

球の平板への衝突における衝撃 荷重に及ぼす衝突接触挙動の影響*

神宮利夫^{*1}, 松本浩之^{*2}
根津紀久雄^{*1}, 坂本賢治^{*1}

The Effect of Local Contact Behavior on an Impact Load Due to Collision between a Plate and a Sphere

Toshio JINGU, Hiroyuki MATSUMOTO,
Kikuo NEZU, and Kenji SAKAMOTO

In the collision between the flat surface of solid and of a sphere, it can be considered that a high stress will be occur, since an impact load is applied in a small local contact area. If an impact stress exceeds the yield stress of a material, the local deformation of the contact surface converts from elastic to plastic flow. Therefore, the impact load may be moderated. It is important when formulating the impact load that the effect of the local plastic deformation of the contact surface on the time history of a load due to impact is investigated. On the other hand, it is revealed by Hertz's theory that the relationship between a force and the amount of approach of both solids during impact is nonlinear. If it is postulated as being linear, there is not a little what be able to apply it to analyze the dynamic impact problem. In this paper, the effect of the local displacement behavior in the contact process on the impact load is shown by the experiment of a collision between a plate of mild steel and a high hardness steel ball. The impact load is evaluated by a piezo electric plastic transducer. The limitation which the modified approach of Hertz's theory is valid, are distinguished.

Key Words: Shock, Impact Load, Collision, Plate, Sphere, Local Contact Behavior, Hertz's Contact Law, Piezo Electric Plastic Transducer

1. 緒 言

衝撃荷重は物体の衝突によって生ずる。衝突面においては局所的な変形が生じ、この変形挙動が衝撃荷重の立上りに重要な影響を与える。最近松本⁽¹⁾は物体の衝突における局部変形に着目してヘルツの弾性接触理論を適用して衝撃荷重に対する理論解析を行い、そして機械要素の代表的な部材である棒、はり、板と球頭棒との衝突について実験的な検証を行いその妥当性を確認している。一般に物体の衝突は平面と凸面特に平面と球面について行われる場合が多く、はり⁽²⁾および平板^{(3)~(5)}と鋼球の衝突における動的応答の問題が研究されている。

このような場合球の先端の接触部には非常に大きな応力が生じやすく実際の材料においては降伏が生じ弾塑性的な挙動になることが考えられる。接触部の弾塑性挙動が衝撃荷重に及ぼす影響を検討することは衝撃荷重を算定する関係式を定式化するためにも重要である。

一方、ヘルツの弾性接触理論における荷重と接触物

体の近接量の関係は動的な場合にも成立するが非線形的な関係である。この関係を線形的な関係と仮定することによって動的問題⁽⁶⁾の解析が容易になる場合が少なからず存在する。しかしこの仮定の実際問題に対する適用性についてはほとんど検討されていない。以上のような問題を実験的に検討するために本研究では高硬度の鋼球 ($H_v=876,883$) を焼なまし軟鋼平板 (SS 41, $H_v=133$) に落下衝突させたときに生ずる衝撃荷重をピエゾプラスチックトランスデューサを用いて測定する。一方、ヘルツの弾性接触理論および弾性無限板の曲げ振動方程式から解析される衝撃荷重と実測される衝撃荷重との差異および実験において観測される残留くぼみの大きさの関係を検討することによって衝突における接触挙動が衝撃荷重に及ぼす影響を検討する。また本問題について衝撃荷重と衝突物体の近接量の関係が線形的であると仮定すれば衝撃荷重に対する理論解析は容易になる。

