

## 永久磁石と電磁石よりなる磁気浮上系のアクチュエータの 開発と磁気浮上体の最適アクティブ制御\*

長屋 幸助\*<sup>1</sup>, 荒井 徳幸\*<sup>2</sup>

### A Magnetic-Levitation Actuator Using a Permanent Magnet and an Electromagnet and Its Application to Active Control of a Magnetic-Levitated Body

Kosuke NAGAYA and Noriyuki ARAI

This paper proposes an actuator in the magnetic levitation system using a permanent magnet and an electromagnet. In this system, the gravity force of the masses is supported by a strong permanent magnet in which two identical poles face each other. The vibration due to external disturbances is controlled by use of the electromagnet by changing magnetic fluxes of one of the permanent magnets. The analytical expressions for obtaining the levitation force, spring constant and the control force versus the electric current in the electromagnet were derived using the equation of the electromagnetic theory. Numerical simulations under the control using the optimal regulator for the magnetically levitated body were carried out. To verify the present theoretical results, experimental results were also obtained.

**Key Words:** Dynamics of Machinery, Magnetic Actuator, Vibration, Vibration Control, Magnetic Levitation, Magnetic Levitation Force, Optimal Control, Optimal Regulator

#### 1. 緒 言

近時磁気浮上体は摩擦がなく、経年変化に優れ、温度変化に対しても安定しているため、リニアガイドをはじめ、種々の分野で利用されるようになった。しかし磁気浮上系はそのばね力が一般に小さく、振幅に対しては必ずしも良い特性を示さないため、精密な磁気浮上系では従来電磁石によるフィードバック制御が行われてきた。しかしこの系では物体の重量を支持するためと、振動を制御するための両方に電磁力を必要とするため、強力かつ大形の電磁石を必要とし、電力消費も大きくなる。

本研究ではこれとは別に永久磁石と電磁石の組合せによる小形でかつ省エネルギー形の磁気浮上アクチュエータを開発し、それによる磁気浮上体の最適アクティブ制御を解析と実験の両面から検討したものである。

本研究で提案するアクチュエータは強力な永久磁石と電磁石からなり、機器重量の支持力としては永久磁石による磁気浮上力を用い、この系に外乱が作用した

ときの振動制御力は、電磁石により永久磁石の磁界を変化させて得る。振動制御に関しては、近年電磁石を用いた磁気軸受のアクティブ制御<sup>(1)(2)</sup>、リニアモーター、リニアガイドなどの研究<sup>(3)</sup>などが盛んに行われている。本報では外乱により発生する振動を状態フィードバック制御により消失させる方法を採用する。本アクチュエータを解析する場合、まず永久磁石と電磁石による磁気浮上力の解析が必要であるが、これについては、それぞれ永久磁石<sup>(4)</sup>、電磁石単体の解析<sup>(5)(6)</sup>は行われているものの、本系のようなシステムの解析は著者の調べた限りでは見受けられない。そこで本報では、その設計式を与えるために、まず永久磁石・電磁石系の磁界解析の結果を電磁気学に基づき誘導し、磁気浮上力を求め、それぞれの結果の妥当性を実験により確認した。ついで最適レギュレータの設計を行い、最適制御時の浮上体の応答の数値シミュレーション結果を示すと同時に、実験を行い、両者の比較検討により、系の実用化の可能性ならびに解析の妥当性を検証した。

