u_z B_r - u_r B_z) \} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (u_\theta B_z - u_z B_\theta) \\
& - \frac{\eta}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right) \right\} + \frac{\eta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial B_z}{\partial \theta} - \frac{\partial B_\theta}{\partial z} \right)
\end{aligned} \tag{3.15}$$

以上の方程式は連立微分方程式になっており、数値計算法によって時間積分を行うことで質量密度・流速・圧力・磁束密度の各パラメータの時間変化を導出することが出来る。

3.4. 平衡計算と初期配置

3.4.1. 初期分布の設定

上記のように、本シミュレーションではプラズマが励起した状態からの移送を想定しているため、初期状態として ST プラズマの平衡が必要となる。また、副プラズマとなる小型プラズマについても平衡状態である必要があるため、この2つが同時に存在する初期分布を設定する必要がある。

3.4.2. 収束計算の条件設定

本研究における ST プラズマの平衡計算においては、初期分布における回転方向の等方性を仮定するため、(2.34)式として提示した円筒座標系の Grad-Shafranov 方程式によって2次元分布を求める。この際、ST プラズマの形を生成するためのトロイダル電流と圧力分布の関数を次の形に設定した。

$$\frac{dp(\psi)}{d\psi} = \alpha \frac{r}{\psi_{\min}} \left(\frac{\psi}{\psi_{\min}} \right)^{\alpha-1} \quad (3.16)$$

$$\frac{dI^2(\psi)}{d\psi^2} I(\psi) = \beta \frac{c_{ff}}{r\psi_{\min}} \left(\frac{\psi}{\psi_{\min}} \right)^{\beta-1} \left\{ \left(\frac{\psi}{\psi_{\min}} \right)^{\beta} + c_e \right\} \quad (3.17)$$

$$c_{ff} = 2 \frac{r_{\psi_{\min}}^2}{(1+c_e)^2} p \beta \quad (3.18)$$

境界条件として、Fig. 3.11 に示すものを設定した。左端部は r に対しての関数になっており、

$$\psi_{\text{ext}} = \frac{1}{2} B_{z0} (r^2 - r_{\min}^2) + \psi_l \quad (3.19)$$

である。主プラズマについてはこの平衡をそのまま用いて計算し、副プラズマに

ついても一回り小さい平衡を作成することで対応した。

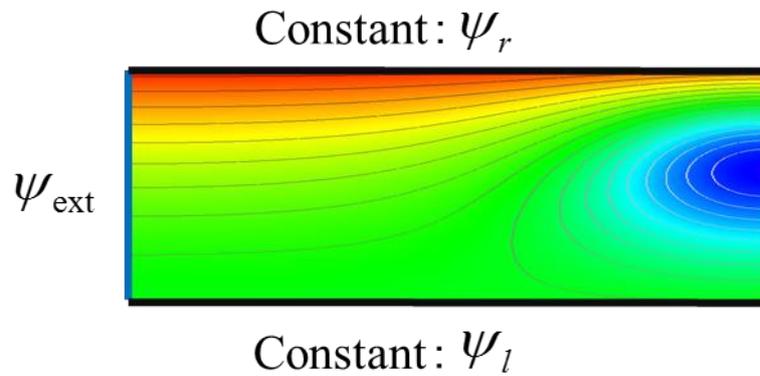


Fig. 3.11 ST プラズマの平衡計算における境界条件の設定.

Table 3.1 作成した初期配置のプラズマのパラメータ.

Parameter	Value
Machine major radius (R_0)	6.7 m
Machine minor radius	4.2 m
Main plasma length	15 m
Secondary plasma length	7.5 m
Peak plasma temperature	118 keV
Plasma density (Uniform)	$1.97 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$
Toroidal field	3.06 T
Alfven time (τ_A)	2.25 μs
Main plasma beta	0.20
Secondary plasma beta	0.20

2つのSTプラズマは、Table 3.1に示すパラメータを基に平衡の作成を行った。
これらのパラメータは御手洗による設計^[1]を基に装置の主半径 R_0 と主プラズマ

beta を決定し、その条件に合うように平衡を導出した。2つのプラズマの結合については、境界面が Fig. 3.11 の ψ_{ext} という r の関数になっているため、これを合わせる形で結合した。こうして得られた2つの平衡を Fig. 3.12 に示す形に配置することで、シミュレーションの初期分布を得た。圧力関数によって与えられる圧力が、磁束分布の等値線に沿う形で2つのピークを形成していることがわかる。この初期分布における磁束密度の配位は Fig. 3.13 に示す形であり、Fig. 3.12 のポロイダル磁束の等値線に沿う向きで磁場が形成されていることが確認できる。また同図中のトロイダル磁場 B_θ は CS コイルによる磁場であり、軸方向に均一であると仮定して

$$B_\theta = \frac{1}{r} \sqrt{c_{ff} p_0} \left\{ \left(\frac{\psi}{\psi_{\text{min}}} \right)^\beta + c_e \right\} \quad (3.20)$$

を用いて計算している。

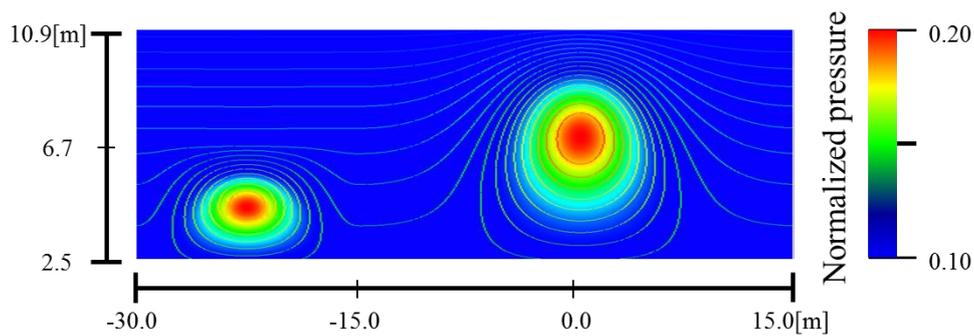


Fig. 3.12 作成した初期分布の圧力分布とポロイダル磁束の等値面.

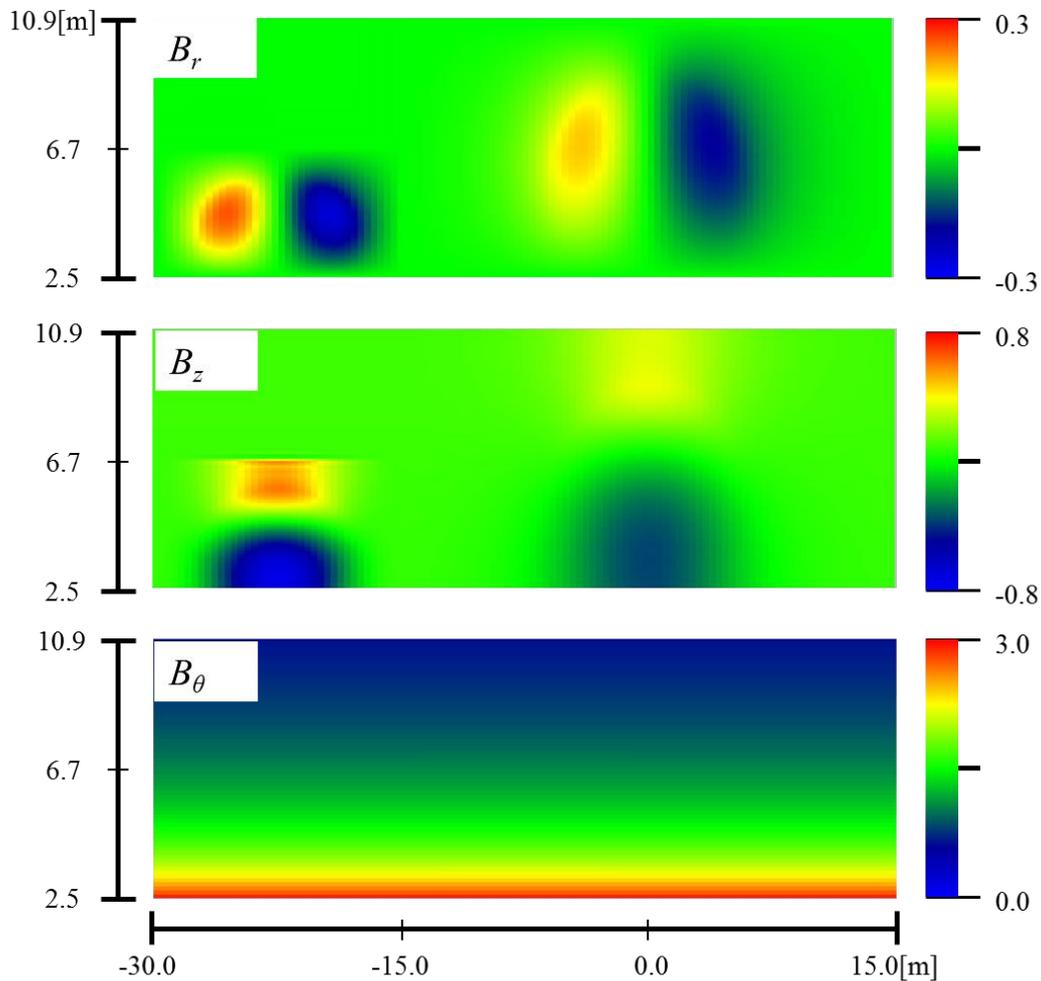


Fig. 3.13 作成した初期分布の各方向の磁場分布.

3.4.3. 質量密度の初期分布

質量密度の初期分布については、低密度による計算破綻を防ぐために均一としている。これは、MHDにおける質量密度が連続の式による粒子の移動のみを考慮したものであり、極端な低密度領域が発生しやすくなっていることに対する対策である。これによる計算への影響は、これまで行われてきたMHDによるシミュレーション研究において経験則的にほぼ存在しない事が知られており、今回のシミュレーションもそれに従う形で一様分布を採用した。

3.5. 外部コイルのモデル化と真空領域

3.5.1. 外部コイルのモデル化

外部コイル配置については、副プラズマの移送を行うプッシュコイルと、2つのプラズマ間の磁束の撓みを解消するためのコイルの2つを設定した。これらのコイルの配置は Fig. 3.9 で示したものと異なるが、シミュレーション上で移送合体プロセスを実現させるために簡単化している。

シミュレーション空間上でのコイルの配置は、Fig. 3.14 に示す形とした。コイルの配置と計算には、ビオ・サバルの法則を用いた。コイル電流はシミュレーションのスタートから $100\tau_A$ かけて立ち上がるように設定しており、この際の電流の強さの時間変化は、立ち上がりと飽和が滑らかになるように三角関数によって決定した。

シミュレーションにおいて、これらのコイル磁場変化は予め計算した外部ファイルを読み込み、MHD の時間発展に足し込む事で反映した。この際の実読み込みは $0.1\tau_A$ 毎に行うため、1000 段階の磁束密度分布データを生成した。

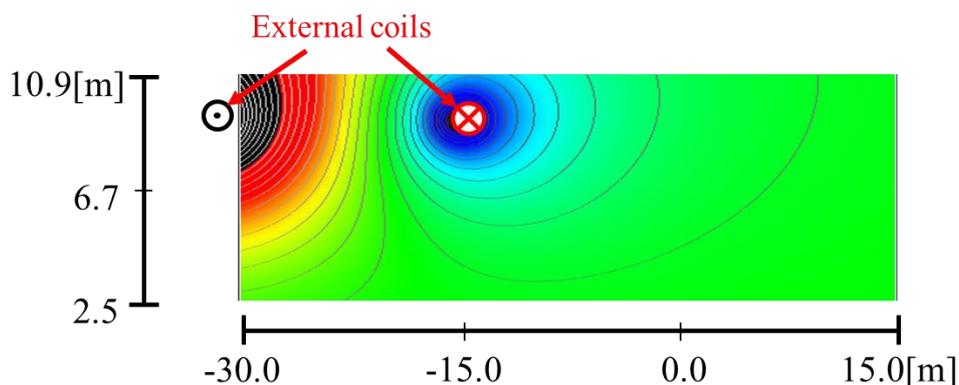


Fig. 3.14 外部コイルの配置と、立ち上げ完了時におけるコイル磁場のポロイダル磁束分布とその等値線.

3.5.2. 真空領域の設定

磁場の引き上げ用に設置した外部コイルの位置は装置外部に当たるため、この領域はシミュレーション計算を行わないようにする必要がある。また、装置壁付近のプラズマは希薄であり、この部分では外部コイルによる磁場以外の MHD のパラメータはほぼ無視できる状態になる。このことから、プラズマ圧力が一定値以下の領域を真空領域として設定し、磁場以外の時間発展を行わないようにする。真空領域として設定したのは Fig. 3.15 の圧力・ポロイダル磁束の等値線分布の中で暗くなっている部分であり、Fig. 3.14 のコイルが双方とも領域内に入っていることがわかる。

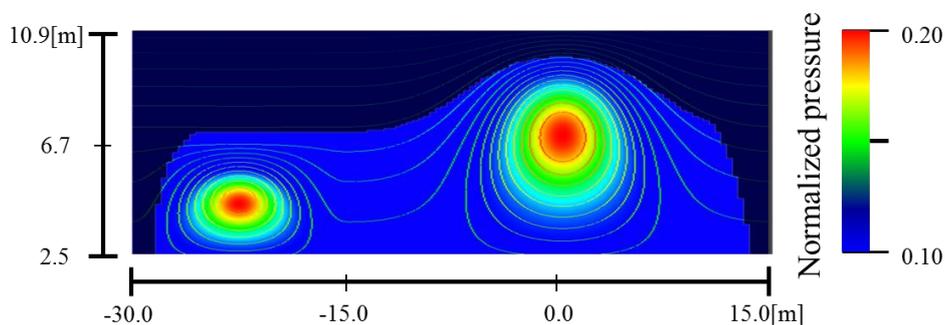


Fig. 3.15 初期分布の圧力分布とポロイダル磁束の等値面に対する真空領域.

3.6. MIPS コード

3.6.1. MIPS コードとその妥当性

MIPS コードは、この MHD によるプラズマシミュレーションを目的として、核融合科学研究所(NIFS)の藤堂らによって開発された。このコードは特定のタイプのプラズマに対して特化したものではなく、汎用的な 3 次元円筒座標系のプ

ラズマシミュレーションを行うことを目的としている。このコードについて、LHD(Large Helical Device)におけるバルーニング不安定性のシミュレーションを信頼性の高いCAS3Dコードと同条件で計算を行い、その妥当性の検証がなされた^[9]。Fig. 3.16に示すグラフは、その計算結果について、 $n=4$ バルーニングモードにおける径方向流速のポロイダルモードごとの分布を示したものである。それぞれのコードの計算結果はほぼ同様の結果を示しており、MIPSコードはCAS3Dコードと同様な信頼性を持つコードであると言える。このMIPSコードはMPI (Message Passing Interface: 複数プロセス間の情報の相互通信による並列化方法, 詳しくは後述) による並列化に対応しており、大規模並列演算器の性能を活かした計算を行うことが出来る。よって、本研究ではこのMIPSコードを用いたシミュレーションを行う。

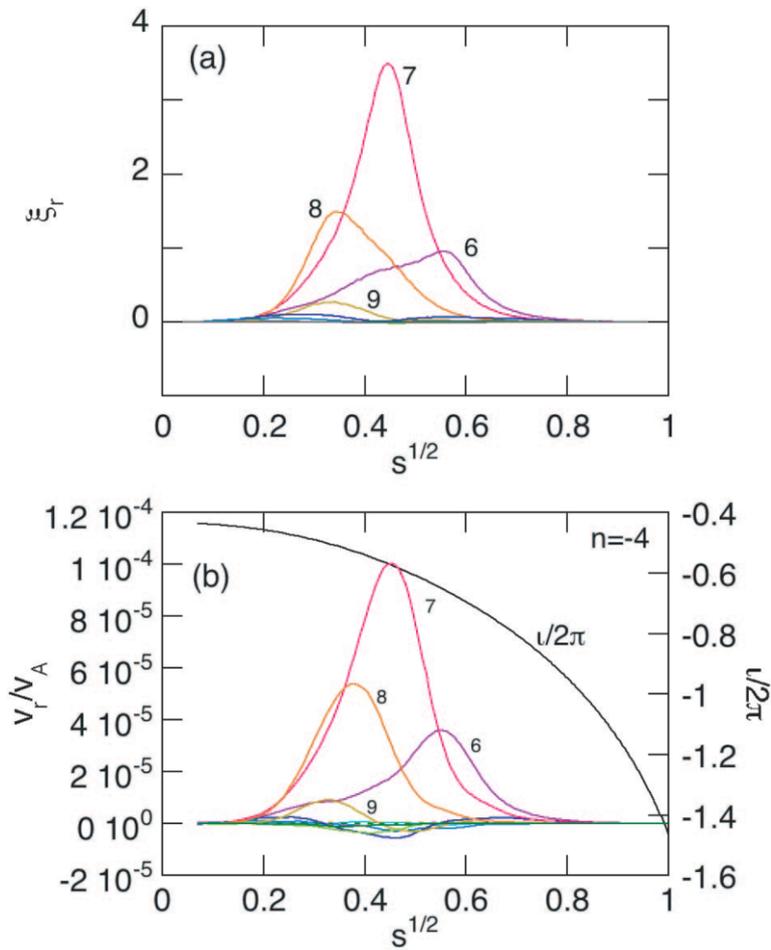


Fig. 3.16 LHD プラズマの $n=-4$ バルーンモードにおける径方向流速のポロイダルモードごとの分布の CAS3D コード(a)と MIPS コード(b)でのシミュレーション結果^[9].

3.6.2. 計算のフロー

MIPS コードでは, Figs. 3.17, 3.18 に示すフローで計算を行う. メインの計算を行う前に外部ファイルの読み込みによって初期分布を決定しており, この部分に§3.4 で作成した初期分布を読み込ませる. MPI による並列化を行うため, ノード数に応じて計算領域を分割し各ノードに割り当てている.