線形の仮定に基づいて行われる解析結果と実験結果を比較することによってその妥当性および適用範囲を明らかにする。

* 昭和62年10月2日 北陸信越支部信越地方新潟講演会において講演、原稿受付 昭和62年3月25日。

^{*1} 正員、群馬大学工学部 (〒376 桐生市天神町1-5-1)。

^{*2} 正員、東京工業大学 (〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1)。

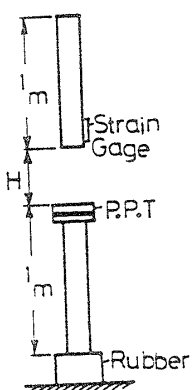


図 1 P.P.T.の検定の
実験方法

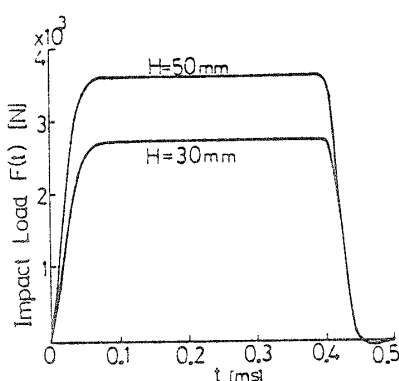


図 2 P.P.T.の測定による荷重目盛

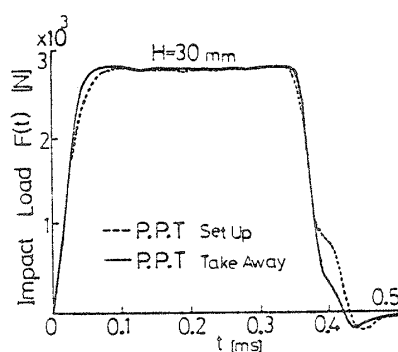


図 3 P.P.T.の設定がストレインゲージ
による衝撃荷重に及ぼす影響

2. ピエゾプラスチック トランスデューサの検定

衝突の場合にはそのときに発生する応力波がトランスデューサに影響する機会が多い。このような問題を避けるために応力波には感応しないで圧力だけに応答するピエゾプラスチックセンサ(三菱油化, NAA 65, フィルム状, 厚さ 0.1 mm) 圧電素子をトランスデューサとして衝撃荷重の測定に使用する。厚さ 4 mm, 直径 19 mm の軟鋼 (SS 41) の円板を電極としてその間にピエゾプラスチックセンサをはさみエポキシ樹脂接着剤で固定しトランスデューサを製作した。ピエゾプラスチックトランスデューサ(P.P.T.)の電極間に発生するのは電荷であるためチャージアンプ(エミック, 505-D)を増幅器として使用する。以上のように本研究に使用する衝撃荷重測定用トランスデューサは自製であるためチャージアンプ出力と衝撃荷重との関係を明らかにしておくことが必要である。図 1 に示すように長さ 1 m, 直径 15 mm の 2 本のみがき棒鋼 (S 45 C) の間に P.P.T. を設定し, 上方の丸棒を高さ $H=30, 50$ mm から落下衝突させたときの P.P.T. の出力を測定した。一方, 落下する丸棒の衝撃端面から 100 mm の位置にはったストレインゲージ(東京測器, FCA-3-11)で衝撃ひずみを測定しその結果から求められる衝撃荷重を用いて X-Y レコーダに記録される P.P.T. の出力振幅に荷重の目盛を付けた(図 2)。P.P.T. を丸棒の間に設定することによる衝撃荷重に及ぼす影響を検討するために P.P.T. を除いて丸棒同志の衝突による衝撃荷重をストレインゲージで測定した。その結果 P.P.T. の設定は衝撃荷重の測定に影響しないことがわかった(図 3)。

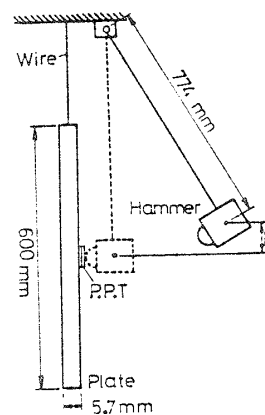


図 4 球の平板への衝突による衝撃荷重の実験方法

3. 衝突接触部の塑性変形 が衝撃荷重に及ぼす影響

図 4 に鋼球の平板への衝突の実験方法を示す。厚さ 5.7 mm, 一辺の長さ 600 mm の正方形の焼なまし平板鋼をワイヤで懸架する。平板の重さは 156.4 N である。平板の中央にピエゾプラスチックトランスデューサ(P.P.T.)をワセリンで設定する。回転半径 774 mm の振り子の先端に取付けられた重さ 9.8 N の球頭円柱ハンマを高さ $H=30, 50$ mm より落下させ P.P.T. の電極の平面 ($H_v=133$) に衝突させる。ハンマの先端部は直径 31.76 mm ($H_v=883$) および 11.10 mm ($H_v=876$) の 2 種類の軸受用鋼球である。各実験条件について測定した衝撃荷重を図 5 および図 6 に示す。図 5.6 中の破線は理論値である。平板鋼をワイヤで懸架していることと、衝撃点領域に対して平板鋼が十分大きいので無限板に球が衝突する場合とみなすことができる。このような条件に対する衝撃荷重は式(1)⁽¹⁾から求められる。