#### 2. 磁気浮上アクチュエータの解析

**2.1 解析モデル** 本報で扱う磁気浮上アクチュエータは図1に示すようなもので、環状の永久磁石お

\* 原稿受付 平成元年8月2日。

\*<sup>1</sup> 正員、群馬大学工学部(〒376 桐生市天神町1-5-1)。

\*<sup>2</sup> 准員、(株)島津製作所(〒604 京都市中京区西ノ京桑原町1)。

よびその外径と鉄心径が等しい電磁石とが接されたもの(以下永電磁石と称する)に案内棒を取付け、固定の永久磁石と同一の永久磁石(以下可動磁石と称する)が取付けられた可動物体(以下テーブルと称する)が、固定磁石と同種の極が対向するように配置され、磁極間に作用する反発力により浮上している。このテーブルに、外乱による変位と速度が与えられた場合に、最適レギュレータによりテーブルの応答を制御する。このときの操作力は電磁石にフィードバック電流を印加し、磁気反発力を変化させることによって与えられる。本系の解析モデルは、磁気ばね力を図1の一点鎖線のばねで置き換え、摩擦などを含む減衰を等価粘性減衰で考慮すると、一点鎖線のダンパを有する一自由度系として考えることができる。操作力  $u$  は磁石間距離  $Z$  と印加電流  $I$  の関数であり、テーブルの釣合い点からの微小変位に対しては線形問題として取扱うことができる。テーブルの質量を  $m$ 、磁気ばね定数を  $k$ 、等価粘性減衰係数を  $c$ 、変位を  $x$ 、時間を  $t$  とすると、釣合い位置からの系の運動方程式は次式の行列形で表される。

$$dx(t)/dt = Ax(t) + bu(t) \dots\dots\dots (1)$$

ここに

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -p^2 & -2\mu \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix}$$

$$2\mu = c/m, \quad p^2 = k/m, \quad x(t) = [x_1 \ x_2]^T$$

$$x_1 = x, \quad x_2 = v \equiv dx/dt$$

2・2 磁束密度および磁気反発力の解析 操作力

$u$  は磁石間距離  $Z$  と印加電流  $I$  の関数であるので、これらの関係を求めるため図1のような座標系を定め

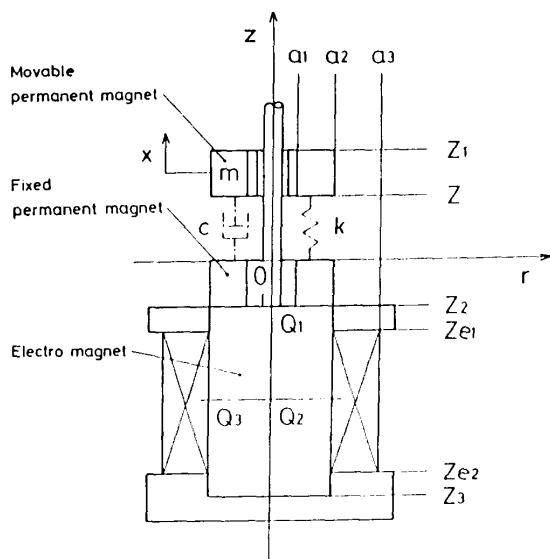


図1 磁気浮上アクチュエータの座標系と解析モデル

る。図1中  $a_1$  は永久磁石の内半径、 $a_2$  は永久磁石の外半径、 $a_3$  はコイルの外半径、 $Z$  は可動磁石の下面座標、 $Z_1$  は可動磁石の上面座標、 $Z_2$  は鉄心の上面座標、 $Z_3$  は鉄心の下面座標、 $Z_{e1}$  はコイルの上面座標、 $Z_{e2}$  はコイルの下面座標である。

円形磁石による磁場の解析にあたっては、円形電流による磁場の結果が応用できることが知られている。そこでまず大きさ  $I$ 、半径  $a$  の円形電流によって空間上の任意の1点  $P(r, z)$  における半径方向、軸方向の磁束密度  $B_r$ 、 $B_z$  を求めると

$$\left. \begin{aligned} B_r(a, r, z, I) &= \mu' I f_r(a, r, z) \\ B_z(a, r, z, I) &= \mu' I f_z(a, r, z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} f_r(a, r, z) &= \frac{1}{2\pi} \frac{z}{r \sqrt{(a+r)^2 + z^2}} \\ &\times \left[ \frac{a^2 + r^2 + z^2}{(a-r)^2 + z^2} E(K') - K(K') \right] \\ f_z(a, r, z) &= \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{(a+r)^2 + z^2}} \\ &\times \left[ \frac{a^2 - r^2 - z^2}{(a-r)^2 + z^2} E(K') + K(K') \right] \\ K(K') &= \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - K'^2 \sin^2 \theta}} \\ E(K') &= \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - K'^2 \sin^2 \theta} d\theta \\ K'^2 &= 4ar / [(a+r)^2 + z^2] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

式(3)中  $\mu'$  は空気中の透磁率、 $K(k')$  は第1種完全だ円積分  $E(k')$  は第2種完全だ円積分、 $k'$  はその母数である。