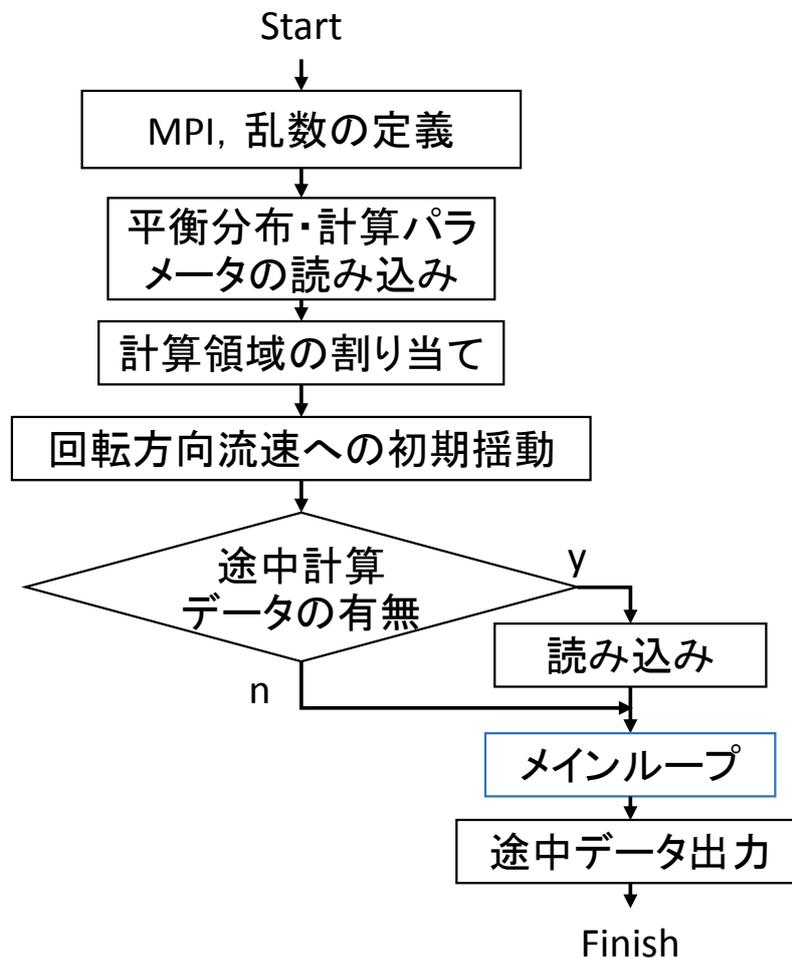


Fig. 3.17 MIPS コードにおける処理のフローチャート.

Fig. 3.18 に示すメインループ内では、各偏微分を 4 次精度中央差分によって計算し、時間発展方程式を 4 段 4 次の Runge-Kutta 法で積分している。この時の各パラメータにおける時間変化量の総計の最大値に応じ、クーラン条件を満たすように時間変化量を変えている。この時の変化倍率の計算では、まず各格子点上の値について

$$D = \left\{ \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial B_r}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial B_\theta}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial B_z}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3.21)$$

を計算した. そしてその最大値 D_{\max} を利用し, 時間変化量を

$$D_c = \begin{cases} D_{\max} & (D_{\max} > 0.1) \\ 0.1 & (D_{\max} \leq 0.1) \end{cases} \quad (3.22)$$

$$d\bar{t}_{\text{fixed}} = \frac{0.1}{D_c} d\bar{t}$$

で補正した. これにより, 場が急激に変化する場合時間変化量を小さく刻むことで計算の精度が上がるようになっている.

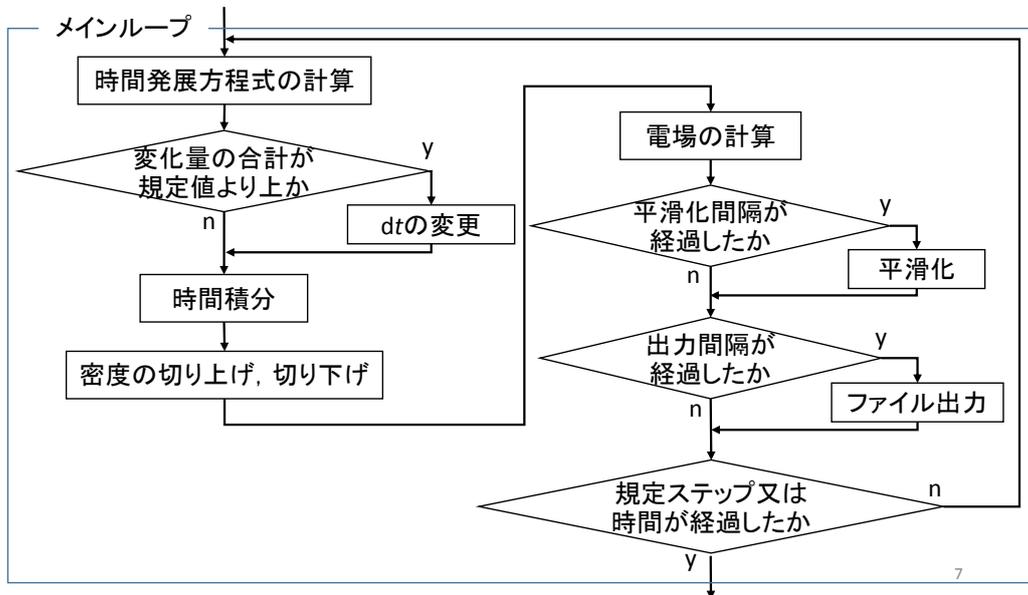


Fig. 3.18 MIPS コードのメインループ内の処理のフローチャート.

3.6.3. 数値計算の手法

各微分計算には、4次精度中央差分法を用いた。通常の計算領域に対する4次精度中央差分は、 n 番目の格子点に対して

$$\frac{\partial f_n}{\partial x} = \frac{-f_{n+2} + 8f_{n+1} - 8f_{n-1} + f_{n-2}}{12dx} \quad (3.23)$$

の差分式を用いることで計算を行う。これに対し、 r 方向と z 方向の計算領域端部では、

$$\frac{\partial f_1}{\partial x} = \frac{f_2 - f_1}{dx} \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x} = \frac{f_3 - f_1}{2dx} \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial f_{N-1}}{\partial x} = \frac{f_N - f_{N-2}}{2dx} \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial f_N}{\partial x} = \frac{f_N - f_{N-1}}{dx} \quad (3.27)$$

という差分計算を行い、これらの領域の値も決定する。 θ 方向については周期境界条件であるため、すべての格子点上で4次精度中央差分を行っている。

3.6.4. 境界条件と平滑化アルゴリズム

MIPSコード上では、計算領域の境界部で上記の後進・前進差分を行うことで境界条件としている。一方で真空領域との境界部分での差分計算は、磁場以外のパラメータに関して真空領域内を初期値として固定した上で通常通り(3.23)式の差分計算を行い、平滑化によって初期値との滑らかな接続を得るという方法を用いている。この平滑化には加重平均を用いており、次の2通りの式

$$f_n = \frac{f_{n+1} + 2f_n + f_{n-1}}{4} \quad (3.28)$$

$$f_n = \frac{-f_{n+1} + 6f_n - f_{n-1}}{4} \quad (3.29)$$

を質量密度・流速・圧力・磁束密度の各分布に対して1回ずつ掛けている。平滑化は真空領域との境界以外にも全領域に対して行い、ノイズの除去を行っている。

3.6.5. 並列化アルゴリズム

三次元の数値シミュレーションを行う場合、計算量が膨大になるという問題が存在する。このため、計算コードを **MPI** 並列化し、マルチコアプロセッサや並列計算機を用いた高速計算を行った。**MPI** とは、複数のプロセス間での通信を行うための、複数の言語に対応した追加サブルーチン群である。並列計算においては、**CPU** の1コア毎にプロセスを立てて計算するが、**MPI** 並列化の場合は **Fig. 3.19** のようにこれらのプロセス毎に独立した **RAM** 領域を専有する。このため、行列についての時間発展計算を行う本研究では、各パラメータの行列をそれぞれのプロセスに割り振り、それぞれのプロセス内で独立した時間発展計算を行った。しかし、偏微分計算においては図中の黄色で表した隣の行列の端部の値を参照するため、各計算領域の端の部分では隣り合う領域のデータ参照が必要になる。これを行うのが **MPI** の肝となる通信関数であり、**MIPS** コードでは計算領域を分割した際、その分割領域の表面部分のデータを隣のノードに受け渡すために使用している。

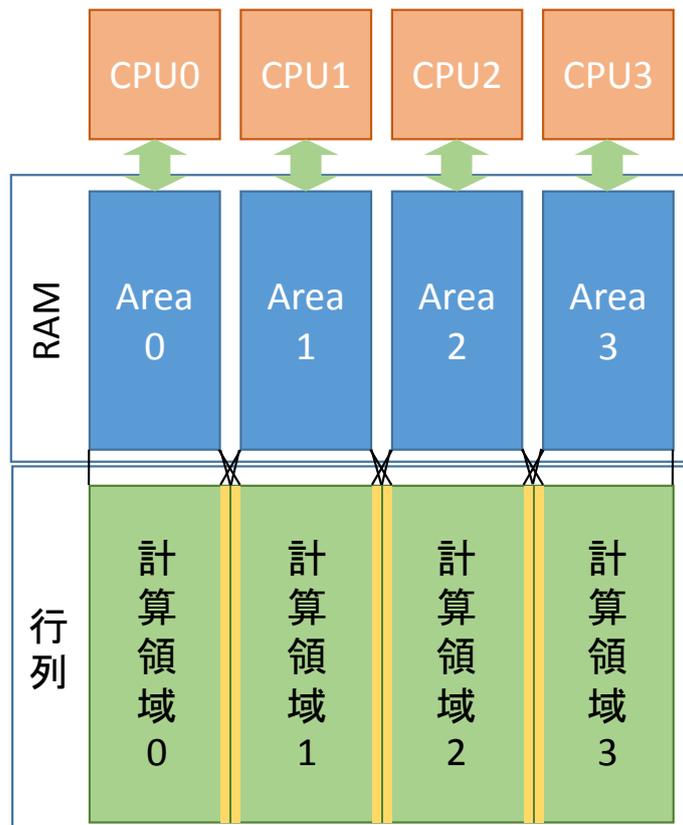


Fig. 3.19 MPI 並列化における CPU, RAM, 計算領域の概念図.

3.6.6. 数値計算のパラメータ

シミュレーションを行うにあたって、数値計算に用いる各種パラメータは Table 3.2 に示すものを用いた。空間分割数については、移送方向に十分な分解能を持つ必要があるため、径方向に対して二倍の格子点を設定している。また並列化計算のため、各方向の格子点数は偶数である必要がある。また表に示す規格化時間に対する時間刻みは基本値であり、前述のアルゴリズムによって補正されるためこの値よりも多くなる場合がある。平滑化間隔はこの補正に関係なく、Runge-Kutta による数値積分を 100 回行う度に処理を行う。

並列化計算については、NIFS の持つ核融合研究用スーパーコンピューティングシステムであるプラズマシミュレータを利用して計算を行った。並列化は $112 \times 224 \times 128$ の格子点を各方向にそれぞれ 8 分割した空間を各ノードに割当て、24 時間計算を行うことで合体までのシミュレーション時間を確保した。

MHD 方程式の計算に用いる各パラメータについては、Table 3.3 に示すものに設定した。

Table 3.2 シミュレーション空間と時間についての設定.

Parameter	Value	Interval in real
Grid points of r direction	112 point	37.8 mm
Grid points of z direction	224 point	202 mm
Grid points of θ direction	128 point	0.0491 rad
Division number of the normalized time	250 step	9.0 ns
Smoothing interval	100 step	N/A
Number of parallelization nodes	512 (8x8x8)	N/A

Table 3.3 シミュレーション計算におけるパラメータ.

Parameter	Value
Heat capacity ratio γ	5/3
Electrical resistivity η	1.0×10^{-5}
Coefficient of viscosity ν	4.0×10^{-6}

3.7. MHD シミュレーション結果

以上の MHD シミュレーションの手法を用いて、ST プラズマへの小型トーラスプラズマの移送合体シミュレーションを行った。この結果、Fig. 3.20 の圧力分

布とポロイダル磁束の等値線で示す一連の移送合体過程が得られた。アシストコイルが立ち上がり切った $100\tau_A$ の段階では副プラズマの移送が始まり、磁気圧によって揺動されることでプラズマ内部から輸送されたプラズマが副プラズマ上部に見られる。この際のプラズマの移送速度は、Fig. 3.21 に示すように最大で 30 km/s 程度である。この段階において、既にプラズマの圧力分布は不安定性の兆しを見せている。移送された副プラズマが主プラズマに衝突した $260\tau_A$ の段階では、2つのプラズマに大きな不安定性が発生しており、圧力のピークも大きく減衰している。衝突は2つのプラズマの O-point を結んだ直線とセパトリティクスが直交する地点から始まっており、これによって2つのプラズマの間に磁氣的に孤立した領域が発生している。また移送速度については加速終了後から段階的に減衰しており、 $500\tau_A$ 経過時にはほぼ停止した状態になるが、その後急激に加速する。合体の直前となる $600\tau_A$ の段階では、副プラズマ内の圧力のピークはほぼ見えなくなっており、反対に孤立した磁場領域において圧力が高まっている。この際の副プラズマの移送速度は 100km/s と外部コイルによる加速時よりも速くなっており、その後瞬間的に主プラズマへと吸収される形で合体が完遂する。合体において、孤立した磁場領域の崩壊に伴い内部に存在していたプラズマが主プラズマ内に回生している。

以上の結果より、MHD を用いた ST プラズマへの小型トーラスプラズマの移送合体シミュレーションは完遂したと言える。この結果について、移送合体中の不安定性の発生メカニズムを含めた諸現象の解析、並びに燃料供給評価を次章以降行う。

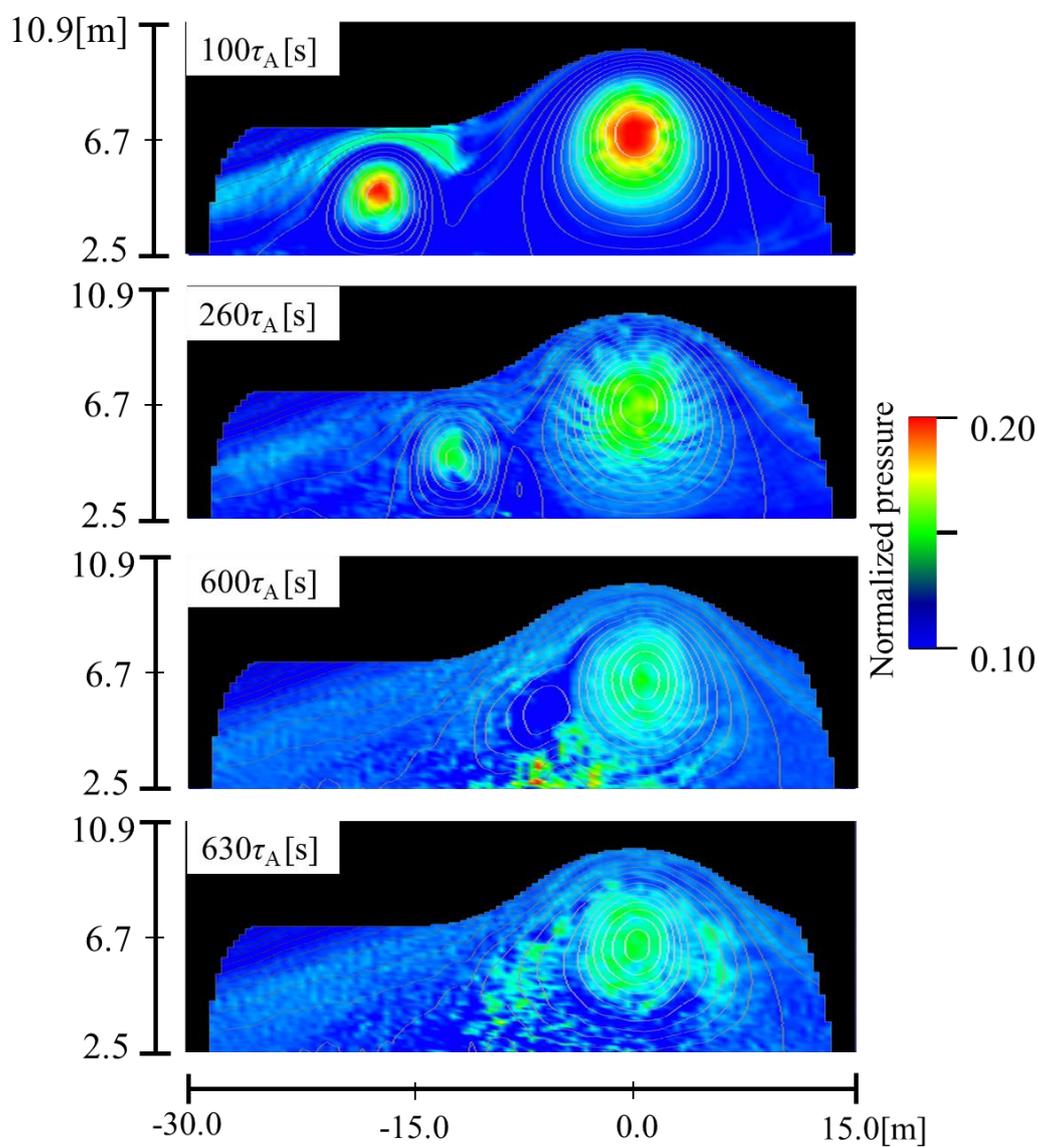


Fig. 3.20 ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体の 3 次元 MHD シミュレーションにおける，外部コイル立ち上げ完了($100\tau_A$)，プラズマの衝突($260\tau_A$)，プラズマの合体直前($600\tau_A$)，プラズマの合体直後($630\tau_A$)の各時点の $\theta=0$ ポロイダル面の圧力及びポロイダル磁束の等値線分布．

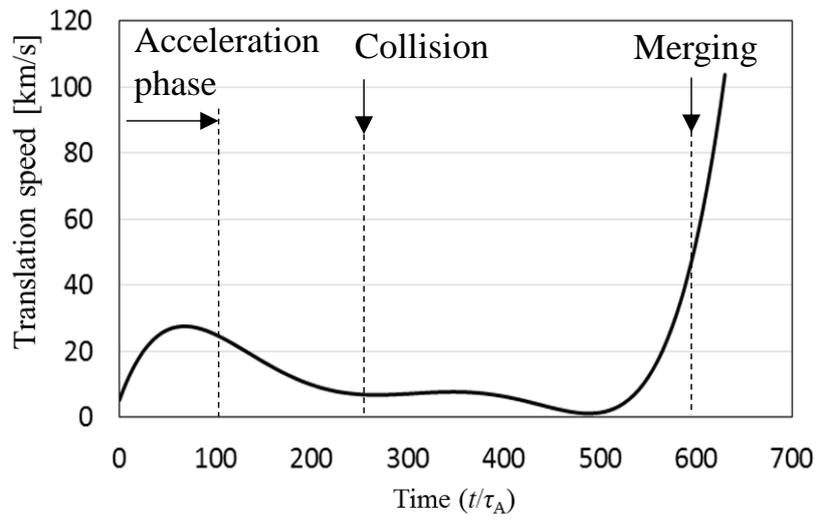


Fig. 3.21 ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体の 3 次元 MHD シミュレーションにおける副プラズマの移送速度の時間変化.