$$\left\{ \frac{F(t)}{K} \right\}^{2/3} = V_0 t - \frac{1}{W/g} \int_0^t \int_0^{\xi} F(\eta) d\eta d\xi$$

$$-\frac{1}{8\sqrt{\gamma h D/g}} \int_0^t F(\xi) d\xi \dots\dots\dots (1)$$

$$K = \frac{4}{3} \frac{\sqrt{R_s}}{\left(\frac{1-\nu_s^2}{E_s} + \frac{1-\nu_p^2}{E_p}\right)} \dots\dots\dots (2)$$

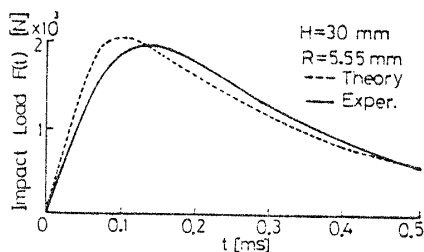
R_s は鋼球の半径, E は縦弾性係数, ν はポアソン比,

添字 p は平板, s は鋼球を表す. $F(t)$ は荷重の変動, t は時間, V_0 は衝突速度, W は鋼球の重さ, g は重力の加速度, γ は平板鋼の比重, h は平板鋼の厚さ, $D = E_p h^3 / 12 (1 - \nu_p^2)$ である. 衝撃荷重は式 (1) を差分法によって計算しその結果を実験結果と比較した. 数値計算においては縦弾性係数を $E_p = E_s = 205.8 \text{ GPa}$, ポアソン比 $\nu_p = \nu_s = 0.3$ とした. 図 5 (a), (b) は先端半径 $R_s = 5.55 \text{ mm}$ の球頭円柱を $H = 30, 50 \text{ mm}$ より落下衝突させたときの衝撃荷重の実験値と理論値を比較してそれぞれに示した. 衝撃荷重の最大値は両者ともにほぼ一致するが最大荷重に達するまでの時間が実験結果のほうが遅い. 図 6 (a), (b) に先端半径 $R_s = 15.88 \text{ mm}$ の球頭円柱ハンマを $H = 30, 50 \text{ mm}$ より落下衝突させたときの衝撃荷重の実験値と理論値を比較してそれぞれに示した. 衝撃荷重の変動波形は両者ほぼ一致している. 衝突によって P. P. T. の電極の平面に形成されたくぼみの状態を調べた. くぼみ深さ λ_p は光切断法で $1 \mu\text{m}$ の精度で測定し, くぼみの直径 $2a$ は読取顕微鏡で $10 \mu\text{m}$ の精度で測定しその結果を表 1, 2 に示した.

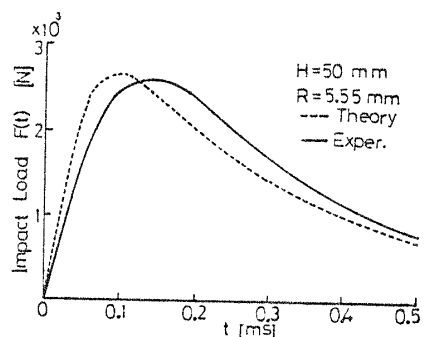
球半径 R_s およびくぼみ半径 a から衝突における圧子の侵入量 λ_t が図 7 に示す幾何学的関係から推定できる.

$$\lambda_t = R_s \left\{ 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{a}{R_s}\right)^2} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

式 (3) から求められる λ_t と光切断法によって測定されるくぼみ深さ λ_p との差 λ_e はくぼみの弾性回復量でありくぼみの弾性挙動の一つの評価量と考えることができる. 一方 λ_p はくぼみの塑性挙動の一つの評価量と考えることができる. 表 1 に示すように先端半径 $R_s =$