次に図1に示す磁気浮上系のコイルに大きさ  $I$  の印加電流が流れたとき、点  $P$  に作られる  $r$  方向、 $z$  方向の磁束密度  $B_r$ 、 $B_z$  を求める。

まず、コイルによって作られる  $r$  方向、 $z$  方向の磁束密度  $B_{esr}$ 、 $B_{esz}$  は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} B_{esr}(r, z, I) &= \mu' i F_{esr}(r, z) \\ B_{esz}(r, z, I) &= \mu' i F_{esz}(r, z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} i &= NI / [(a_3 - a_2)l] \\ F_{esr}(r, z) &= \int_{a_2}^{a_3} \int_{z_{e2}}^{z_{e1}} f_r(a, r, z - \xi) d\xi da \\ F_{esz}(r, z) &= \int_{a_2}^{a_3} \int_{z_{e2}}^{z_{e1}} f_z(a, r, z - \xi) d\xi da \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

また  $N$  は電磁石に巻いたコイルの巻き数、 $l$  はコイル長、 $i$  はコイルの単位面積当たりの印加電流である。

さらにコイルの作る磁界により鉄心は磁化される。空心コイルの内部に作られる磁界  $H_0(I) = B_0(I) / \mu'$  は

近似的に一樣で、鉄心も一樣に磁化されると仮定し、鉄心の比透磁率を  $\mu_0 (\gg 1)$ 、反磁界係数を  $n$  とすると、コイルによる鉄心の磁化の強さ  $J_{ce}$  は

$$J_{ce}(I) = B_0(I)/n \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで  $B_0$  は図 1 に示す鉄心の中心軸上の 2 点  $Q_1$ 、 $Q_2$  と側面上の点  $Q_3$  におけるコイルによる軸方向の磁束密度の平均値を用いる。

これらよりコイルの作る磁界により磁化された鉄心が点 P の位置に作る  $r$  方向、 $z$  方向の磁束密度  $B_{ecr}$ 、 $B_{ecz}$  は

$$\left. \begin{aligned} B_{ecr}(r, z, I) &= J_{ce}(I)F_{ecr}(r, z) \\ B_{ecz}(r, z, I) &= J_{ce}(I)F_{ecz}(r, z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} F_{ecr}(r, z) &= \int_{z_3}^{z_2} f_r(a_2, r, z - \xi) d\xi \\ F_{ecz}(r, z) &= \int_{z_3}^{z_2} f_z(a_2, r, z - \xi) d\xi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

一方固定永久磁石は、その下面 ( $Z = Z_2$ ) で電磁石の鉄心と接合しているため、永久磁石により鉄心が磁化される。その磁化の強さ  $J_{cp}$  を求めるため、まず固定永久磁石がその下面に作る磁束  $\Phi_p$  と、磁化された鉄心が固定磁石の下面に作る磁束  $\Phi_{cp}$  を求めると、それらはそれぞれ次式で与えられる。

$$\Phi_p = 2\pi J_0 \cdot G_p, \quad \Phi_{cp} = 2\pi J_{cp} \cdot G_{cp} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} G_p &= \sqrt{G_{pr}^2 + G_{pz}^2} \\ G_{cp} &= \sqrt{G_{cpr}^2 + G_{cpz}^2} \\ G_{pr} &= \int_{a_1}^{a_2} \int_{z_2}^0 [f_r(a_2, r, Z_2 - \xi) - f_r(a_1, r, Z_2 - \xi)] r d\xi dr \\ G_{pz} &= \int_{a_1}^{a_2} \int_{z_2}^0 [f_z(a_2, r, Z_2 - \xi) - f_z(a_1, r, Z_2 - \xi)] r d\xi dr \\ G_{cpr} &= \int_{a_1}^{a_2} \int_{z_3}^{z_2} f_r(a_2, r, Z_2 - \xi) r d\xi dr \\ G_{cpz} &= \int_{a_1}^{a_2} \int_{z_3}^{z_2} f_z(a_2, r, Z_2 - \xi) r d\xi dr \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 $J_0$  は永久磁石の磁化の強さである。永久磁石の作る磁束のうち  $\nu$  は漏れて、全体の  $(1 - \nu)$  が鉄心に入るとすると次式が成立する。