参考文献 3

- [1] H. Gota *et al.*, “Achievement of field-reversed configuration plasma sustainment via 10 MW neutral-beam injection on the C-2U device”, Nucl. Fusion **57**, 116021 (2017).
- [2] K. Matsuzaki, S. Koike, T. Takahashi and T. Asai, “2-D MHD simulation of two axially colliding FRCs accelerated by magnetic pressure gradient”, IEEJ Trans. FM, **Vol. 135**, No. 5, 296 (2015).
- [3] 松崎啓, 「FRC の移送・衝突に関する 2 次元 MHD/Hall MHD シミュレーション」, H27 年度 群馬大学修士論文 (2015).
- [4] T. Yamada *et al.*, “Merging Startup Experiments on the UTST Spherical Tokamak”, Plasma Fusion Res. **5**, S2100 (2010).
- [5] T. Ushiki *et al.*, “Generation of Energetic Electrons during Spherical Tokamak Merging in UTST”, Phys. Plasmas **23**, 082511 (2016).
- [6] G.J. McArdle, G. Cunningham, J. Qin, D.L. Trotman, J. Waterhouse, ”Progress and plans for MAST plasma control”, Fusion Engineering and Design **56–57**, 749 (2001).
- [7] O. Mitarai, K. Nakamura, M. Hasegawa, T. Onchi, H. Idei, A. Fujisawa, K. Hanada, H. Zushi, A. Higashijima, H. Nakashima, S. Kawasaki, QUEST group, K. Matsuoka, S. Koike, T. Takahashi and H. Tsutsui, “Comparative studies of inner and outer divertor discharges and a fueling study in QUEST”, Fusion Engineering and Design **109-111**, 1365 (2016).
- [8] 御手洗修, 「D-³He ST 炉におけるマーキング燃料供給のモデル計算」, 先進燃料核融合炉の定常運転に関する研究会, 口頭発表, 岐阜県岐阜市, 核融合科学研究所, 2017/12/9-2017/12/10.

- [9] Y. Todo *et al.*, “Simulation Study of Ballooning Modes in the Large Helical Device”,
Plasma Fusion Res. **5**, S2062 (2010).

4 章 移送合体過程における諸現象の解析

4.1 必要とする解析

前章において、ST プラズマへの小型トーラスプラズマの移送合体が MHD シミュレーション上で可能であることが確認された。本章では、このシミュレーション結果において合体がいかんして為されたか、ポロイダル方向の回転は何故起きているのか、発生している不安定性はどのような影響を与えているかなどの疑問点について検証を行う。

4.2. 移送中に働く力

4.2.1. プラズマ合体のメカニズムについて

前章において Fig. 3.21 として提示した副プラズマの移送速度の時間変化では、 $550\tau_A$ を過ぎた合体直前に急激に加速が始まり、最終的には 100 km/s 以上の速度で主プラズマに吸い込まれるように合体していた。この合体過程について、御手洗による概念設計で想定された双方のプラズマ電流間に働くローレンツ力による合体促進が起こっている可能性が考えられるため、その証明のための検証を行った。

4.2.2. ローレンツ力の体積平均

実際にローレンツ力が支配的に移送合体に寄与しているのかを検証するための方法は、各ポロイダル面におけるポロイダル磁束を計算し、その中で磁束が反転した領域についてのローレンツ力の体積平均を求め、その時間変化によって

評価した。この評価方法ではトロイダル磁場を考慮していないため厳密なセパ
ラトリクス面からの領域決定は出来ないが、概ね回転対称であるシミュレーシ
ョン結果から、目安としては十分であると考えられる。その結果が Fig. 4.1 であ
り、各プラズマに働く力とプラズマの O-point 間の距離を示している。まず全体
的に副プラズマに強い力が働いていることが確認できる。100 τ_A の外部コイル立
ち上げ完了までの間、副プラズマのローレンツ力の強さは第 1 のピークを迎え
ている。これは外部コイルの磁気圧によって押し出される力であり、移送の初期
加速の過程に当たる。コイルが立ち上がり切る前から徐々に力は低下している
のは、移送によってプッシュコイルから離れているためである。その後力は低下
するが、260 τ_A の衝突の直前から再び増加に転じる。これはコイルによるもの
とは別の力を受けている事を示しており、これが主プラズマのプラズマ電流と引
き合う力であると考えられる。実際の移送過程においては、Fig. 3.21 に示すよ
うにこの時間帯から完全な合体の直前までの間は低速、あるいはほぼ止まったよ
うな移送を行っており、このローレンツ力とは別の力によって移送が妨げられ
ている。600 τ_A の合体時には副プラズマのローレンツ力は第二にして最大のピー
クを迎え、合体完了とともにその力は急激に低下している。O-point 間の距離が
急激に縮まるとともにこの加速が起きており、距離の自乗に反比例する力の影
響が確認できる。またこの間、主プラズマに働く力も負の方向に振れており、2
つのプラズマが引き合っていることが確認できる。

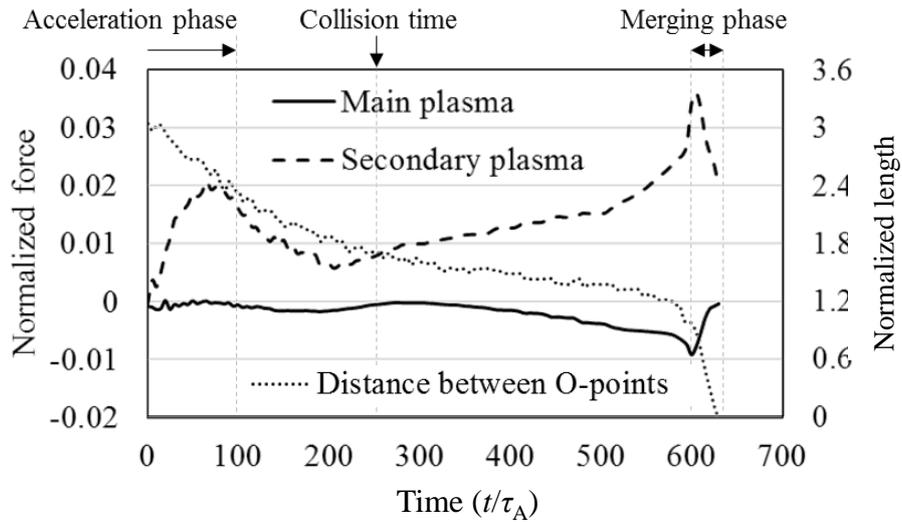


Fig 4.1 ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体の 3 次元 MHD シミュレーションにおける、主プラズマ・副プラズマそれぞれの領域内におけるローレンツ力の体積平均と、それに対応した O-point 間の距離の時間変化.

4.2.3. トロイダル電流

これらの力の変化の過程との対応を確認するために、同様の方法で各プラズマに流れるトロイダル電流も評価した。シミュレーション過程におけるトロイダル電流の分布は、Fig. 4.2 に示す時間推移となっている。外部コイルの立ち上げが完了した $100\tau_A$ 経過時においても副プラズマ内部には強いトロイダル電流が確認でき、主プラズマ内部には不安定性によって生じた圧力分布のムラに沿う形で強い電流が流れている。この状態は衝突時の $260\tau_A$ 経過時点でも変わらないが、この衝突によって生じた孤立した磁場領域内に Main, Secondary の 2 つのプラズマと逆方向の電流が生じていることがわかる。合体過程である $600\tau_A \sim 630\tau_A$ 経過時の分布では、この逆方向電流領域が外に押し出されながら主プラズマの電流が主プラズマ内に吸収されていることが確認でき、合体による電流の供給が起きていると考えられる。しかしこの衝突面において実験^[2,3]で確認さ

れた電流シートの発生は見られず、磁気リコネクションで見られるような強いフローも確認できなかった。

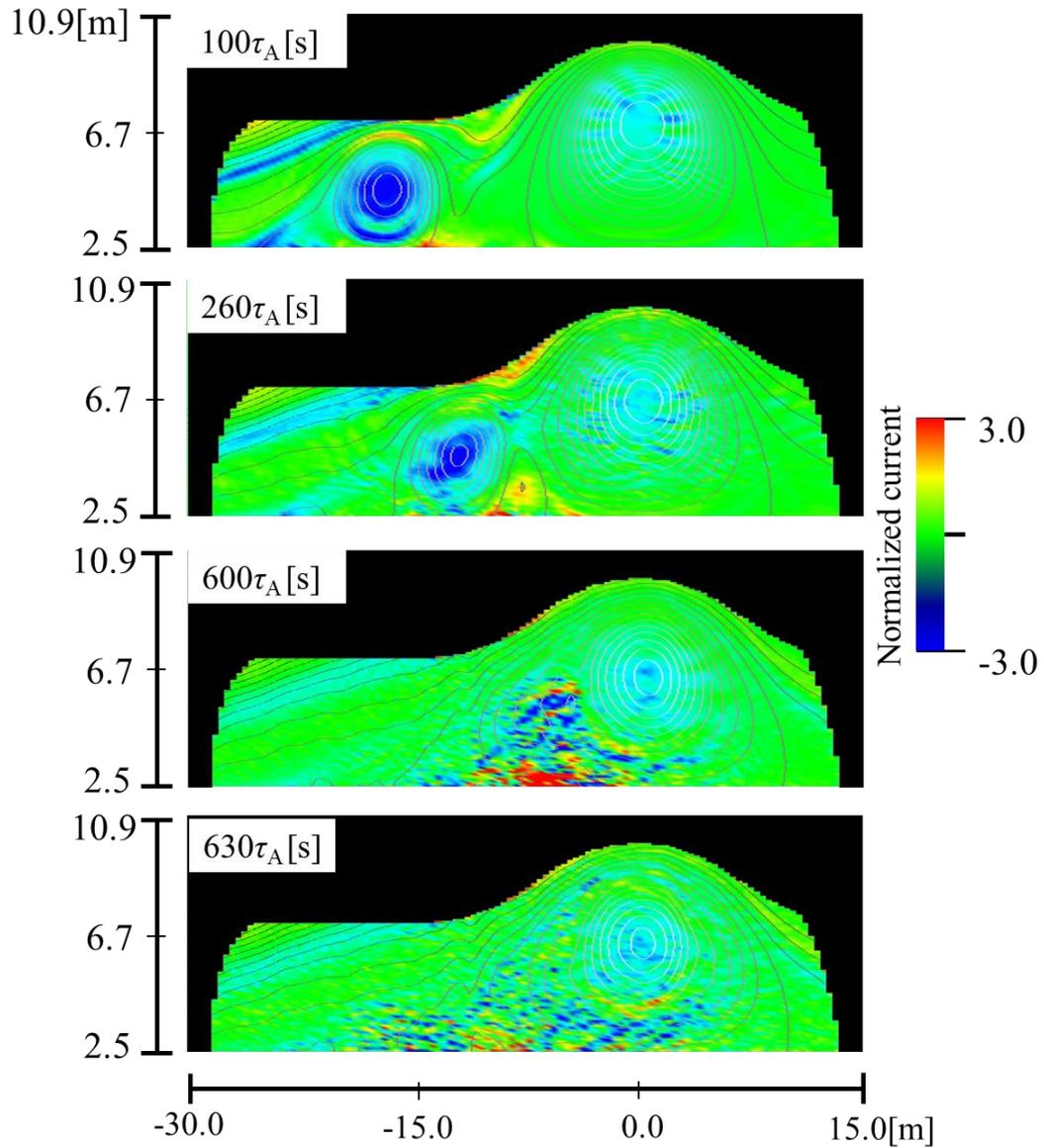


Fig. 4.2 ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体の 3 次元 MHD シミュレーションにおける、外部コイル立ち上げ完了($100\tau_A$)、プラズマの衝突($260\tau_A$)、プラズマの合体直前($600\tau_A$)、プラズマの合体直後($630\tau_A$)の各時点の $\theta=0$ ポロイダル面のトロイダル電流分布及びポロイダル磁束の等値線。

これについて詳細に確認するため、電流のプラズマ内部を流れる量の平均値の時間変化を計算したところ、Fig. 4.3 に示すグラフが得られた。移送過程において副プラズマの電流は徐々に弱くなっているが、衝突後安定していることがわかる。このことから、衝突後合体に至るまでの間、双方のプラズマには同じ方向の安定したトロイダル電流が流れていることが確認できる。これらのプラズマが接近することによって、強いローレンツ力が発生していると考えられる。また、合体によって主プラズマの電流は大きく増加しており、副プラズマに流れていた電流がそのまま主プラズマに供給されていることも確認できる。

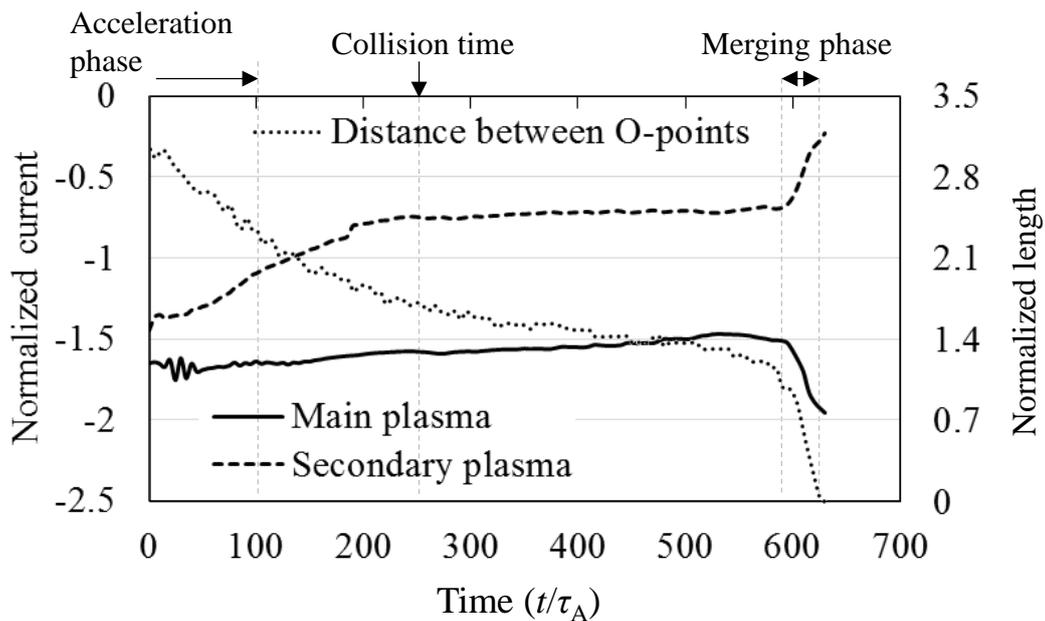


Fig 4.3 ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体の 3 次元 MHD シミュレーションにおける、主プラズマ・副プラズマそれぞれの領域内におけるトロイダル電流の θ 方向平均と、それに対応した O-point 間の距離の時間変化。

4.2.4. 移送中に働く力についての結論

以上の結果より，移送合体過程における合体直前の副プラズマの急激な加速は，主プラズマ，副プラズマ双方を流れる電流同士が引き合うローレンツ力によって起きていると考えられる．またこの間，2つのプラズマの間に生じた閉じた磁場領域において逆方向の強い電流が励起されており，前章の Fig. 3.21 で示した速度変化の衝突から合体前までの間の減速は，これによる反発が原因で起きている可能性が考えられる．

4.3. ポロイダル流速の検証

4.3.1. 移送中のポロイダル方向流速

移送シミュレーションにおいて，主プラズマ，副プラズマ双方でその内部にポロイダル方向の流速が確認された．

Figure 4.4 に示すのは， $\theta=0$ のポロイダル面における流速のベクトル分布である．外部コイル変化が終了した $100\tau_A$ の段階で，既に副プラズマ内にポロイダル方向の強い流速が発生していることが確認できる．回転の向きは磁力線に対して逆方向となっている．主プラズマ内でも副プラズマ程の強さではないが回転が確認でき，こちらは反対に磁力線と同じ向きの流れが生じている．この回転はどちらのプラズマについても，衝突時の $260\tau_A$ の段階においても継続しており，副プラズマの移送過程において大きな減衰は見られない．合体終了後の $630\tau_A$ の段階では，合体した主プラズマ内にも変わらず磁力線方向の流速が確認でき，逆向き回転を持つ副プラズマの衝突の影響はあまり見られない．

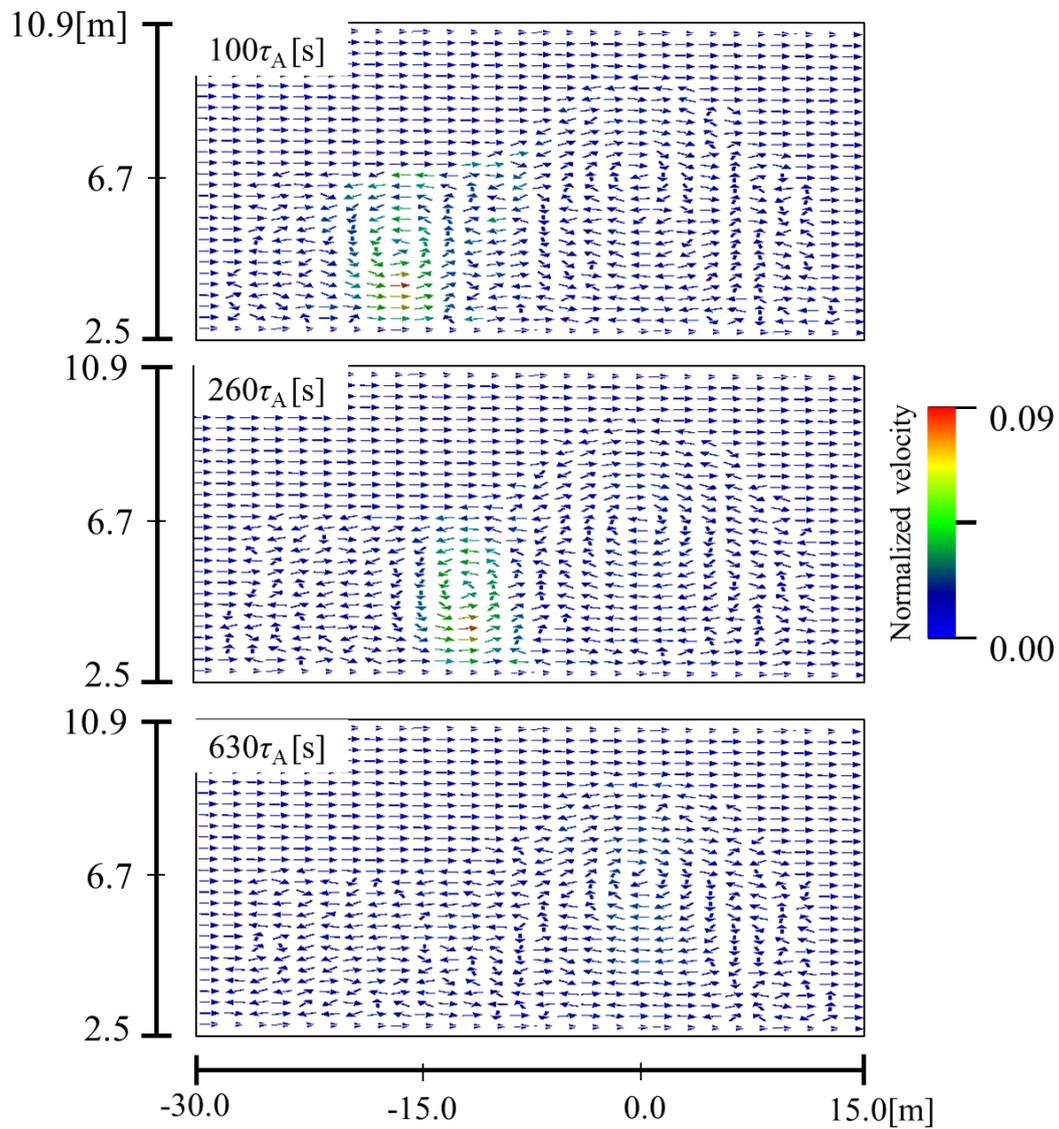


Fig. 4.4 ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体の 3 次元 MHD シミュレーションにおける、外部コイルの立ち上げ完了($100\tau_A$)、プラズマの衝突($260\tau_A$)、プラズマの合体直後($630\tau_A$)の各時点の $\theta=0$ ポロイダル面の流速の r, z 成分に限定したベクトル分布.