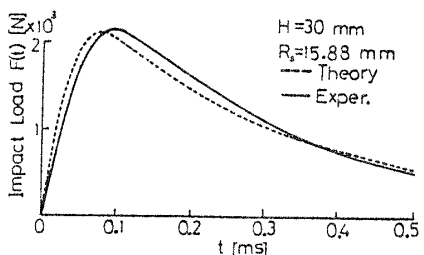


(a)

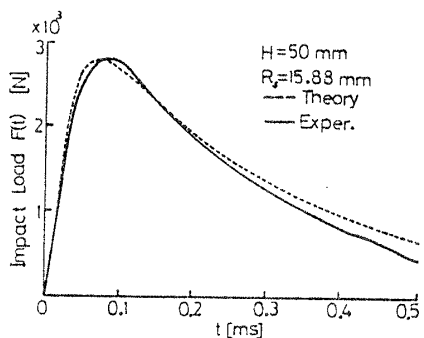


(b)

図 5 衝撃荷重の時間的変動 ($R_s = 5.55 \text{ mm}$)



(a)



(b)

図 6 衝撃荷重の時間的変動 ($R_s = 15.88 \text{ mm}$)

表 1 球の衝突による残留くぼみ ($R_s = 5.55 \text{ mm}$)

H mm	$\lambda_p \mu\text{m}$	$2a \text{ mm}$	$\lambda_t \mu\text{m}$	$\lambda_e \mu\text{m}$	λ_p / λ_t
30	23.3	1.27	36.5	13.2	0.64
50	37.5	1.46	48.2	10.7	0.78

表 2 球の衝突による残留くぼみ ($R_s = 15.88 \text{ mm}$)

H mm	$\lambda_p \mu\text{m}$	$2a \text{ mm}$	$\lambda_t \mu\text{m}$	$\lambda_e \mu\text{m}$	λ_p / λ_t
30	3.5	1.43	15.4	11.9	0.23
50	9.9	1.65	21.4	11.5	0.46

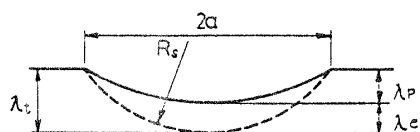


図 7 球の衝突によるくぼみの形成過程

5.55 mm の球頭円柱ハンマの場合にはくぼみの弾性回復量 λ_e と残留くぼみ λ_p の関係は $H=30, 50$ mm の場合ともに $\lambda_e < \lambda_p$ となる。そして残留くぼみ λ_p とハンマの侵入量 λ_i の比は $H=30$ mm のとき $\lambda_p/\lambda_i=0.64$, $H=50$ mm のとき $\lambda_p/\lambda_i=0.78$ でありくぼみの変形挙動は塑性的である。このことが実験値と理論値のずれの主要な原因であると考えられる。しかし先端半径 $R_s=15.88$ mm の球頭円柱ハンマの衝突の場合にはくぼみの弾性回復量 λ_e と残留くぼみ λ_p の関係は表 2 に示すように $\lambda_e > \lambda_p$ となる。そして残留くぼみ λ_p とハンマの侵入量 λ_i の比は $H=30$ mm のとき $\lambda_p/\lambda_i=0.23$, $H=50$ mm のとき $\lambda_p/\lambda_i=0.46$ となりくぼみの変形挙動は弾性的である。このような場合には実験値と理論値がほぼ一致する。衝突における衝撃荷重 $F(t)$ と近接量 δ の関係はヘルツの接触理論によって次式で示される。

$$F(t) = K\delta^{3/2} \dots\dots\dots (4)$$

本問題については K は式 (2) に示すものである。ここで式 (4) の関係を次式のように変更する。

$$F(t) = K\delta^{3 \cdot 1/2} \dots\dots\dots (5)$$

この関係を用いて衝撃荷重を計算し球半径が $R_s=5.55$ mm のハンマによる衝撃荷重の測定結果と比較し図 8 に示した。図 8 (a) は $H=30$ mm の場合であり図 8 (b) は $H=50$ mm の場合である。両方の場合とも実験結果とよく一致する。このことから衝突において残留くぼみが生じて弾塑性挙動に注目した接触理論を導入しなくても式 (5) に示すような便宜的な取扱いでも実際問題に対応できると考える。