$$\Phi_{cp} = (1 - \nu)\Phi_p \quad \dots\dots\dots (11)$$

式(11)に式(9)を代入すると

$$J_{cp} = G_p(1 - \nu)J_0/G_{cp} \quad \dots\dots\dots (12)$$

これにより固定永久磁石によって磁化された鉄心と固定永久磁石が点 P の位置に作る  $r$  方向、 $z$  方向の磁束密度  $B_{pr}$ 、 $B_{pz}$  は

$$\left. \begin{aligned} B_{pr}(r, z) &= J_0 \cdot F_{pr}(r, z) \\ &+ J_{cp} \cdot F_{ecr}(r, z) \\ B_{pz}(r, z) &= J_0 \cdot F_{pz}(r, z) \\ &+ J_{cp} \cdot F_{ecz}(r, z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} F_{pr}(r, z) &= \int_{z_2}^0 [f_r(a_2, r, z - \xi) - f_r(a_1, r, z - \xi)] d\xi \\ F_{pz}(r, z) &= \int_{z_2}^0 [f_z(a_2, r, z - \xi) - f_z(a_1, r, z - \xi)] d\xi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

なお  $F_{ecr}$ 、 $F_{ecz}$  は式(8)に示した。

可動磁石は固定磁石と逆向きに磁化されているから、可動磁石が点 P の位置に作る  $r$  方向、 $z$  方向の磁束密度  $B_{mr}$ 、 $B_{mz}$  は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} B_{mr}(r, z) &= -J_0 \cdot F_{mr}(r, z) \\ B_{mz}(r, z) &= -J_0 \cdot F_{mz}(r, z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} F_{mr}(r, z) &= \int_z^{z_1} [f_r(a_2, r, z - \xi) - f_r(a_1, r, z - \xi)] d\xi \\ F_{mz}(r, z) &= \int_z^{z_1} [f_z(a_2, r, z - \xi) - f_z(a_1, r, z - \xi)] d\xi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

したがって、点 P の位置における  $r$  方向、 $z$  方向の磁束密度  $B_r$ 、 $B_z$  はこれらを足し合せて

$$\left. \begin{aligned} B_r(r, z, I) &= B_{pr}(r, z) + B_{ecr}(r, z, I) \\ &+ B_{esr}(r, z, I) + B_{mr}(r, z) \\ B_z(r, z, I) &= B_{pz}(r, z) + B_{ecz}(r, z, I) \\ &+ B_{esz}(r, z, I) + B_{mz}(r, z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

となる。なお永電磁石のみの作る  $r$  方向、 $z$  方向の磁束密度  $B_{fr}$ 、 $B_{fz}$  は上式において  $B_{mr} = B_{mz} = 0$  とおくことにより求められる。

永久磁石間に働く磁気反発力の解析は、小島<sup>(4)</sup>によって行われている。それによると軸方向磁束密度  $B_z = 0$  を満たす  $z$  を  $Z_m$  とすると、 $Z_m$  は磁石間距離  $Z$  の関数となり、磁気反発力  $R_f$  は  $B_r$  のみの関数として与えられることが知られている。しかし本系の場合、電磁石による影響があるので  $Z_m$  は  $r$  が変化すると複雑に変化する。したがって  $Z_m$  の代表値として中心軸上 ( $r = 0$ ) での値を用いると、 $r = 0$  以外の面上で  $B_z = 0$  とならないので、この影響を考慮して  $R_f$  は次式で表される。(付録参照)。

$$\left. \begin{aligned} R_f(Z, I) &= -\frac{\pi}{\mu_0} \int_0^\infty [B_z^2(r, Z_m, I) \\ &- B_z^2(r, Z_m, I)] r dr \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

これよりテーブルに働く操作力  $u$  は次式で表され

る。

$$u(Z, I) = R_f(Z, I) - R_f(Z, 0) \dots\dots\dots (19)$$

**2.3 数値計算および測定結果** 表1に数値計算と実験に用いた永久磁石と電磁石の諸元を示す。なお鉄心の材料はSS41を用いた。

鉄心は円柱形であるが、その軸方向に一様な磁場中におかれた場合、鉄心の長さを  $L$  とすると寸法比  $x = L/(2a_2)$  と反磁界係数  $n$  の関係は Bozorth<sup>(7)</sup> により実験的に求められている。図2に  $x=0$  から10までの結果を示す。本電磁石では  $x=1.20$  であるので、図2より  $n=0.21$  となる。