4.3.2. 成分分解による検証

以上のポロイダル流速の発生メカニズムを検証するため、運動方程式を成分毎に分離し、それぞれを独立して積分することで回転を起こしている原因を探った。(2.2)式に示した運動方程式は、3つの微分方程式に分解することが出来る。一つは圧力勾配とローレンツ力のバランス項の成分についての方程式

$$\frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}(\nabla p - \mathbf{j} \times \mathbf{B}) \quad (4.1)$$

であり、MHD平衡からの力のバランスのズレを表している。もう一つは移流項の成分の成分についての方程式

$$\frac{\partial \mathbf{u}_2}{\partial t} = -\left\{ \frac{1}{2} \nabla |\mathbf{u}|^2 + (\nabla \times \mathbf{u}) \times \mathbf{u} \right\} \quad (4.2)$$

であり、流速の移動を表す。最後の一つは粘性項の成分の成分についての方程式

$$\frac{\partial \mathbf{u}_3}{\partial t} = \frac{\nu}{\rho} \left\{ \frac{4}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \nabla \rho - \nabla \times (\rho \nabla \times \mathbf{u}) \right\} \quad (4.3)$$

であり、プラズマの粘性の力を表す。これらの方程式をそれぞれ時間積分すれば、流速の時間発展においてどの成分が最も支配的であるかを検証することが出来る。各成分の時間積分は、MIPSでのルンゲクッタによる積分計算と同時に行った。なお平滑化に関しては、計算を行い各成分の合計を確認した結果、流速の出力結果と明らかな乖離が発生したため、各成分の計算に対しては適用していない。

4.3.3. 副プラズマでの流速成分の検証

移送中に強いポロイダル流速が確認された副プラズマについて、軸方向についての各流速成分の $50\tau_A$ 毎の O-point を通る $\theta=0$ ポロイダル面の径方向分布を

Fig. 4.5 のグラフとして示す．なお平滑化を行っていない関係上離散化に起因する数値ノイズが大きかったため，点線で示す元データを 6 次多項式近似した結果を実線として表示している．以降の§4.3.3 中のグラフも同様である．それぞれの結果については，バランス項の成分 \mathbf{u}_1 においては，O-point 付近をピークとした移送とは逆向きの負の方向の流速が時間経過とともに成長していることが確認できる．この項はローレンツ力と圧力勾配により生じる力による流速を表しているため，副プラズマ内部ではプラズマを押し戻す力によってマイナスの方向に流速が流れようとしていることがわかる．一方移流項による成分である \mathbf{u}_2 においては， \mathbf{u}_1 と反対の正の方向の流速が時間とともに成長している．これらに対し，粘性項による成分 \mathbf{u}_3 は全体的に非常に小さく，粘性が回転に与えている影響は少ないと考えられる．このことから，副プラズマ内部の流速は本来移送とは関係なく \mathbf{u}_1 と \mathbf{u}_2 によってほぼバランスした状態にあり，これらピークにずれが生じることによって回転が起きていると考えられる．

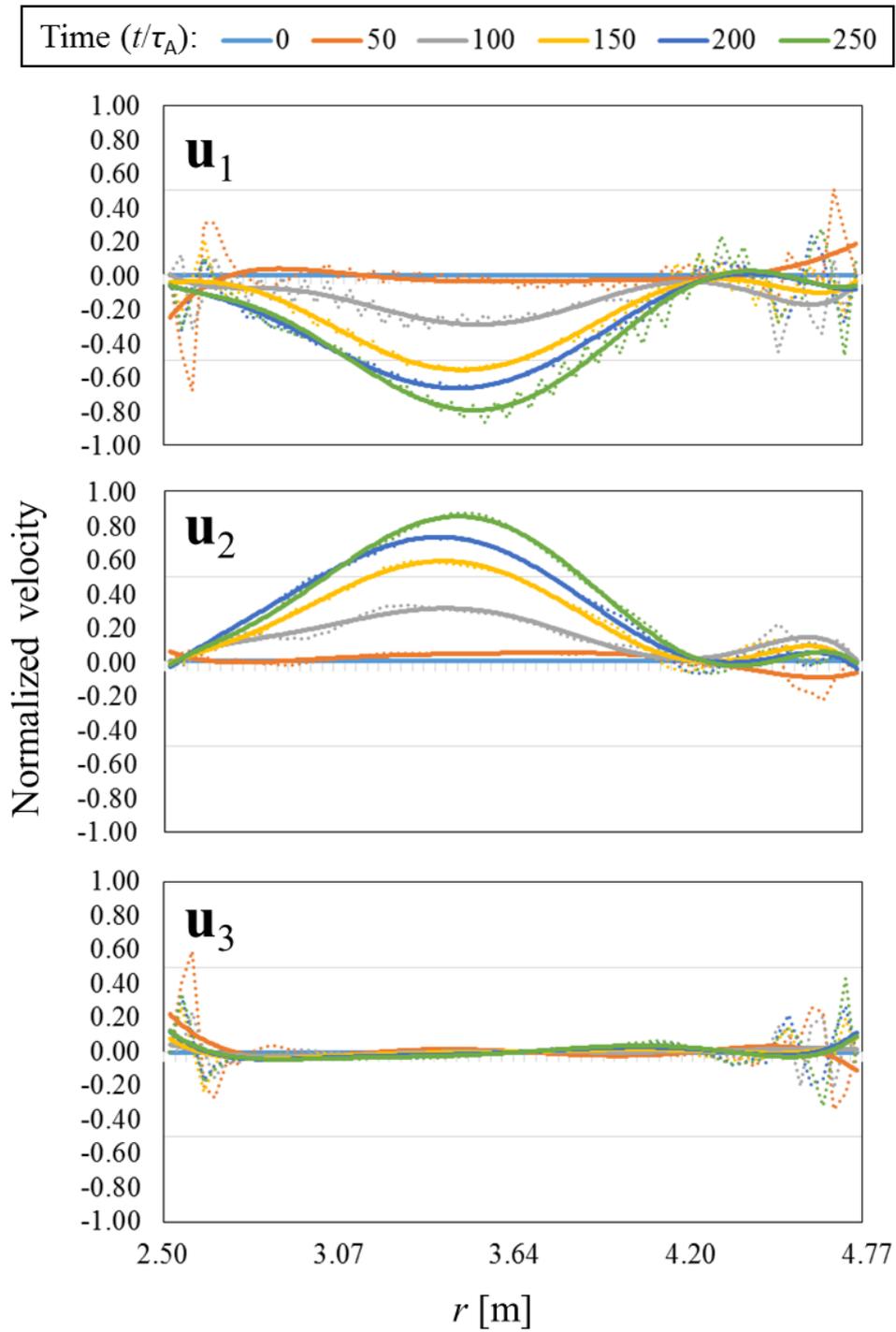


Fig. 4.5 ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体の 3 次元 MHD シミュレーションにおける、副プラズマの $\theta=0$ ポロイダル面上の O-point を通る r 方向に並行な直線上の、流速の $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ 各成分の $0\tau_A \sim 250\tau_A$ までの $50\tau_A$ 毎の軸方向成分の分布。

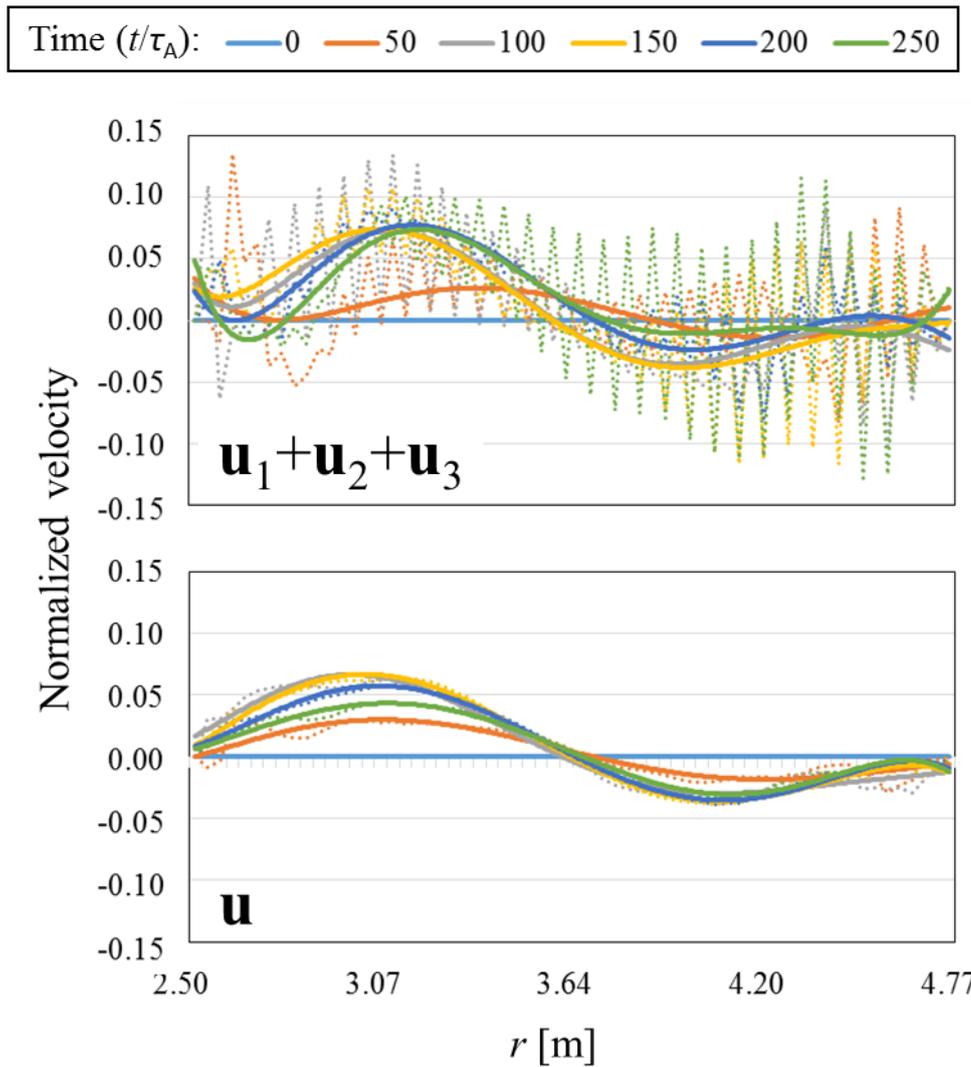


Fig. 4.6 ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体の 3 次元 MHD シミュレーションにおける、副プラズマの $\theta=0$ ポロイダル面上の O-point を通る r 方向に並行な直線上の、流速の各成分の和である $\mathbf{u}_1+\mathbf{u}_2+\mathbf{u}_3$ と \mathbf{u} 自体の $0\tau_A \sim 250\tau_A$ までの $50\tau_A$ 毎の軸方向成分の分布.

また、Fig. 4.6 を用いてこれらの各成分の合計と同地点での MHD シミュレーション自体の流速の分布を比較すると、内側が正の方向、外側が負の方向という傾向は概ね一致する。変節点の内側へのシフトや、振幅の大きさの違いなど

が確認できるが、これは平滑化の有無による影響であると考えられる。Figure 4.5 の \mathbf{u}_1 , \mathbf{u}_2 と合計を比較すると、それぞれのピークがほぼ打ち消し合い、その僅かなズレがそれぞれの成分の振幅と比べて遥かに小さな回転流速を生み出していることがわかる。

4.3.4. 主プラズマでの流速成分の検証

一方主プラズマについての同様のグラフを示した Fig. 3.7 を見ると、バランス項の成分 \mathbf{u}_1 において主プラズマにおける回転と同様の内側が負、外側が正の流速が出ていることがわかる。これに対して移流項による成分である \mathbf{u}_2 は、その反対の向きの流れとなっているが、 \mathbf{u}_1 と比べて小さい。また、こちらの場合も粘性項による成分 \mathbf{u}_3 は小さい。以上より、主プラズマにおけるポロイダル流速はローレンツ力と圧力勾配の力のバランスの崩れによって生じており、副プラズマとは異なる原理によるものであることがわかる。2つのプラズマの回転方向が異なるのはこのためであり、副プラズマが移送状態であるためにこのような差異が生じたと考えられる。

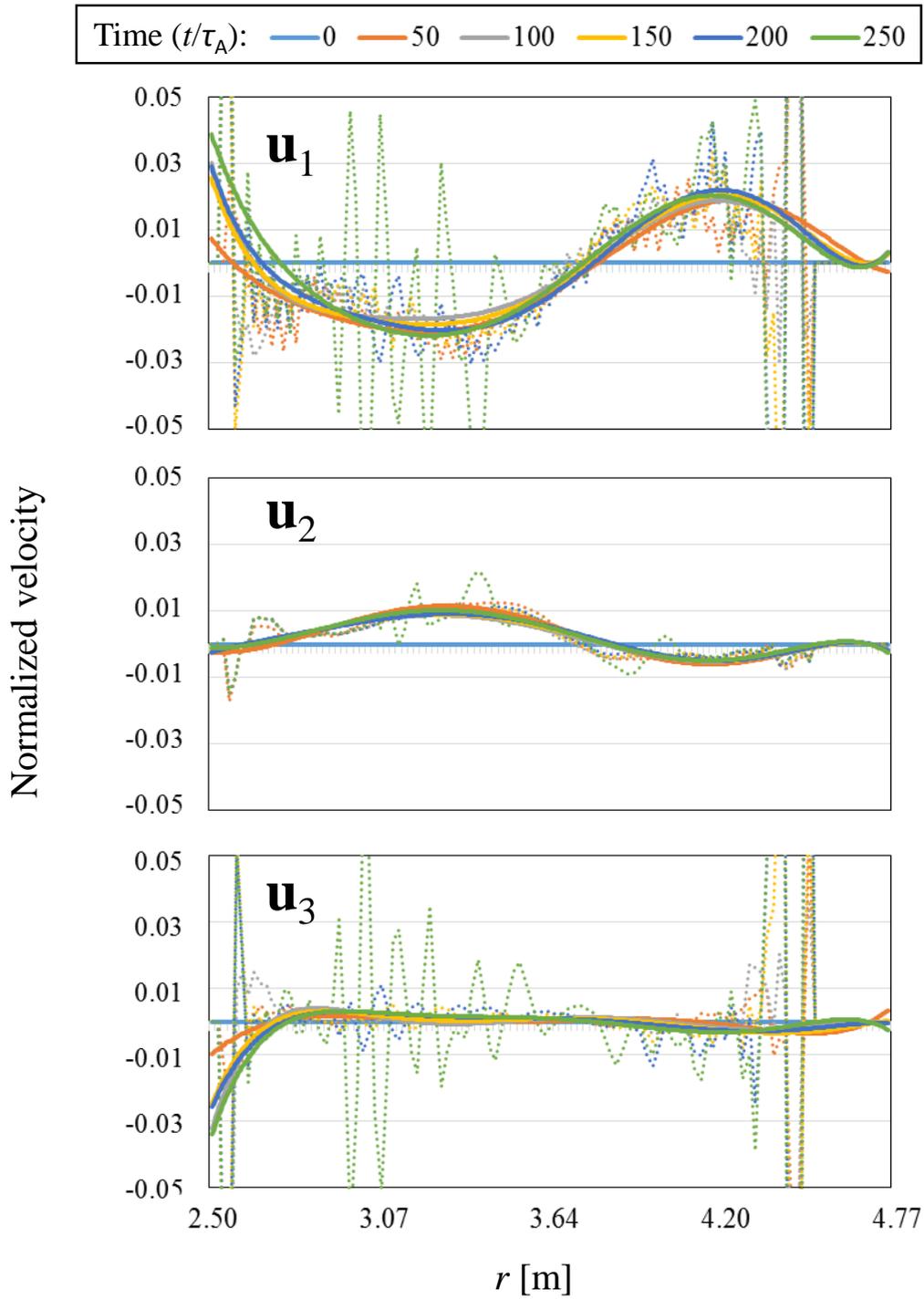


Fig. 4.7 ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体の 3 次元 MHD シミュレーションにおける、主プラズマの $\theta=0$ ポロイダル面上の O-point を通る r 方向に並行な直線上の、流速の $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ 各成分の $0\tau_A \sim 250\tau_A$ までの $50\tau_A$ 毎の軸方向成分の分布.