4. ヘルツの接触理論の近似が衝撃荷重に及ぼす影響

ヘルツの弾性接触理論における荷重 $F(t)$ と近接量 δ の関係は式 (4) に示すように非線形的関係であるが式 (6) に示すように

$$F(t) = K\delta = K(u - w) \dots\dots\dots (6)$$

線形的な関係であると仮定して本問題を解析する。鋼球の平板への侵入量 u は

$$u = V_0 t - \frac{1}{W/g} \int_0^t F(\xi)(t - \xi) d\xi \dots\dots\dots (7)$$

無限板の荷重点のたわみ w は

$$w = \frac{1}{8\sqrt{\gamma h D/g}} \int_0^t F(\xi) d\xi \dots\dots\dots (8)$$

式 (7) および式 (8) を式 (6) に代入すると

$$\begin{aligned} \frac{F(t)}{K} &= V_0 t - \frac{1}{W/g} \int_0^t F(\xi)(t - \xi) d\xi \\ &\quad - \frac{1}{8\sqrt{\gamma h D/g}} \int_0^t F(\xi) d\xi \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

式 (9) のラプラス変換を行う。

$$\begin{aligned} \frac{1}{K} \mathcal{L}\{F(t)\} &= V_0 \mathcal{L}\{t\} - \frac{1}{W/g} \mathcal{L}\{F(t)\} \mathcal{L}\{t\} \\ &\quad - \frac{1}{8\sqrt{\gamma h D/g}} \mathcal{L}\{F(t)\} \mathcal{L}\{1\} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

$\mathcal{L}\{ \}$ はラプラス変換の略号である。式 (10) を整理する

$$\mathcal{L}\{F(t)\} = \frac{KV_0}{\left\{s^2 + \frac{K}{8\sqrt{\gamma h D/g}}s + \frac{K}{W/g}\right\}} \dots\dots\dots (11)$$

s はラプラス変換変数である。式 (11) を逆変換すれば

$$F(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{KV_0}{\left\{s^2 + \frac{K}{8\sqrt{\gamma h D/g}}s + \frac{K}{W/g}\right\}} e^{st} ds \dots\dots\dots (12)$$

式 (12) のラプラス逆変換を留数計算によって行う。

$$\frac{K}{16^2 \gamma h D/g} - \frac{1}{W/g} > 0$$

であれば

$$F(t) = \frac{KV_0}{\beta} e^{-\alpha t} \sinh(\beta t) \dots\dots\dots (13)$$

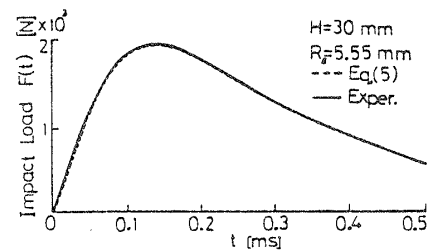
ただし

$$\alpha = \frac{K}{16\sqrt{\gamma h D/g}}, \beta = \sqrt{\frac{K^2}{16^2 \gamma h D/g} - \frac{K}{W/g}}$$

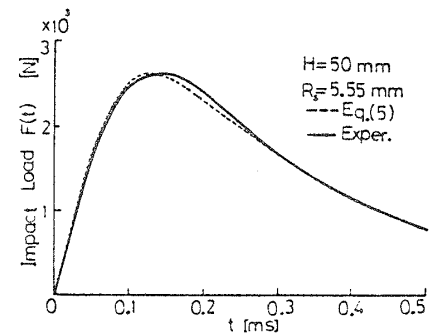
$$\frac{K}{16^2 \gamma h D/g} - \frac{1}{W/g} < 0$$

であれば

$$F(t) = \frac{KV_0}{\beta} e^{-\alpha t} \sin(\beta t) \dots\dots\dots (14)$$



(a)



(b)