また、漏れ係数  $\nu$  は未知であるため、永電磁石の磁極面に近い  $r=1.0 \times 10^{-2}$  m,  $z=5.1 \times 10^{-3}$  m における  $B_{pz}$  の値から式(11), (12)より  $\nu$  を求め、その値を磁石全体の漏れ係数と仮定した。漏れ係数を決定する式は次式となる。

$$\nu = \frac{G_{cp}}{J_0 \cdot G_p \cdot F_{ecz}(r, z)} [J_0 \cdot F_{pz}(r, z) - B_{pz}(r, z)] + 1 \dots\dots\dots (20)$$

実測の結果、 $B_{pz}=0.205$  Wb/m<sup>2</sup> で  $\nu=0.398$  が得られた。

これらを用いて、 $z$  を一定とし  $r$  を零から  $4.0 \times 10^{-2}$  m まで変化させた場合の  $B_{rz}$  と  $B_{rz}$  を  $I=0, 2, -2$  A として式(17)より計算した。結果を図3, 4に示す。なお実測値もあわせ示した。図3は  $z=7.0 \times 10^{-3}$  m における  $B_{rz}$  の分布である。固定磁石の磁極面上では実測値との誤差がわずかに大となるが、その外側の領域ではほぼ一致している。図4は  $z=5.1 \times 10^{-3}$  m における  $B_{rz}$  の分布であり、すべての  $r$  にわたって実測値とほぼ一致している。

次に式(18)を用いて、 $Z$  を  $4.0 \times 10^{-2}$  から  $7.0 \times 10^{-2}$  m まで変化させたときの磁気反発力  $R_f$  を、 $I=0, 2, -2$  A の場合について計算した。結果を実測値とともに図5に示す。なお実測値はテーブル質量の大きさを

変えて、磁気反発力  $R_f [=mg$  ( $g$  は重力の加速度で  $g=9.807$  m/s<sup>2</sup>)] と磁石間距離の関係を求めたものである。磁石間距離  $Z$  が小さい場合に若干誤差が大きくなるものの、計算値と実測値はほとんど一致している。ここで式(18)で与えられる  $R_f(Z, 0)$  を  $m(Z) = R_f(Z, 0)/g$  により質量に換算すると、テーブル質量の大きさ  $m$  [kg] と磁石間距離  $Z$  [m] の関係式が得られる。これより  $Z$  を  $m$  の四次関数で近似し次式を得る。

$$Z = (4.676 \times 10^{-2})m^4 - (1.711 \times 10^{-1})m^3 + (2.484 \times 10^{-1})m^2 - (1.916 \times 10^{-1})m + (1.102 \times 10^{-1}) \text{ [m]} \dots\dots\dots (21)$$

印加電流と操作力の関係を調べるため、テーブル質量の大きさを2種類選んで数値計算と実測を行った。式(21)より  $m=0.517$  kg のとき  $Z=5.72 \times 10^{-2}$  m,  $m=0.717$  kg のとき  $Z=4.98 \times 10^{-2}$  m が得られた。この二つの場合について式(19)を用い、 $I$  を  $-2.0$  から  $2.0$  A まで変化させたときの操作力  $u$  を計算した。結果を実測値とともに図6に示す。図6より計算値と実測値はよく一致し、操作力は印加電流に比例することがわかる。これより式(19)は次式のように表される。

$$u(Z, I) = u_0(Z) \cdot I \dots\dots\dots (22)$$

ここに

$$u_0(Z) \equiv R_f(Z, I) - R_f(Z, 0) \dots\dots\dots (23)$$

すなわち  $u_0$  は単位印加電流による操作力である。ここで前述した  $Z$  の範囲で、式(23)を用いて  $u_0$  を計算した。結果を図7に示す。これより  $u_0$  を  $Z$  の三次関数で近似し次式を得る。

表1 永久磁石と電磁石の諸元

Magnetization strength	$J_0$	0.835(Wb/m <sup>2</sup> )
Radius of a hole of the permanent magnet	$a_1$	$6.5 \times 10^{-3}$ (m)
Outer radius of the permanent magnet	$a_2$	$23 \times 10^{-3}$ (m)
Thickness of the permanent magnet		$15 \times 10^{-3}$ (m)
Length of the core	$L$	$55 \times 10^{-3}$ (m)
Number of turn of the coil	$N$	570
Length of the coil	$l$	$45 \times 10^{-3}$ (m)
Outer radius of the coil	$a_3$	$34 \times 10^{-3}$ (m)
Magnetic permeability in the air	$\mu'$	$4\pi \times 10^{-7}$ (Wb/ATm)