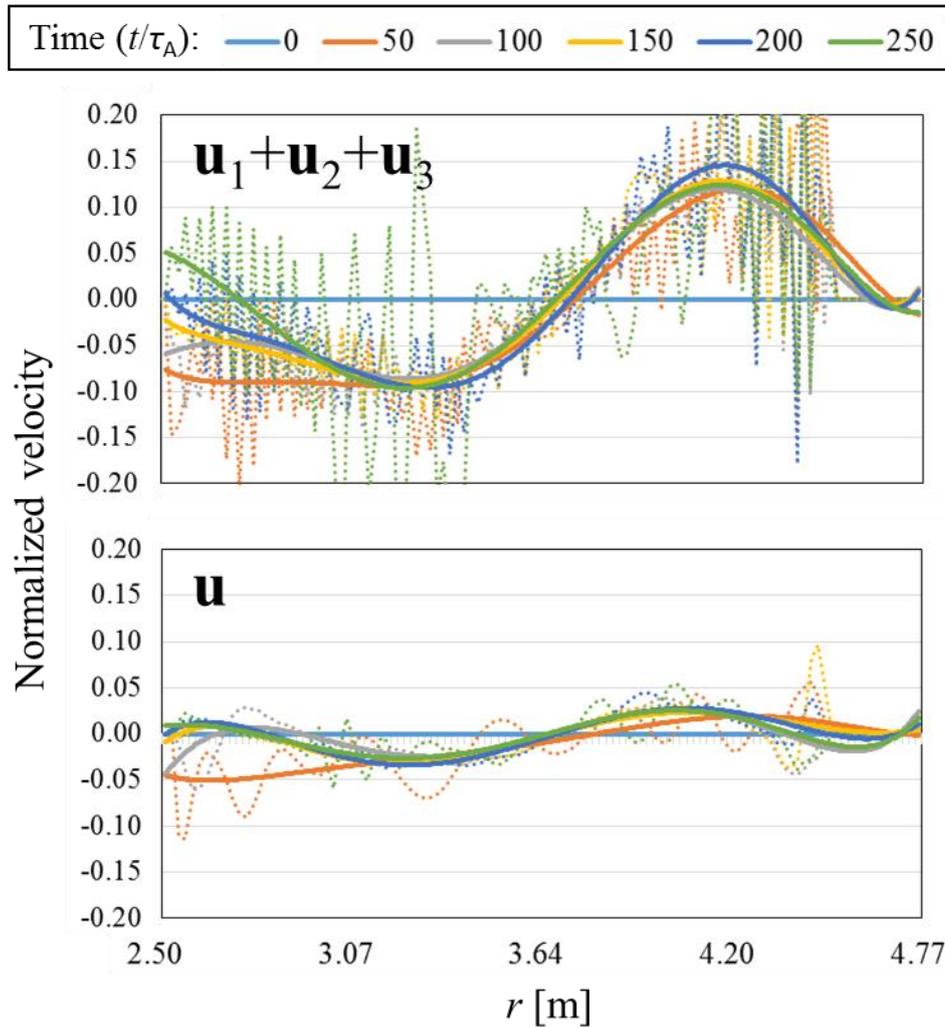


Fig. 4.8 ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体の 3 次元 MHD シミュレーションにおける、主プラズマの $\theta=0$ ポロイダル面上の O-point を通る r 方向に並行な直線上の、流速の各成分の和である $u_1+u_2+u_3$ と u 自体の $0\tau_A \sim 250\tau_A$ までの $50\tau_A$ 毎の軸方向成分の分布.

また、副プラズマと同様に各成分の合計を MHD シミュレーション自体の流速の分布を比較すると、Fig. 4.8 に示す結果となった。流速の方向についての傾向は一致しているが、各成分の合計の方が非常に大きな値となっており、実際の流速と大きく乖離している。これは合計のグラフで大きな数値ノイズが発生

しており、これに対する近似を行うことで近似グラフが実際の総流量よりも大きな値になってしまっているためだと考えられる。また、このノイズの平滑化によって境界付近の数値が削れていると考えられるため、それによる流量の損失も考えられる。よってこの合計のグラフはあくまで目安となるが、バランス項による影響が支配的であるという結論には影響しない。

4.4. 磁気面構造の解析

4.4.1. 磁気面構造解析の必要性

ここまでのそれぞれのプラズマの領域の判別は、各ポロイダル面のポロイダル磁束の値によって行ってきた。しかし、不安定性の発生や粒子軌道計算で確認された粒子輸送の様子から、磁気面構造がストキャスティックになっている可能性があり、磁場ベクトルに基づいた正確な磁気面構造を確認する必要がある。また、磁気面構造を確認することで磁気リコネクションが実際に発生し、2つのプラズマの磁気面が結合しているかを確認する必要もある。

4.4.2. ポアンカレマッピング

検証にはポアンカレマッピング法を用いた。この方法では、まず各磁束密度ベクトルを単位ベクトル化し、

$$\frac{d\mathbf{r}}{ds} = \frac{\mathbf{B}}{|\mathbf{B}|} \quad (4.4)$$

を線積分することで磁力線追跡を行う。Fig. 4.9の模式図のように任意の点から磁力線の追跡を行い、 $\theta=0$ のポロイダル面を通過した際その座標をプロット

していくと，この面を貫く一つの磁気面の断面図が形成される．これによって磁気面の大まかな構造を確認することが出来る．

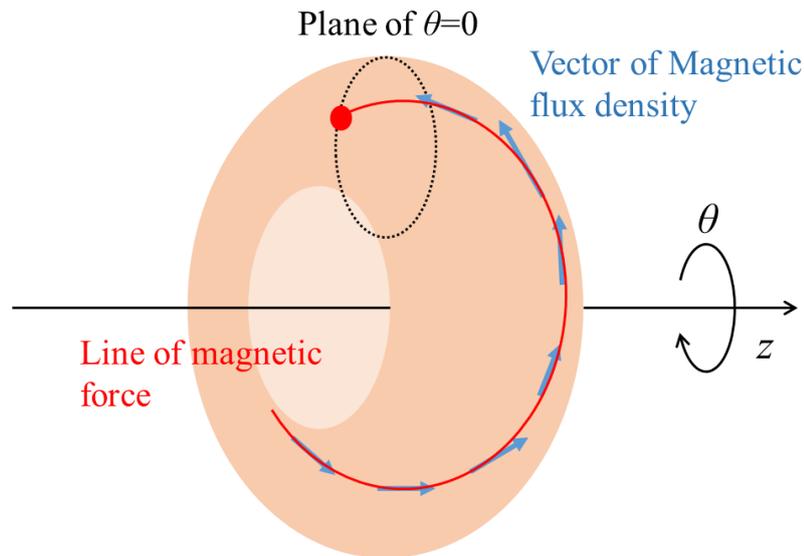


Fig. 4.9 ポアンカレマッピングの概念図.

4.4.3. 磁気面構造の確認

シミュレーション過程における，各タイムステップでのポアンカレマッピングの結果を示したのが Fig. 4.10 である．初期状態である $0\tau_A$ では，磁気面形状がポロイダル磁束とほぼ一致していることが確認できる．これは磁気面の追跡がほぼ正確に行えていることを示している．外部コイルが立ち上がりきった $100\tau_A$ の分布においては，磁気面形状の乱れが確認できる．衝突直後の $285\tau_A$ の分布では，主プラズマ内部から追跡した磁力線が副プラズマ領域内まで繋がっていることが確認でき，磁気リコネクションが起きていることが改めて立証された．合体後の $640\tau_A$ における磁気面形状も大きく乱れているが，中心付近の磁気面が再びま

とまりつつあり，合体後の磁気面の再構成が始まりつつあることが確認できる．

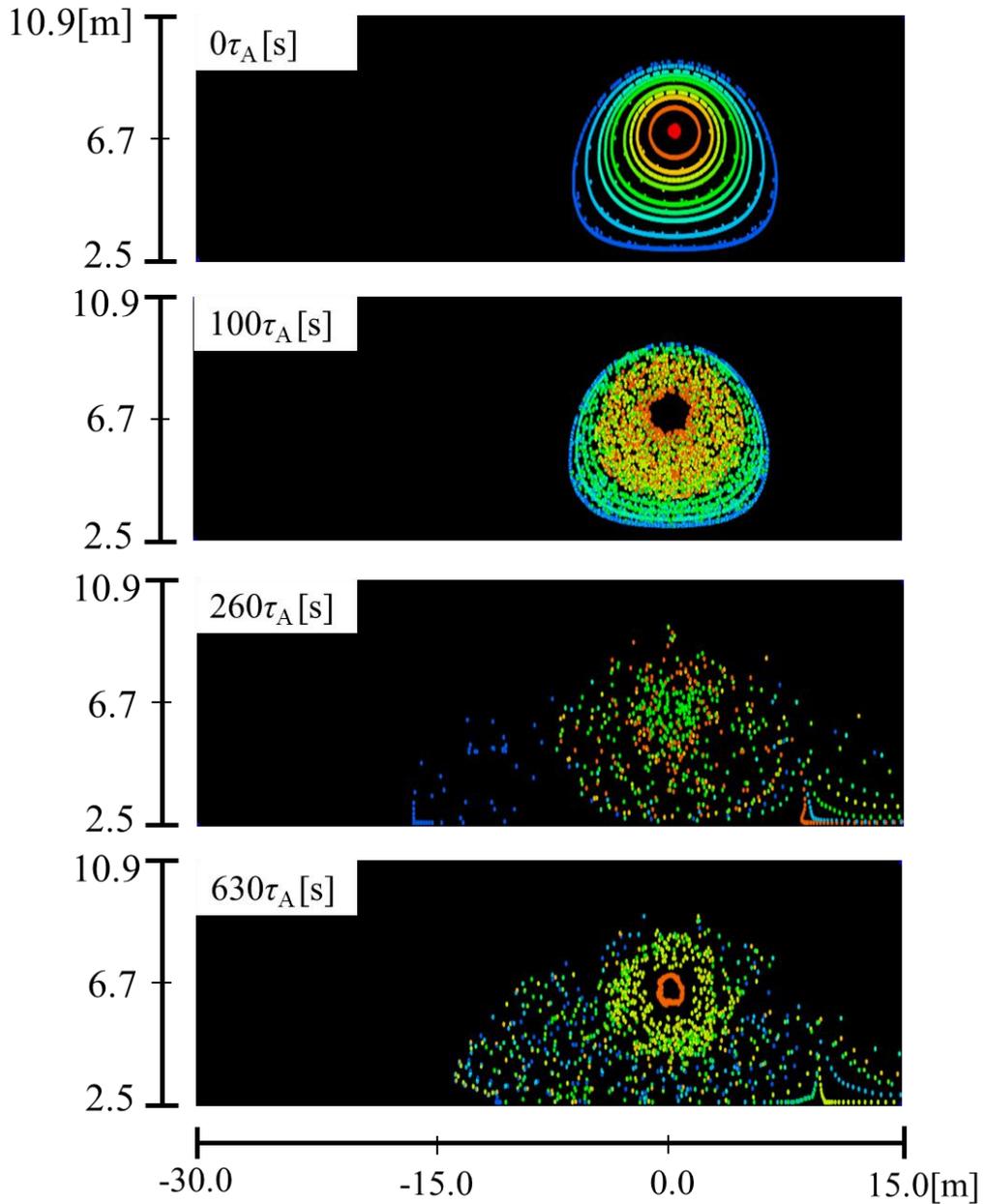


Fig. 4.10 ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体の 3 次元 MHD シミュレーションにおける，初期分布($0\tau_A$)，外部コイル立ち上げ完了($100\tau_A$)，プラズマの衝突($260\tau_A$)，プラズマの合体直後($630\tau_A$)でのポアンカレマッピングによるプロット点の分布．色が赤に近いほど開始点がプラズマ中心に近い．

4.4.4. 磁気面構造と安定性

以上の結果から、シミュレーションの過程において早い段階から主プラズマの磁気面形状がストキャスティックな状態になっていることが確認された。一方でシミュレーションの最後の段階まで主プラズマ内部と外部の磁気面は明確に別れており、衝突の過程においては副プラズマ内の磁気面と結合していることも確認できた^[4]。

高圧プラズマ同士の合体シミュレーションでは、§3.1.3 で示した FRC での移送合体のように、プラズマの圧力が妨げになって合体が起こりにくくなる可能性がある。このことから、本シミュレーションでは磁気面構造がストキャスティックになり内部のプラズマ圧力が下がったことで合体が起きやすくなっているのではないかという予想が立てられる。磁気面構造の 3 次元的不安定性は、シミュレーションを 2 次元に落として計算することで解消されるため、同条件での 2 次元 MHD シミュレーションを行い比較することで、不安定性が合体に寄与しているか否かを検証することが出来る。

4.5. 2 次元 MHD シミュレーションとの比較

4.5.1. 不安定性と 3 次元シミュレーション

不安定性の合体に対する影響の検証を行うため、ST プラズマへの移送合体シミュレーションについての 3 次元 MHD シミュレーションの結果を、2 次元 MHD によるシミュレーション結果と比較した。

4.5.2. 2 次元 MHD 方程式

2 次元の MHD シミュレーションは、3 次元 MHD コードを基に作成し、 θ 方

向の偏微分成分をゼロにすることで作成する．このため，(3.8)～(3.15)式に対して

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = 0 \quad (4.5)$$

を代入した連立微分方程式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) - u_r \frac{\partial \rho}{\partial r} - u_z \frac{\partial \rho}{\partial z} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_r}{\partial t} = & - \left(\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r} (u_r^2 + u_\theta^2 + u_z^2) + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u_\theta^2}{r} \right) \\ & - \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{1}{\mu_0} \left(\left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right) B_z - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rB_\theta) B_\theta \right) \right\} \\ & + \frac{\nu}{\rho} \left\{ \frac{4}{3} \frac{\partial p}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{\partial u_r}{\partial z} - \rho \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \right\} \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_\theta}{\partial t} = & - \left(u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{u_\theta u_r}{r} \right) \\ & - \frac{1}{\rho} \left\{ - \frac{1}{\mu_0} \left(\left(- \frac{\partial B_\theta}{\partial r} - \frac{B_\theta}{r} \right) B_r + - \frac{\partial B_\theta}{\partial z} B_z \right) \right\} \\ & + \frac{\nu}{\rho} \left\{ - \frac{\partial}{\partial z} \left(- \rho \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\rho \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_\theta) \right) \right\} \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_z}{\partial t} = & - \left(\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} (u_r^2 + u_\theta^2 + u_z^2) + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \\ & - \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{1}{\mu_0} \left(- \frac{\partial B_\theta}{\partial z} B_\theta - \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right) B_r \right) \right\} \\ & + \frac{\nu}{\rho} \left\{ \frac{4}{3} \frac{\partial p}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\rho \frac{\partial u_r}{\partial z} - r\rho \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \right\} \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p}{\partial t} = & -\left(\frac{\partial}{\partial r}(pu_r) + \frac{\partial}{\partial z}(pu_z)\right) - (\gamma - 1)p\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ru_r) + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) \\
& + \frac{(\gamma - 1)\nu\rho}{\mu_0^2}\left\{\left(\frac{\partial B_\theta}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r}\right)^2\right. \\
& \left. + \left(\frac{\partial B_\theta}{\partial r} + \frac{B_\theta}{r}\right)^2\right\} + \frac{4(\gamma - 1)\nu\rho}{3}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ru_r) + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right)
\end{aligned} \tag{4.10}$$

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z}(u_z B_r - u_r B_z) + \eta \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r}\right) \tag{4.11}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial B_\theta}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial z}(u_\theta B_z - u_z B_\theta) - \frac{\partial}{\partial r}(u_r B_\theta - u_\theta B_r) \\
& - \eta \frac{\partial}{\partial z}\left(-\frac{\partial B_\theta}{\partial z}\right) + \eta \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial B_\theta}{\partial r} + \frac{B_\theta}{r}\right)
\end{aligned} \tag{4.12}$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\{r(u_z B_r - u_r B_z)\} - \frac{\eta}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left\{r\left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_r}{\partial z}\right)\right\} \tag{4.13}$$

を用いることで2次元抵抗性 MHD の時間発展計算を解くことが出来る。

4.5.3. シミュレーション結果

2次元抵抗性 MHD を用いた ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体シミュレーションの結果を Fig. 4.11 に示す. なお2次元シミュレーション結果であるこの図において, ポロイダル磁束の等高線は磁力線と同義であるためそのまま磁気面を表している.

100 τ_A までの副プラズマの初期加速段階の分布については, Fig. 3.20 で示した3次元のものと大きな差異はない. しかし, その後主プラズマも副プラズマも不安定性の兆候を見せず, O-point 付近に圧力のピークが存在する構造を維持したまま移送が進んだ. 3次元のものよりも少し遅れた 300 τ_A 経過時, 2つのプラズ

マの磁気面は衝突した。この衝突時にも圧力のピークの構造はほぼ原型を保っており、不安定性は見られない。合体直前である $420\tau_A$ 経過時の図においては副プラズマの圧力のピークの減衰が見られるが、3次元の場合のように完全にピークが消失する現象は見られない。合体直後の $450\tau_A$ 経過時の図においても、合体による外縁部のプラズマの乱れは存在するが、主プラズマの中心部の状態は概ね安定しているといえる。また、この衝突から合体までに至る時間について、3次元シミュレーションが $330\tau_A$ かかったのに対して、2次元シミュレーションでは $150\tau_A$ と半減している。

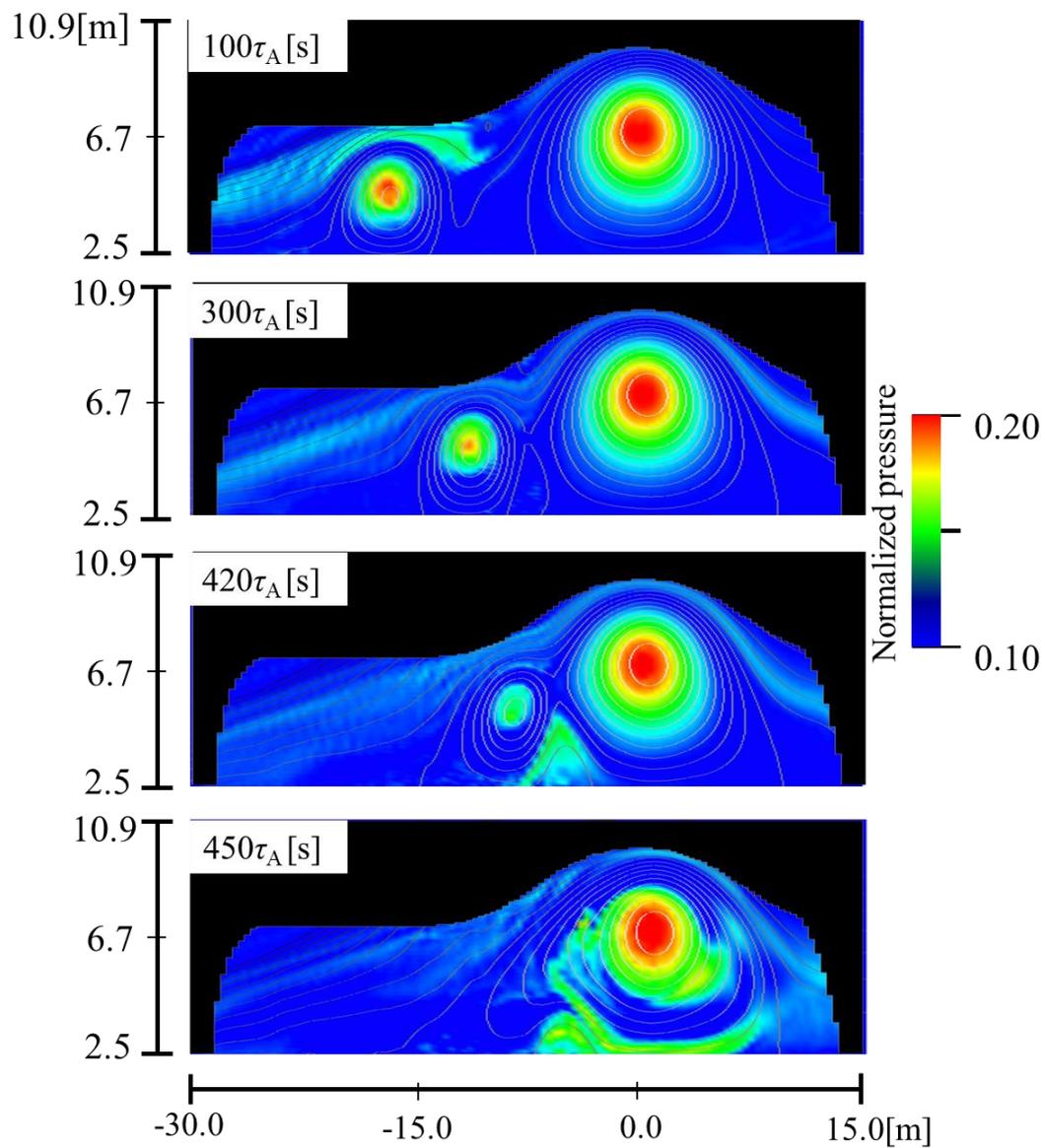


Fig. 4.11 ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体の2次元 MHD シミュレーションにおける、外部コイル立ち上げ完了($100\tau_A$)、プラズマの衝突($300\tau_A$)、プラズマの合体直前($420\tau_A$)、プラズマの合体直後($450\tau_A$)の各時点の、圧力及びポロイダル磁束の等値線分布.