図 8 式 (5) による衝撃荷重の計算結果と実験値の比較

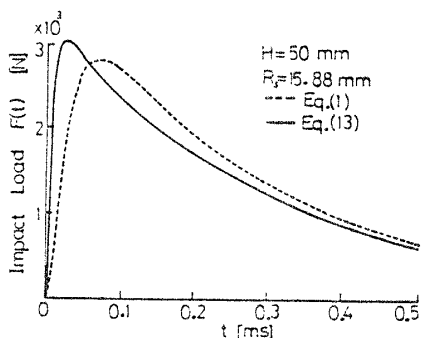


図 9 ヘルツの弾性接触理論の近似的な取扱いの検討

一般的傾向として平板の厚さが小さければ式(13)となり大きければ式(14)となる。先端半径 $R_s=15.88$ mm の球頭円柱ハンマを $H=50$ mm より落下させて平板に衝突させるときの条件を式(13)に代入して衝撃荷重 $F(t)$ を計算した結果と式(1)に代入した結果を比較して図 9 に示す。この場合式(1)の結果は実験結果とほぼ一致しているので式(13)の計算結果は実験結果と比較していると考えることができる。式(13)に基づく衝撃荷重の最大値は式(1)のそれより約 196N 大きい。一方、最大荷重に達するまでの時間は式(13)の場合は 0.025 ms であるのに対して式(1)の場合は 0.069 ms である。実験で取り上げた条件に対しては式(13)は不適当である。

式(13)と式(1)による衝撃荷重が一致する条件を求めるためにハンマの衝突速度を $V_0=3.13, 7, 19.06, 24.25$ m/s として衝撃荷重を求め図 10 に示した。衝突速度が大きくなるにしたがって両式に基づく衝撃荷重は次第に近づいていき $V_0=24.25$ m/s のとき両式による衝撃荷重は一致する。

5. 結 言

球の平板への衝突における接触部の非弾性挙動が衝撃荷重に及ぼす影響やヘルツの弾性接触理論の近似的な取扱いの適用限界について実験的に検討した。以上において明らかになったことを要約すると、

(1) 鋼球の衝突によって生じた残留くぼみよりくぼみの弾性回復量のほうが大きければ実測される衝撃荷重はヘルツの弾性接触理論に基づいて計算される値

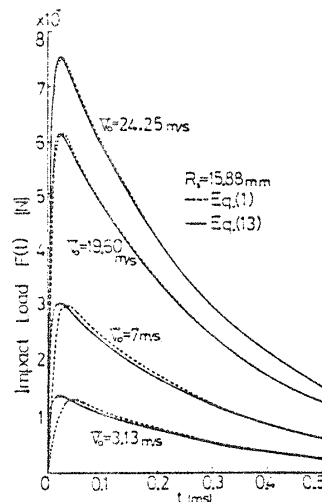


図 10 式(1)と式(13)によって計算される衝撃荷重の比較

とほぼ等しい。

(2) 残留くぼみのほうがくぼみの弾性回復量より大きい場合は衝撃荷重の最大値の実験値と理論値はほぼ等しいが最大値に達するまでの時間は実験の場合のほうが長くなる。

(3) このような場合でも荷重と近接量の関係を式(5)のように表すことによって求められる衝撃荷重は実験値と一致する。

(4) ヘルツの弾性接触理論の近似的な取扱いすなわち線形化は衝突速度が大きいときに厳密な取扱いの場合の衝撃荷重とほぼ等しくなる。これはくぼみの変形が弾性的で変形量が大きいに相当する。

本研究の数値計算には群馬大学情報処理センターの HITAC M-240 H を用いた。実験に協力された会本信秀(現、群大院生)、吉田弘一(現、曙ブレーキ工業)両君に謝意を表す。

文 献

- (1) 松本・ほか 3 名, 非破壊検査, 32-11 (昭 58), 895.
- (2) 松本・ほか 2 名, 材料, 34-376 (昭 60), 47.
- (3) Streubel, R., *Materialprüfung*, 26-11 (1984), 399.
- (4) Shivakumar, K.N., ほか 2 名, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 52-3 (1985), 674.
- (5) 宇治橋・ほか 3 名, 機論, 52-474, A (昭 61), 525.
- (6) Nash, G.E., *Int. J. Fract. Mech.*, 5-4 (1969), 269.