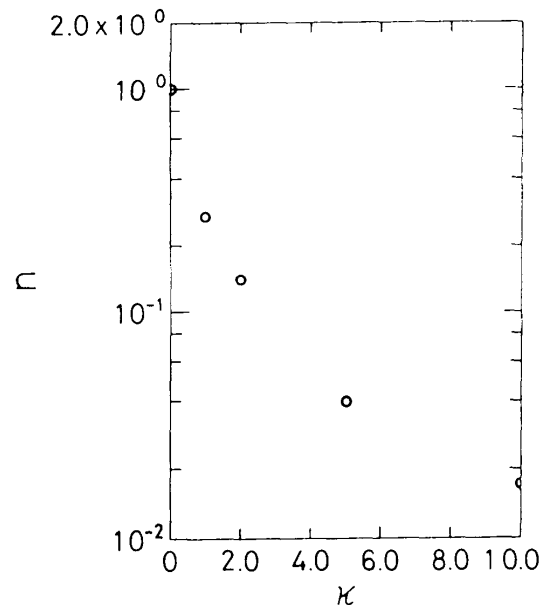


図2 寸法比  $x$  と反磁界係数  $n$  の関係 (Bozorth<sup>(7)</sup>の実験結果)

$$u_0 = -(4.938 \times 10^3)Z^3 + (1.095 \times 10^3)Z^2 - (8.741 \times 10^1)Z + 2.642 \quad [\text{N/A}] \quad \dots\dots\dots (24)$$

式(21), (22), (24)より操作力  $u$  がテーブル質量の大きさと印加電流の値により表すことができる。

### 3. 制御系の設計

本系の変位と速度を状態変数として最適レギュレータの設計を行う。

まず評価関数  $J$  は変位と操作力を最小とするように次式のようにおく。

$$J = \int_0^{\infty} [\mathbf{x}(t)^T \mathbf{P} \mathbf{x}(t) + qu^2(t)] dt \quad \dots\dots\dots (25)$$

ここに

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_1 & 0 \\ 0 & p_2 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{P}$  は変位と速度の相対的の重みを表す行列で,  $p_1/q$ ,  $p_2/q$  は, 各状態変数の操作力との相対的な重みを表す。本系のカルマン方程式は

$$(s^2 + 2\mu s + p^2)(s^2 - 2\mu s + p^2) + \frac{1}{q} [1, -s] \begin{bmatrix} p_1/m^2 & 0 \\ 0 & p_2/m^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ s \end{bmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots (26)$$

これを解くと

$$s^2 = (\alpha + \beta)/2, \quad s^2 = (\alpha - \beta)/2 \quad \dots\dots\dots (27)$$

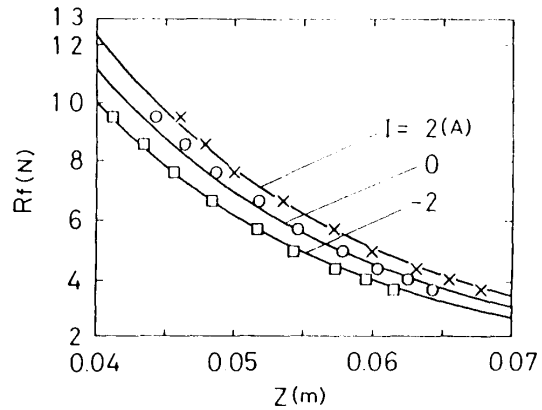


図5 磁石間距離  $Z$  と磁気反発力  $R_r$  の関係 (—: 計算値, ○×□: 実測値)