4.5.4. 結果からの安定性の評価

以上の結果は、磁気面構造がストキャスティックになったことで合体が促進されたという予想に反するものであった。このことから、本シミュレーションにおけるプラズマの移送合体過程において、プラズマの不安定性は支配的な要素ではないと考えられる。しかし高圧領域が拡散しているという点では、核融合を目的とする本研究において不安定性は依然問題であることに代わりはない。よって、この不安定性の特性についての検証が必要である。

4.6. 不安定性成長率

4.6.1. 不安定性の評価方法

シミュレーション過程で主プラズマの内部で発生している不安定性は、その不安定性の形状から抵抗性バルーニングではないかと予測される。この場合、抵抗率に対する不安定性成長の依存性が存在するため、抵抗率を変えたシミュレーションを行いそれに対する不安定性の依存を検証することで抵抗性バルーニングか否かを判断できる。このとき、不安定性の成長は磁場の初期分布からの変化の各プラズマにおける体積積分によって磁場のエネルギー増加量

$$E_g = \frac{1}{2\mu_0 V} \int |\mathbf{B} - \mathbf{B}_0|^2 dV \quad (4.14)$$

を計算することで求められる。

4.6.2. 不安定性の成長率

不安定性の線形成長率の抵抗率依存性を確認するため、外部磁場を変化させず非移送としたシミュレーションを行った。これらのシミュレーション結果について、主プラズマ内部の磁場の持つエネルギーの体積積分の増加分の時間変化を片対数グラフにプロットした結果が Fig. 4.12 である。 $\eta=10^{-5.4}$ まではほぼ同じ推移の不安定性の成長が確認できるが、 $\eta=10^{-3.4}$ までの間に急激に成長速度が早まっていることがわかる。この急激な成長によって、 $\eta=10^{-5.1}$ 以上のシミュレーションでは各成分の時間変化量の大幅な増加が発生し、時間変化量 dt が極端に小さくなり、計算可能な時間が短くなっている。このことから抵抗率が大きくなればなるほど不安定性の成長が促進されていることがわかり、この不安定性が抵抗率に依存している事が確認できた。

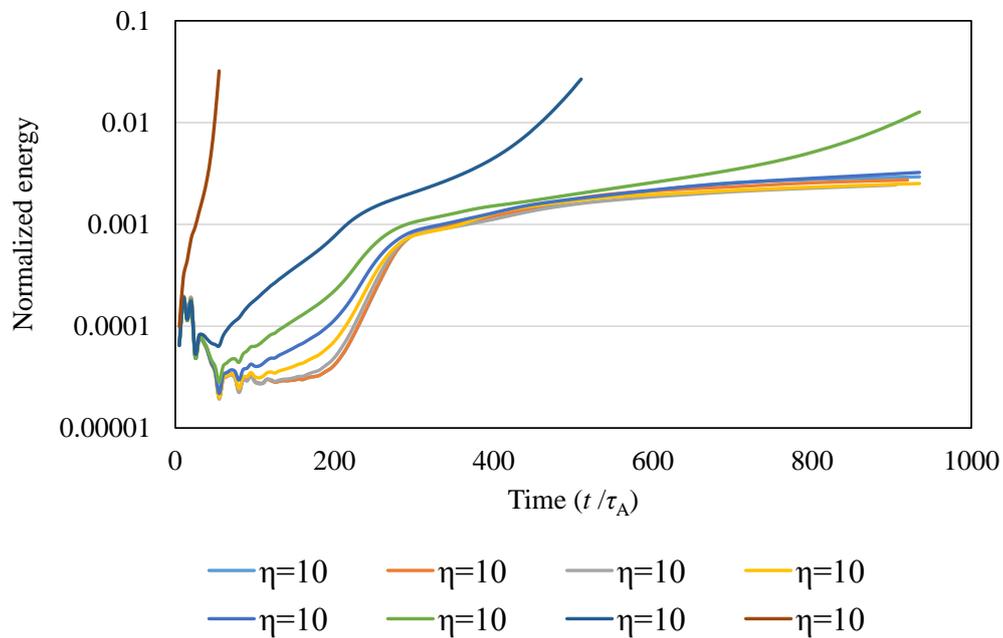


Fig. 4.12 抵抗率 η を変えた ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体の 3 次元 MHD シミュレーションにおける、磁場のエネルギー増加量 E_g の規格化値の時間変化の片対数グラフ。

4.6.3. 成長率の抵抗依存性

Figure 4.13 に示した磁場のエネルギーの増加分の時間変化のグラフでは、ある一定の区間において急激な成長が起きていることが確認できる。この成長は対数グラフ上では概ね線形的な変化であり、これをプラズマの不安定性の線形成長率という。急激な成長は概ね $200\sim 300\tau_A$ の間に起きており、数値の比較が不可能な $\eta=10^{-3.4}$ の場合を除いた各シミュレーションのこの区間での対数グラフの傾きを線形近似によって求めた。この成長率の抵抗率 η に対する依存性をプロットしたのが Fig. 4.13 である。このグラフから、抵抗率の上昇とともに不安定性の急激な上昇が抑えられていることが確認できる。

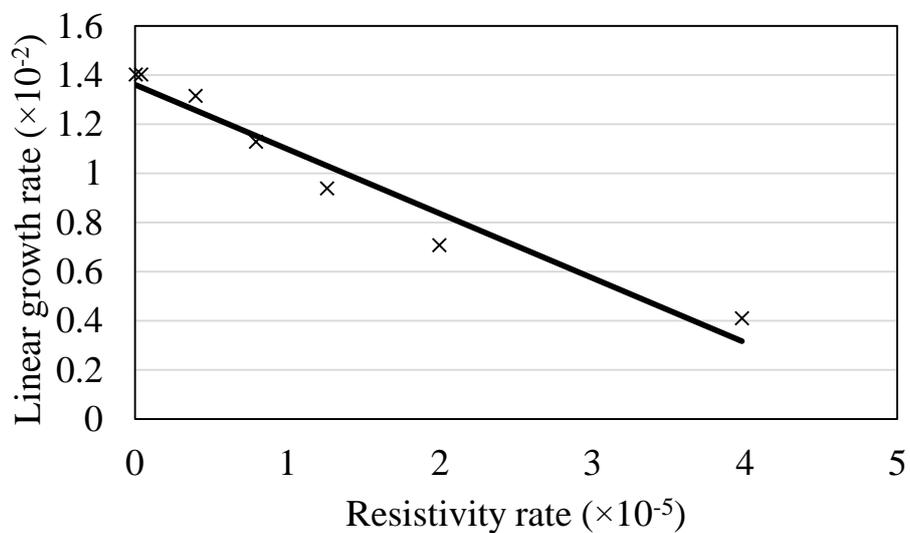


Fig. 4.13 抵抗率 η を変えた ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体の 3 次元 MHD シミュレーションにおける、 η に対する線形成長率の関係のグラフ。

4.7. 合体過程における解析結果のまとめ

ST プラズマに対する小型トーラスプラズマの移送合体シミュレーションに対する解析により，以下の点が判明した．

1. 合体時の加速においてはプラズマ電流によるローレンツ力が大きく寄与している．
2. プラズマ内のポロイダル方向の回転は，力がバランスしたプラズマ内に外乱が加わり，回転流速を誘発したことで起きたと考えられる．
3. 主プラズマの磁気面構造は不安定性によって崩壊しているが，副プラズマの磁力線とのリコネクションは確認された．
4. 3次元的な不安定性の発生しない2次元 MHD シミュレーションにおいても合体は確認できるため，不安定性によって合体が起きやすくなった訳ではない．
5. プラズマの不安定性は，抵抗率に依存した抵抗性バルーニングである．

以上の結果より，このシミュレーションにおいては抵抗に依存した不安定性が発生し，それによる磁気面構造の崩壊などが起きてしまっているが，リコネクションやローレンツ力による合体の促進といった燃料供給システムの想定と同様の現象は確認できていると言える．このことから，このシミュレーションを用いた燃料供給効果の評価を行う意義は十分存在すると言える．

参考文献 4

- [1] S. Koike, T. Takahashi, N. Mizuguchi and O. Mitarai, “MHD simulation of merging fueling method used for ST plasma”, Plasma and Fusion Research (掲載決定済み).
- [2] T. Ushiki et al., “Generation of Energetic Electrons during Spherical Tokamak Merging in UTST”, phys. plasmas **23**, 082511 (2016).
- [3] G.J. McArdle, G. Cunningham, J. Qin, D.L. Trotman, J. Waterhouse, ”Progress and plans for MAST plasma control”, Fusion Engineering and Design **56–57**, 749 (2001).

5 章 燃料供給の実現可能性の評価

5.1. 燃料供給効果の検証

前章にて、ST プラズマに対する小型トラスプラズマの移送合体シミュレーションが燃料供給効果の検証を行うに足る条件を満たしていることを示した。これを受け、本章においてはシミュレーション結果の解析や新たな計算手法を用いて、燃料供給効果が実際に存在するかを検証した^[1]。

5.2. 3次元 MHD シミュレーションにおける供給率

5.2.1. シミュレーション結果の評価方法

粒子供給効果の評価及び移送合体プロセスのメカニズム解明のため、Main, Secondary 両プラズマの領域内のパラメータの体積平均の時間変化を求めた。この際の各プラズマの領域の確定には、§4.2 でローレンツ力・電流に用いたものと同じ方法を使用している。

5.2.2. エネルギー供給率の結果

Figure 5.1 に示すグラフは、2つのプラズマのエネルギーの体積積分の時間変化である。主プラズマが最初に大きく変動しているのは、外部磁場が急激に変化したことによって、プラズマの体積が変化したためだと考えられる。これは、大きな変動が $100\tau_A$ までに終息していることから確認できる。この変動以降の2つのプラズマの合計のエネルギー量は微減するだけで余り変化がないが、衝突時刻である $260\tau_A$ を過ぎると主プラズマが減少し、副プラズマが増加する。これ

はどちらのプラズマかを判定するアルゴリズムによって副プラズマの領域のほ
うが広く判定されているためであり、合計で見れば衝突過程で輸送されるエネ
ルギーは余り多くないことがわかる。この結果は Fig. 3.21 の圧力分布と一見矛
盾しているように思えるが、この分布は円筒座標系の 2 次元分布であるため、 r
座標値の大きさによってその場所の値が示すエネルギー総量が大きく異なっ
ている。このため、内側に存在していたプラズマが外側に拡散した場合見かけ上
プラズマが少なく見えるようになっており、図の衝突合体過程においてはそれが
起こっていると考えられる。600 τ_A 以降の合体過程においては、副プラズマが主
プラズマに吸収されることで主プラズマの体積が急激に増大し、内包するエネ
ルギーも大きく増加していることがわかる。またこの際 2 つのプラズマの総エ
ネルギーも微増している。

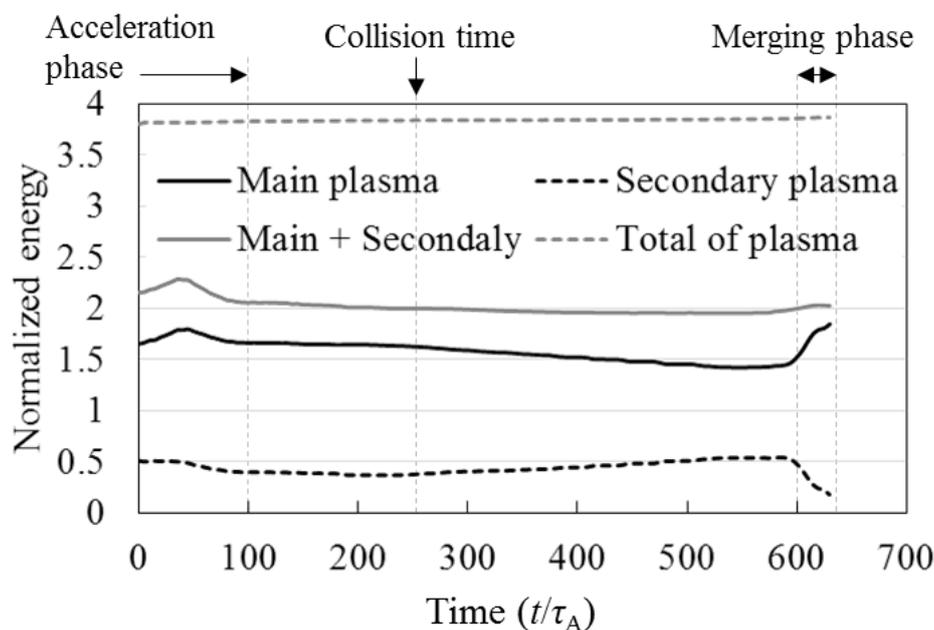


Fig 5.1 ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体の 3 次元 MHD シミュレーションにおける，主プラズマ・副プラズマそれぞれの領域内と双方の合計，計算領域全体におけるエネルギーの体積積分の時間変化.

5.2.3. 粒子供給率の結果

粒子数の変化を表すプラズマの総質量の時間変化については，Fig. 5.2 に示すようにエネルギーの体積積分と異なり 2 つのプラズマの合計質量が時間とともに増加している．これは，Fig. 3.18 で示したアルゴリズム上でのゼロ除算の発生を防ぐために導入されている密度の切り上げによって，質量の増加が起きているためだと考えられる．この増加分については，時間ごとの計算領域内の合計を出力することでグラフ上での補正を行っているが，切り上げの発生場所の偏りによって 2 つのプラズマ内部の増分は完全に補正できているとは言い難い．このため，この質量の時間変化から粒子の供給を評価することは難しく，別の方法を考える必要がある．

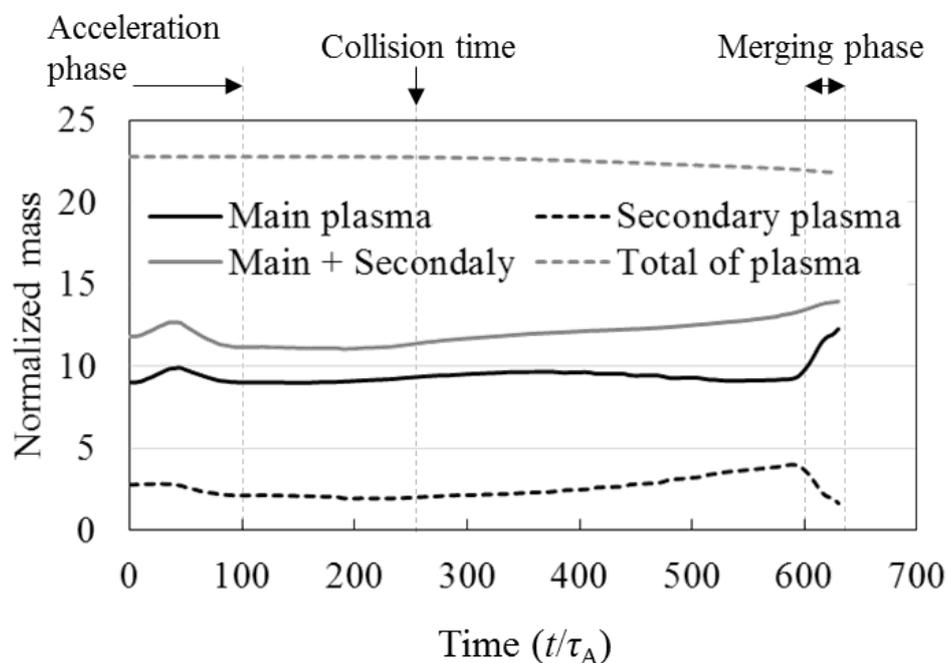


Fig 5.2 ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体の 3 次元 MHD シミュレーションにおける、主プラズマ・副プラズマそれぞれの領域内と双方の合計、計算領域全体における総質量の時間変化.

5.2.4. 3 次元 MHD シミュレーションの結果についての課題

以上の 2 つのプラズマの質量・エネルギーの時間変化の結果より、プラズマエネルギーについての移送合体による主プラズマへの供給は認められたものの、粒子そのものが供給されているかについては判断が難しいという結論が得られた。このことから、MHD の計算結果を使用しつつ質量密度分布とは個別に粒子供給効果を評価する方法を考案する必要がある。

5.3. イオン粒子軌道計算による供給効果の評価

5.3.1. 粒子軌道計算を必要とする理由

前節において、質量の時間変化が密度切り上げの影響で評価が難しくなっていることは既に述べた。本研究の目的は ST プラズマへの小型トーラスプラズマの移送合体によって燃料供給が可能であるか否かの検証であるため、その目的の完遂のためには流体計算に代わる別の方法によって粒子の供給を評価する必要がある。その方法が、イオンの粒子軌道計算を用いるものである。

プラズマ内のイオンの粒子軌道は、周囲の電磁場に依存する形で決定される。MHD は本来これらのイオンを流体として扱っているため、場の時間発展には他のイオンとの相互作用や粒子衝突の効果が予め内包されている状態にある。このため、MHD の磁場の時間発展に連動する形で粒子軌道計算を行うことで、その位置にある代表的なイオンの軌道を知ることが出来る。

5.3.2. 粒子軌道計算の方法

イオンの粒子軌道計算は、MHD の磁場と電場の影響のみを考慮するため、

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \frac{q}{m_i} (\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}) \quad (5.1)$$

の運動方程式を用いる。これを 4 段 4 次ルンゲクッタ法によって 2 階積分することで、各タイムステップにおける粒子の座標を導出する。このとき、軌道計算の時間刻みの目安となるイオンサイクロトロン周波数は、MHD の規格化時間である Alfvén 時間に対して

$$\frac{\tau_A}{\tau_{ic}} = r_M q \sqrt{\frac{\mu_0 n_i}{m_i}} \cong 300 \quad (5.2)$$

という関係になっている。また、離散データである MHD の磁場分布を使った軌道計算では、メッシュ点の間を通る粒子が補間によってその座標の磁場を参照しなければならない。この補間には線形補間を用い、周囲の 8 つのメッシュ点を利用して任意の点の磁場を計算している。

MHD コードとの連携に先立ち、作成した軌道計算コードのテストを行った。テストでは ST 衝突合体計算の初期分布を利用し、軌道データを出力することで磁力線に沿った運動が行えているかを確認した。このテスト結果は Fig. 5.3 に示す軌跡であり、ポロイダル面磁束の等値線が示す磁力線に沿った粒子の運動が確認できた。

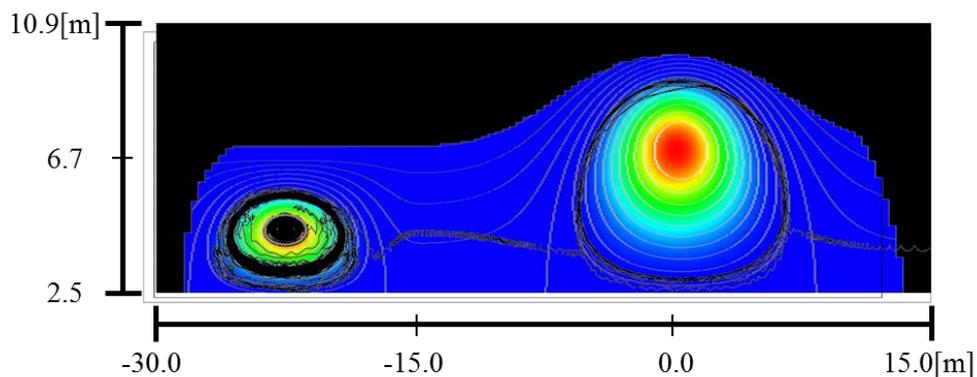


Fig. 5.3 粒子軌道計算のテストにおける副プラズマ内に粒子を配置したときの代表的な軌道.

プラズマ内のイオンの粒子軌道計算は、磁力線に対するサイクロトロン運動において細かな円運動が連続する事から高精度の計算を必要とするため、MHD の計算結果を逐次利用する形で処理する。この時の MIPS コードは Fig. 5.4 のフ

ローに変更し，時間発展で積分計算を行った磁場のデータを MPI で結合し，軌道計算に使用する．粒子の軌道計算の時間刻みは，(5.2)式で示した Alfvén 時間に対するイオンサイクロトロン周波数が，MHD 部分の時間分割数である 250 とほぼ同じであるため，一度の MHD の場の更新に対して十分な刻み数を確保しなければならない．なお MIPS コードでは前述の通り時間刻みである dt が可変のため，時間刻み幅は 0.004 規格化時間を下回る場合があるが，計算時間の短縮のため 0.004 規格化時間が経過する毎に粒子軌道計算を行うように設定した．

また，このアルゴリズム上ではイオンの軌道計算は独立しており，MHD のシミュレーションにフィードバックすることはない．

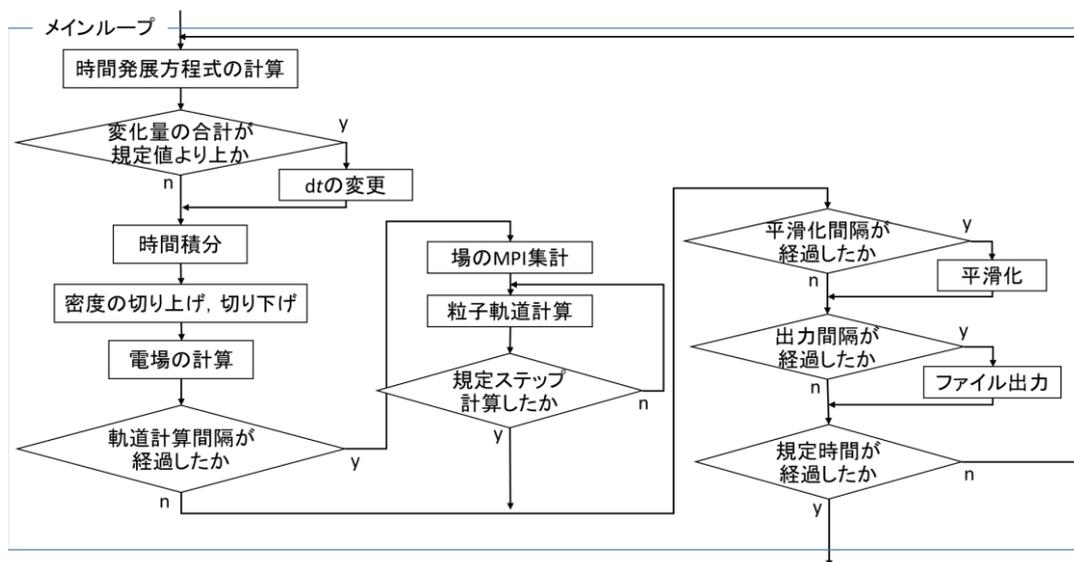


Fig. 5.4 粒子軌道計算を追加した MIPS コードのメインループ内の処理のフローチャート.

5.3.3. 粒子軌道計算モデル

粒子軌道計算におけるイオンの初期配置は、まず真空領域を除く計算領域内の格子点に対して、10,000 個の粒子をランダムに配置した。各イオンの初期速度は、まず Fig. 5.5 の概念図に示すようにプラズマの初期分布の各メッシュ点の圧力からその粒子の座標の温度を計算した。この温度を基にマクスウェル分布を作成し、乱数を使用することでそのメッシュ点における代表的な粒子の熱速度を設定した。初期速度のベクトルの向きについても、初期分布の流速がゼロであることから十分な等方性を仮定し、乱数によって方向を設定することで速度ベクトルを定義した。

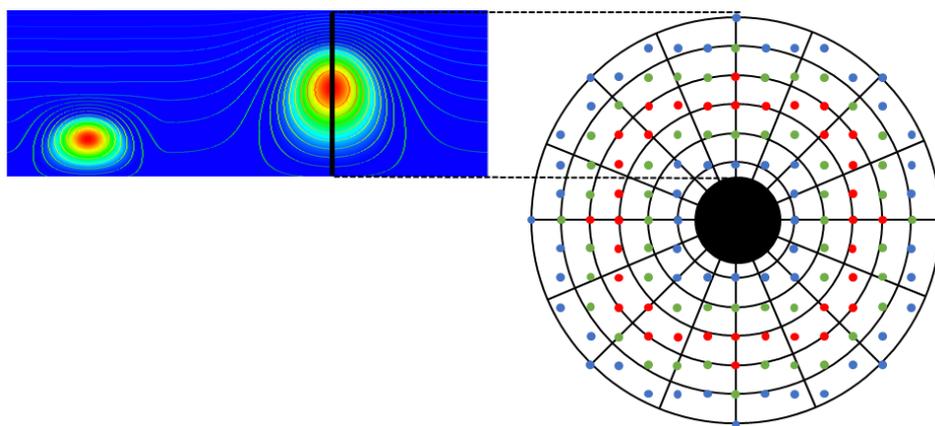


Fig. 5.5 粒子軌道計算における r - θ 平面上での粒子配置の模式図.

また軌道計算においても MPI 計算を導入し、MHD 部分で分割した分のノード数に応じて、各ノードに粒子を割り当てた。各粒子の軌道計算は独立しているため、一度割り当てた粒子の情報は、結果出力の時以外は各ノードに保持されたままである。これにより、MPI 通信が必要になるのは場の集計のみとなり、計算負荷を減らすことが可能になる。

5.3.4. 粒子軌道計算結果

MHD シミュレーションに連動させる形で行った粒子軌道計算の結果が、Fig. 5.6 である。この図においては初期分布での粒子の位置によって、そのプラズマが主プラズマ由来であるか、副プラズマ由来であるか、あるいはそれ以外かを色分けしている。

衝突時の $260\tau_A$ の図において既に各プラズマの初期の粒子が相当数輸送されているのが確認でき、また副プラズマについては移送過程で取り残された粒子が多いことが確認できる。一方衝突による磁気リコネクションの影響で、副プラズマの粒子が主プラズマ内に流入していることも確認できる。また、緑色で示す元々外部に存在していた粒子が双方のプラズマ内に侵入していることも確認でき、輸送による損失とともに不安定性による磁気面構造の崩壊がこれを引き起こしている可能性が考えられる。

合体時である $630\tau_A$ の図においては、副プラズマ由来の粒子が拡散しつつも主プラズマ内に多く供給されていることが確認できる。

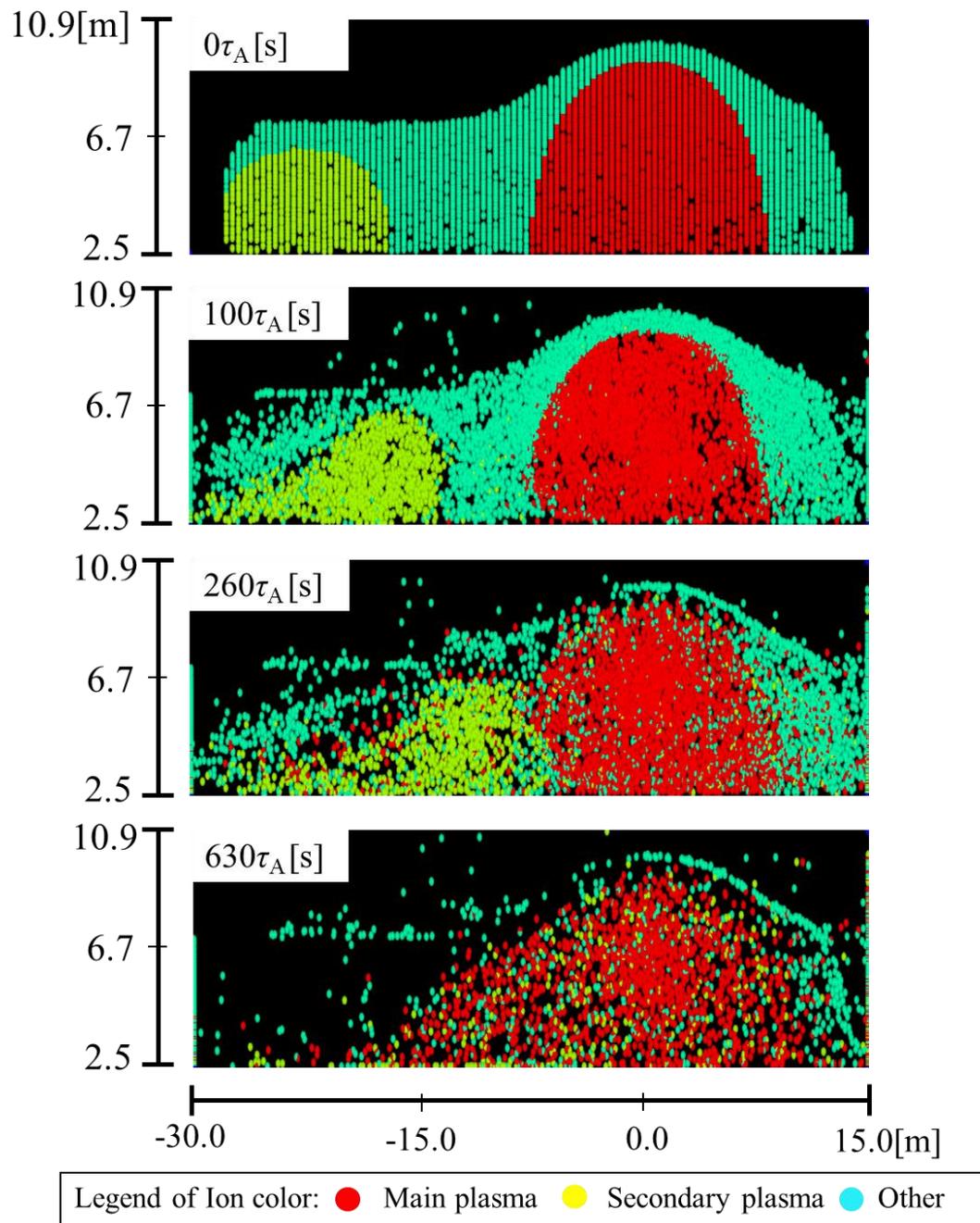


Fig. 5.6 ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体の 3 次元 MHD シミュレーションの磁場分布を利用して行った粒子軌道計算の、初期に主プラズマ双方のプラズマ領域に存在していた粒子の時間変化.

5.3.5. 粒子供給効果の評価

これらの粒子軌道計算における粒子供給効果の評価するため、外部コイルを設置せず移送を行わない場合の計算も同時に行い、シミュレーション結果を比較した。粒子供給の評価のためには粒子数の時間推移を確認する必要があるため、そのグラフを Fig. 5.7 として掲示する。なお各プラズマ領域の判定は、§2.6 で示したものと同様の方法を利用しており、もう一つのプラズマやプラズマ外部から侵入してきた粒子も同様にそのプラズマ内の粒子としてカウントするという集計基準を設けている。この基準を採用するのは、粒子供給を評価するという目的のためである。

全体的な傾向として、主プラズマも副プラズマも時間経過とともに粒子数が減衰していることが確認できる。これは移送を行った場合も行わなかった場合も同様であり、プラズマ内からの粒子の輸送がプラズマの移送の衝撃による現象ではないことを示している。

外部コイルによる加速時間である $100\tau_A$ までに粒子数が増減している点については、MHD の質量密度・エネルギーの場合と同様急激な磁場変化による体積の変化が原因である。その後主プラズマの粒子数の急激な減衰が始まるのは $260\tau_A$ のプラズマの衝突よりも前の段階であるが、Fig. 3.20 で示した圧力分布の不安定性の増大と連動する形になっている。 $600\tau_A$ を過ぎた後の合体の場面においては、主プラズマの粒子数が増加に転じており、副プラズマからの粒子供給が認められる。この際の増分は、最初に副プラズマが保持していた粒子の 9.2% に当たる。

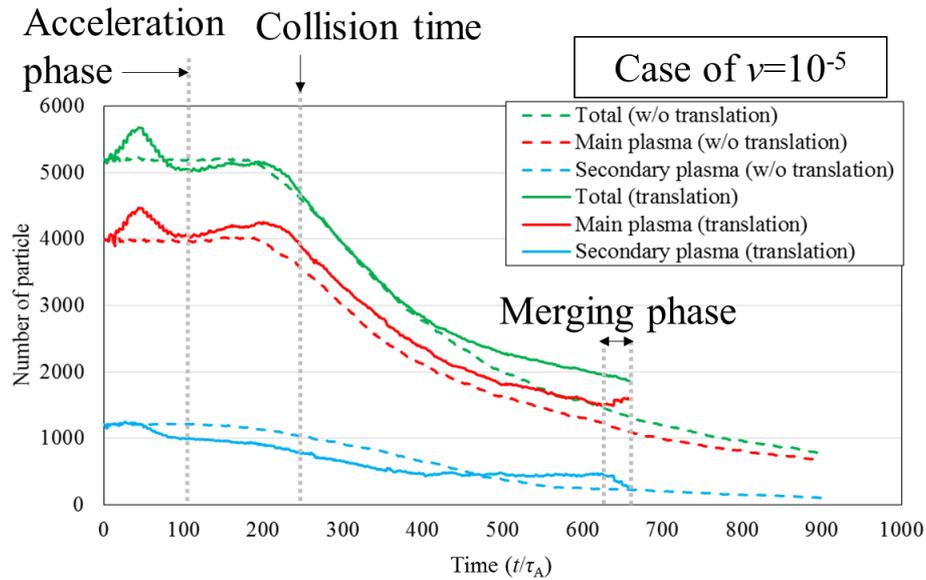


Fig. 5.7 粘性係数を $\nu=10^{-5}$ に設定したときの、ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体の 3 次元 MHD シミュレーション及びその外部磁場変化を行わない場合の磁場分布を利用して行った粒子軌道計算の、主プラズマと副プラズマそれぞれの領域内に存在する粒子数の時間変化.

5.3.5. 粘性係数を変えた場合の変化

プラズマの粘性係数 ν は、Braginskii の研究^[2]によってプラズマのイオン温度 T_i に対して

$$\nu \propto T_i^{5/2} \quad (5.3)$$

の関係を示すことが示されている. 本シミュレーションで想定されている D-³He 核融合炉の温度は高いため、粘性係数を高めたシミュレーション結果のほうがより想定に即した結果であると考えられる. これを考慮して、MHD のシミュレーションパラメータである粘性係数 ν を一桁増加させて同様のシミュレーショ

ンを行った結果が Fig. 5.8 である. このシミュレーションでは, 衝突から合体に至るまでの過程が大幅に遅くなっており, 同時に不安定性の発生も遅れている. $750\tau_A$ 前後の合体過程においては, 大幅な粒子の増加が確認されており, 粘性係数を上げたことで不安定性の発生が抑制されたことに起因すると考えられる. この際の増分は, 最初に副プラズマが保持していた粒子の 30.5%に当たる.

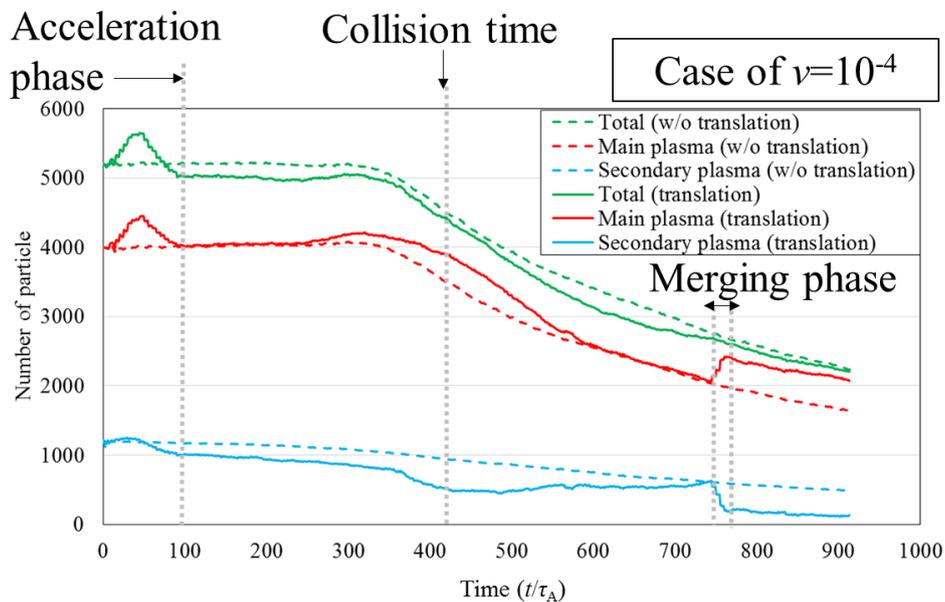


Fig. 5.8 粘性係数を $\nu=10^{-4}$ に設定したときの, ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体の 3 次元 MHD シミュレーション及びその外部磁場変化を行わない場合の磁場分布を利用して行った粒子軌道計算の, 主プラズマと副プラズマそれぞれの領域内に存在する粒子数の時間変化.