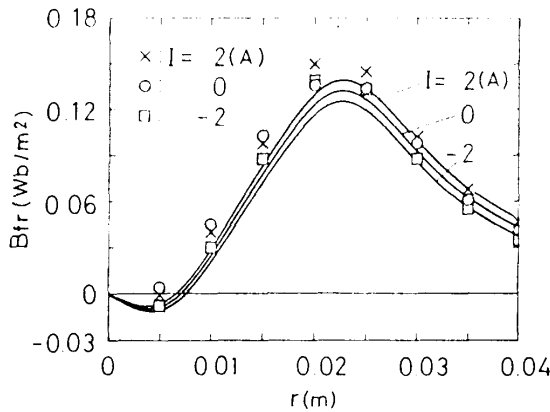


図3 永電磁石による半径方向磁束密度分布 ( $z = 7.0 \times 10^{-3} \text{ m}$  —: 計算値, ○×□: 実測値)

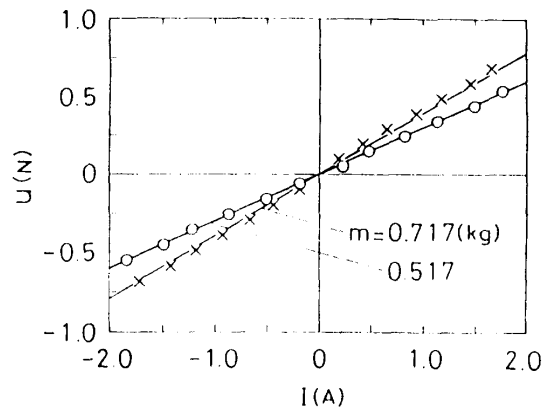


図6 印加電流  $I$  と操作力  $u$  の関係 (—: 計算値, ○×□: 実測値)

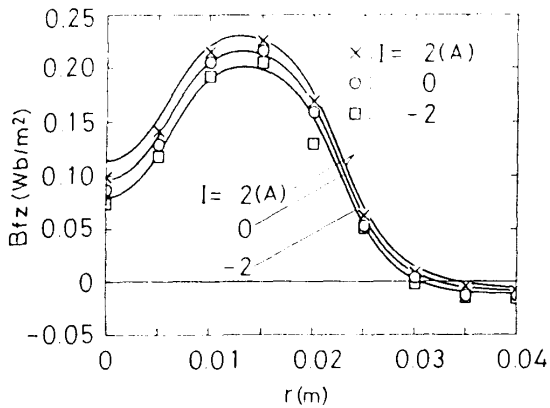


図4 永電磁石による軸方向磁束密度分布 ( $z = 5.1 \times 10^{-3} \text{ m}$ , —: 計算値, ○×□: 実測値)

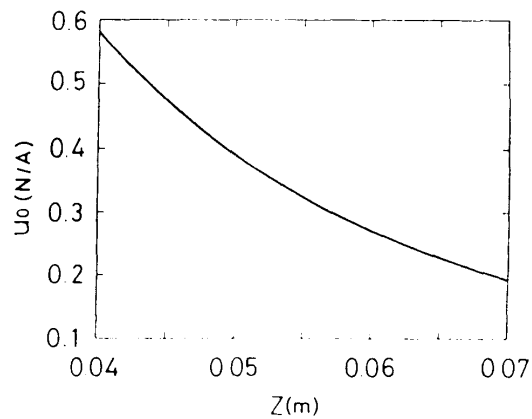


図7 磁石間距離  $Z$  と単位印加電流による操作力  $u_0$  の関係

ここに

$$\alpha = -2p^2 + 4\mu^2 + p_2/(qm^2)$$

$$\beta = \{ [2p^2 - 4\mu^2 - p_2/(qm^2)]^2 - 4[p^4 + p_1/(qm^2)]^2 \}^{1/2}$$

式(27)で実部が負である2根を $\lambda_1, \lambda_2$ とすれば、これらが最適極となる。これより最適フィードバック係数 $f_1, f_2$ は次式で求められる。

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= m(\lambda_1\lambda_2 - p^2) \\ f_2 &= m(-\lambda_1 - \lambda_2 - 2\mu) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