粘性係数を上げたことで粒子供給効果が伸びたことから, 更に係数を上げて同様のシミュレーションを行った. しかし粘性が高すぎたため, プラズマの移送が途中で止まってしまうという結果に終わった. 以上の結果について, 粘性係数

毎に纏めたのが Table 5.1 である.

Table 5.1 粘性係数を変更した ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体の 3 次元 MHD シミュレーションの, それぞれの場合における不安定性の発生・衝突・合体の発生時間及び粒子供給率.

Viscosity coefficient	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
Occurrence of instability (t/τ_A)	1150	200	100
Collision (t/τ_A)	none	415	250
Merging (t/τ_A)	none	750	640
Supply rate from Secondary plasma [%]	none	30.5	9.2

5.3.6. 粒子軌道計算におけるポロイダル方向回転

粒子軌道シミュレーションにおいても, MHD シミュレーション上での流速と同様にポロイダル方向の回転が確認された. 回転は磁力線に沿って粒子が運動することで発生しており, 主プラズマと副プラズマで同じ反時計回りの方向である. この結果は流速で確認できたものとは異なる結果を示している. 粒子軌道計算においては他の粒子との相互作用を考慮していないため, MHD と大きく異なる挙動を示したものと考えられる.

5.4. 供給効果についてのまとめ

以上の MHD, 粒子軌道計算によるシミュレーション結果の双方において, ST プラズマへの小型トーラスプラズマの合体における主プラズマ内部の粒子・エネルギーの供給が確認された. これらの結果については, その供給効果が大きく

異なる物となっているが、供給可能であるという点は合致している。このことから、この新たな燃料供給システムを用いれば粒子供給は可能であるという結論が得られた。またこれらのシミュレーションにおいて、粘性係数を人工的に変化させた場合衝突・合体に至るまでの過程及び不安定性の発生時間、粒子供給率が大きく変化していることがわかった。本シミュレーションで想定されている $D-^3He$ 核融合炉の温度は高いため、粘性係数を高めたシミュレーション結果のほうがより想定に即した結果であると考えられる。本研究に使用した MHD モデルでは、粘性係数が定数であるとする単純化されたモデルを使用した。将来的には温度依存性を考慮したモデルを導入する必要がある。

参考文献 5

- [1] S. Koike, T. Takahashi, N. Mizuguchi and O. Mitarai, “Simulation Study on a Merging Core Fueling Technique for an Advanced Fuel Fusion Spherical Tokamak Reactor”, Fusion Engineering and Design (掲載決定済み).
- [2] S. I. Braginskii, “Transport process in a plasma, Reviews of Plasma Physics”, Vol. 1, Edited by M. A. Leontovich. Published by Consultants Bureau, New York, p.205 (1965).

6 章 まとめ

6.1. 中性ガス領域への FRC プラズマ移送による燃料供給について

FRC プラズマの中性ガス領域への移送による粒子供給・加熱プロセスについて、FRC プラズマに中性ガスのフローが吹き付ける相対的なモデルを用いて検証を行った。中性ガスの種類別に行ったモンテカルロシミュレーションでは、荷電交換反応が起きにくく、プラズマのコア領域への供給率が高いヘリウムがエネルギー供給効率も良いため最も適切であることが判明した。

また、MHD シミュレーションによって供給プロセス中の FRC プラズマ内の動きを計算することで、そのメカニズムを解明した。この結果、供給されたエネルギーによりプラズマ圧力が高まり、それによってプラズマ上部に径方向のフローが発生することで磁束増加が起きていることが確認された。またこの際の磁束の増加にはガスフロー速度との相関があり、移送速度を高めることでより効率的な燃料供給効果が得られることを示唆する結果となった。

6.2. ST プラズマへの合体燃料供給シミュレーションについて

MIPS コードをベースとした 3 次元 MHD シミュレーションによる、ST プラズマへの小型トラスプラズマ移送合体過程のモデル化を行った。モデル化においては、副プラズマの励起が完了した状態からの外部コイルによる初期加速、プラズマ移送、主プラズマとの衝突合体のプロセスを纏めてモデル化した。この際のプラズマの初期分布は、Grad-Shafranov 方程式によって求めた ST プラズマの平衡解を 2 つ配置することで作成し、初期加速用の外部コイル磁場を足し込

む事でそこからの時間発展を計算した。

シミュレーションの結果、副プラズマが移送され、主プラズマと衝突した後吸収されるように合体する過程が得られた。一方でプラズマ内に不安定性が発生している、内部で流速の回転が発生しているなどの興味深い現象が確認できたため、合体のメカニズムの解明などの検証を行った。

6.3. 合体シミュレーションの解析について

ST プラズマに対する小型トーラスプラズマの移送合体シミュレーションに対する解析により、複数の事実が確認された。一つ目は合体時に働く力についてであり、各プラズマ内部に働くローレンツ力の体積平均を調べた結果、合体時の加速においてはプラズマ電流による引力が大きく働いていることが確認された。二つ目はプラズマ内のポロイダル方向の回転についてであり、流速の時間発展方程式における各成分の時間積分を比較した。この検証の結果、力がバランスしたプラズマ内に外乱が加わり、回転流速を誘発したことで起きたと考えられる。三つ目は不安定性に伴う磁気面構造の崩壊についての検証であり、ポアンカレマッピングによって磁力線を追跡することでその構造を確認した。この結果予想通り主プラズマの磁気面構造は不安定性によって崩壊していることが判明したが、同時に副プラズマの磁力線とのリコネクションも起きている事が確認された。この磁気面崩壊が合体に寄与する影響を調べるため、3次元的な不安定性の発生しない2次元 MHD シミュレーションも行った。この結果、このシミュレーションにおいても合体は確認できるため、不安定性によって合体が起きやすくなった訳ではないことが判明した。また、プラズマの不安定性は、抵抗率に依存した抵抗性バルーニングであることがわかった。

以上の結果より、このシミュレーションにおいては抵抗に依存した不安定性が発生し、それによる磁気面構造の崩壊などが起きてしまっているが、リコネクションやローレンツ力による合体の促進といった燃料供給システムの想定と同様の現象は確認できていると言える。このことから、このシミュレーションを用いた燃料供給効果の評価を行う意義は十分存在すると結論付けられた。

6.4. ST への粒子供給効果について

ST プラズマへの小型トラスプラズマ移送合体が燃料供給方法として妥当であるか検証するため、3次元 MHD シミュレーション結果のエネルギー、質量密度についての各プラズマについての体積積分を行い、その増加量を検証した。この結果、エネルギーにおいては副プラズマのものが主プラズマ内に供給されているのが明確に確認されたが、質量密度については計算破綻を防ぐための人工的な密度切り上げによる異常増加が起きてしまっており、正確なデータが得られなかった。

これを受け、粒子そのものの供給については MHD の磁束密度変化を逐次反映した粒子軌道計算を行い、その粒子数によって評価を行うという検証を行った。この方法では、プラズマの初期圧力分布に従って、マクスウェル分布を用いたランダムな熱速度を初期粒子に与えている。この起動計算の結果、エネルギー同様に副プラズマ内部に存在した粒子が合体によって主プラズマ内に供給されることが確認された。また、この供給量は粘性係数を上げてプラズマの不安定性の発生を遅らせることで上昇することが判明している。

6.5. 課題と展望

以上のシミュレーションにおいては、プラズマの不安定性発生とそれによる粒子の散逸が確認された。この不安定性は移送には関係なくプラズマの初期分布に起因して起こっており、粒子供給について更に正確な評価を行うためには、安定な初期分布を作成してシミュレーションを行う必要がある。

また、本研究において副プラズマは既に立ち上がった状態からシミュレーションをスタートさせたが、本来のシステムの想定ではプラズマの励起からの一連のプロセスが必要になる。これは定常的な燃料供給に不可欠なパルス的な移送体の再現にも必要不可欠であり、この流れを再現した上での燃料供給効果の検証を行いたいと考えている。

2017年に京都で開催された、核融合装置についての国際会議である 13th International Symposium of Fusion Nuclear Technology (ISFNT-13)の Keynote Session において、UCLA に所属し ITER のブランケットモジュールのプログラムリーダーでもある Mohamed Abdou は、ITER において現状の燃料供給方法で想定される効率は数%に満たないという発表を行った。これは現在炉設計では核融合の定常運転を行うのには不十分であるという結果を示しており、燃料供給方法を根本から見直す必要があることを示している。一方本研究においては、トカマク型プラズマへの新たな燃料供給方法として考案された小型トーラスプラズマの軸方向移送合体について、その可能性を示すことが出来た。これは核融合炉設計における燃料供給方法の選択肢に新たな可能性を見出すものであり、今後更なる研究を続けることで実証実験への道筋を示し、実用化に繋げていくことが期待できる。

公表リスト

関連論文

- [1] S. Koike, T. Watanabe, T. Mitsui, T. Takahashi, and T. Asai, “Heating effects of background neutral particles on a translated field-reversed configuration”, Transactions of Fusion Science and Technology, **Vol. 63**, No. 1T, 374 (2013).
- [2] S. Koike, T. Takahashi, and T. Asai, “2D MHD Simulation of a FRC Plasma with Axial Neutral Gas Flow Injection”, IEEJ Trans. FM, **Vol. 134**, No. 11, 374 (2014).
- [3] S. Koike, T. Takahashi, N. Mizuguchi and O. Mitarai, “MHD simulation of merging fueling method used for ST plasma”, Plasma and Fusion Research (掲載決定済み).
- [4] S. Koike, T. Takahashi, N. Mizuguchi and O. Mitarai, “Simulation Study on a Merging Core Fueling Technique for an Advanced Fuel Fusion Spherical Tokamak Reactor”, Fusion Engineering and Design (掲載決定済み).

参考論文

- [1] T. Takahashi, T. Urano, S. Koike, and T. Watanabe, “Rapid Transition to Non-Grad-Shafranov Equilibrium State of Field-Reversed Configuration plasma”, IEEJ Trans. FM, **Vol. 134**, No. 9, 517 (2014).
- [2] K. Matsuzaki, S. Koike, T. Takahashi and T. Asai, “2-D MHD simulation of two axially colliding FRCs accelerated by magnetic pressure gradient”, IEEJ Trans. FM, **Vol. 135**, No. 5, 296 (2015).

- [3] O. Mitarai, K. Nakamura, M. Hasegawa, T. Onchi, H. Idei, A. Fujisawa, K. Hanada, H. Zushi, A. Higashijima, H. Nakashima, S. Kawasaki, QUEST group, K. Matsuoka, S. Koike, T. Takahashi and H. Tsutsui, “Comparative studies of inner and outer divertor discharges and a fueling study in QUEST”, Fusion Engineering and Design, **109-111**, 1365 (2016).
- [4] O. Mitarai, H. Matsuura, T. Omori, S. Kajimoto, T. Takahashi, S. Koike and K. Nakamura, “Ignition Studies of D-³He Spherical Tokamak Reactor”, Fusion Engineering and Design (掲載決定済み).

学会発表等

☆は国際会議での発表を表す.

関連発表

- [1] ☆S. Koike, T. Watanabe, T. Mitsui, T. Takahashi, and T. Asai, “Heating effects of background neutral particles on a translated field-reversed configuration”, Joint Conference of the International Conference on Open Magnetic Systems for Plasma Confinement (OS) and the International Workshop on Plasma Material Interaction Facilities for Fusion (PMIF), P-51, Tsukuba-city, Ibaragi, Japan, 2012/8/27-2012/8/31.
- [2] 小池晋太朗, 高橋俊樹, 浅井朋彦, 「軸方向中性粒子フロー入射された FRC の二次元 MHD シミュレーション」, 第 4 回電気学会東京支部栃木・群馬支所合同研究発表会, 群馬県桐生市, 群馬大学理工学部, 2014/3/3-2014/3/4.
- [3] ☆S. Koike, T. Takahashi, N. Mizuguchi and O. Mitarai, “MHD simulation on axial injection of torus plasma into ST plasma”, International Conference on Numerical Simulation of Plasmas (ICNSP2015), P2-26, Golden, Colorado, USA, 2015/8/12-2015/8/14.
- [4] ☆S. Koike, T. Takahashi, N. Mizuguchi and O. Mitarai, “MHD Simulation of an axially translated torus plasma toward a spherical tokamak plasma”, 2015 US-Japan Compact Torus Workshop, O2, TOBU hotel levant Tokyo, Tokyo, Japan, 2015/9/8-2015/9/11.
- [5] ☆S. Koike, T. Takahashi, N. Mizuguchi and O. Mitarai, “Fuelling effect by axial injection of torus plasma into ST plasma”, The 25th International Toki Conference

(ITC-25), P1-73, Ceratopia Toki, Toki-city, Gifu, Japan, 2015/11/3-2015/11/6.

- [6] ☆S. Koike, T. Takahashi, N. Mizuguchi and O. Mitarai, “3-dimensional MHD simulation of ST merging process”, 18th International Congress on Plasma Physics (ICPP 2016), PPM1-21, Kaohsiung Exhibition Center in Kaohsiung, Kaohsiung, Taiwan, 2016/6/27-2016/7/1.
- [7] S. Koike, T. Takahashi, N. Mizuguchi and O. Mitarai, “3D MHD simulation of the axial torus plasma injection to the ST plasma”, プラズマシミュレータシンポジウム 2016, ポスターセッション 1, 岐阜県土岐市, 核融合科学研究所, 2016/9/7-2016/9/8.
- [8] 小池晋太朗, 高橋俊樹, 水口直紀, 御手洗修, 「ST プラズマへの小型トーラスプラズマ移送合体による燃料供給の妥当性検証」, 第7回電気学会東京支部群馬・栃木支所合同研究発表会, ETG-17-9, 栃木県足利市, 足利工業大学, 2017/3/2-2017/3/3.
- [9] ☆S. Koike, T. Takahashi, N. Mizuguchi and O. Mitarai, “Application of Merging Core Fueling Technique to Advanced Fusion Fueled Spherical Tokamak Reactor”, 13th International Symposium on Fusion Nuclear Technology (ISFNT-13), P1-166, MIYAKOMESSE in Kyoto, Kyoto-city, Kyoto, Japan, 2017/9/25-2017/9/29.
- [10] ☆S. Koike, T. Takahashi, N. Mizuguchi and O. Mitarai, “Feasibility of fueling method by smaller-torus plasma translation to ST”, US-Japan Workshop on Compact Tori (CT2017), Poster session II, Hotel Yokohama Camelot Japan, Yokohama-city, Kanagawa, Japan, 2017/11/7-2017/11/9.

参考発表

- [1] 松崎啓, 小池晋太郎, 高橋俊樹, 「FRC 軸方向衝突の 2 次元 MHD シミュレーション」, 第 4 回電気学会東京支部栃木・群馬支所合同研究発表会, 群馬県桐生市, 群馬大学理工学部, 2014/3/3-2014/3/4.
- [2] ☆K. Matsuzaki, S. Koike, M.Yanagi, N. Mizuguchi, and T. Takahashi, “Effects of resistivity and grid models on MHD behavior of two axially colliding FRCs”, International Conference on Numerical Simulation of Plasmas (ICNSP2015), P1-4, Golden, Colorado, USA, 2015/8/12-2015/8/14.
- [3] ☆K. Matsuzaki, S. Koike, M.Yanagi, N. Mizuguchi, and T. Takahashi, “Resistive MHD simulation of two axially colliding FRCs” 2015 US-Japan Compact Torus Workshop, P4, TOBU hotel levant Tokyo, Tokyo, Japan, 2015/9/8-2015/9/11.
- [4] ☆R. Sekiguchi, S. Koike, T. Takahashi, and T. Asai, “Flux maintenance by NBI for a decaying FRC plasma” 2015 US-Japan Compact Torus Workshop, P4, TOBU hotel levant Tokyo, Tokyo, Japan, 2015/9/8-2015/9/11.
- [5] ☆K. Matsuzaki, S. Koike, M.Yanagi, N. Mizuguchi, and T. Takahashi, “Influences of Hall effect on MHD behavior of two axially colliding FRCs”, The 25th International Toki Conference (ITC-25), P2-40, Ceratopia Toki, Toki-city, Gifu, Japan, 2015/11/3-2015/11/6.
- [6] ☆R. Sekiguchi, S. Koike, and T. Takahashi, “Flux supply by Neutral Beam Injection into Field-Reversed Configuration plasma with resistive decay”, The 25th International Toki Conference (ITC-25), P2-41, Ceratopia Toki, Toki-city, Gifu, Japan, 2015/11/3-2015/11/6.

謝辞

指導教員である群馬大学大学院理工学府電子情報部門の高橋俊樹准教授には、プラズマ物理学の基礎から電磁流体力学に至るまでの理論的背景について指導並びに数値計算にあたり方程式の計算手法や計算スキームについての講義を受けさせていただきました事を感謝します。また、期限間際という状況下で博士号の取得に向けた各方面への調整などを行っていただいたことを、重ねて感謝致します。

東海大学の御手洗修名誉教授には、主要なテーマである新たな燃料供給システムの構築についての共同研究を持ちかけて頂き、炉設計の観点から研究への多くのご意見・ご指導を頂いたことを感謝致します。

核融合科学研究所の水口直紀准教授には、MIPS コードの提供を始めとしてプラズマの不安定性についての知見や、数値計算に関わる多く技術指導をしていただきましたことを感謝致します。

本論文を完成させるに当たり、丁寧なご指導と審査を賜りました群馬大学大学院理工学府電子情報部門の石川赴夫教授、並びに同部門の橋本誠司教授、本島邦行教授、伊藤直史准教授に厚く御礼申し上げます。

また、群馬大学大学院理工学府 高橋俊樹研究室の皆様には、日頃の研究室での生活において研究・懇談両面において多くの支えを頂きましたことに感謝致します。

最後になりますが、本研究における数値計算の殆どに使用した核融合科学研究所のスーパーコンピューター「プラズマシミュレータ」の利用に際して、核融合科学研究所との共同研究プログラム (NIFS17KNXN356 及び

NIFS15KNST087) による計算資源提供を受けたことをここに御礼申し上げます.