また状態量の応答は $f^0 = [f_1 \ f_2]$ とおくと、次式で与えられる。

$$x(t) = \exp[(A - bf^0)t]x(0) \dots\dots\dots (29)$$

4. 磁気浮上体の応答の数値計算および実験

4.1 ばね定数および等価粘性減衰係数の決定

テーブルの変位応答を求める際、まず、ばね定数 $k$ と等価粘性減衰係数 $c$ を求める必要がある。

まず式(18)において印加電流 $I=0$  Aとし、磁石間距離 $Z$ を2 mm おきに選んで永久磁石のみの磁気反発力 $R_f$ を計算する。続いて、となりあう2点間の変化の割合を求め、その絶対値を中点における磁気ばね定数とした。 $Z$ を前章の範囲で計算した結果を図8に示す。これより $k$ を $Z$ の三次関数で近似し次式を得る。

$$\begin{aligned} k &= -(1.025 \times 10^7)Z^3 + (2.123 \times 10^6)Z^2 \\ &\quad - (1.531 \times 10^5)Z + (3.946 \times 10^3) \quad [\text{N/m}] \end{aligned} \dots\dots\dots (30)$$

なお $Z$ は式(21)よりテーブル質量の大きさから計算される。

次に $c$ はテーブルを自由振動させ、その振動波形から対数減衰率を求めて実験的に決定する。本実験装置では $c=2.8$  N·s/m が得られた。

4.2 数値計算結果

数値計算では、テーブルの質量 $m$ を実測に用いた0.517 kgに選び、また磁気ばね定数は式(30)より得られた $k=216$  N/mとする。状態量の初期条件を $x(0)=2.0 \times 10^{-3}$  m,  $v(0)=0$  m/sとして変位を計算した結果を図10(a)と図11(a)に示す。図10は $p_1/q=p_2/q=10^{-5}$ とした非制御の応答で、図11は $p_1/q=100, p_2/q=50$ とした制御時の応答である。制御することにより変位は相当速く零に整定することがわかる。なお、このときの最適フィードバック

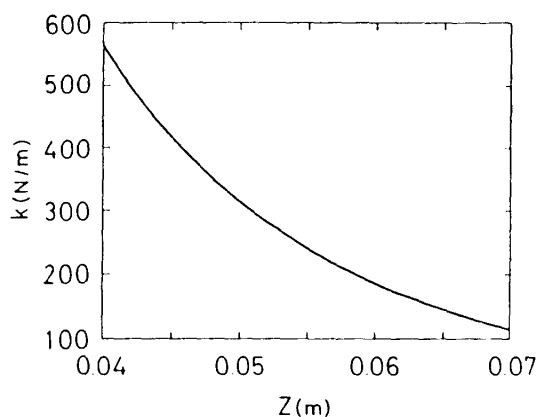


図8 磁石間距離 $Z$ と磁気ばね定数 $k$ の関係

- ① Noncontact displacement sensor
- ② Table
- ③ Movable permanent magnet
- ④ Fixed permanent magnet
- ⑤ Electro magnet
- ⑥ D.C. voltmeter
- ⑦ D.C. cancel adapter
- ⑧ Differentiating circuit
- ⑨ Adding circuit
- ⑩ Power amp.
- ⑪ Pen recorder

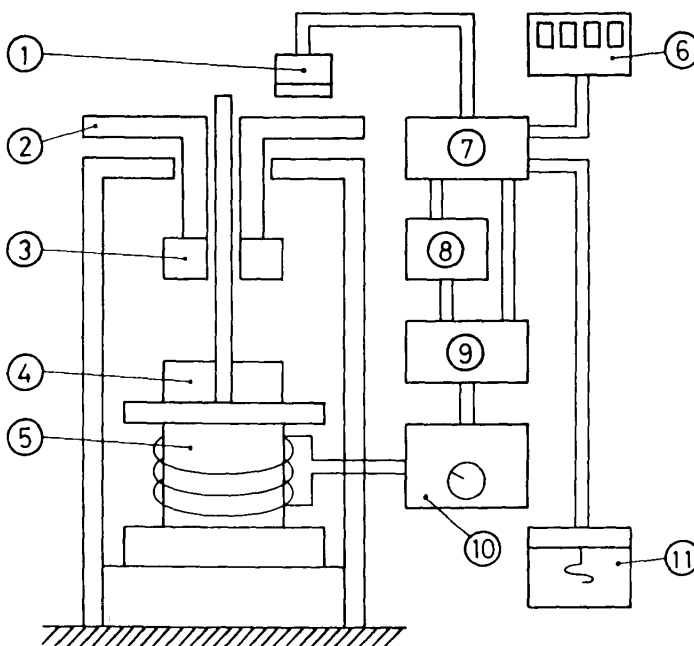


図9 実験装置概略

係数は  $f_1=0.23 \text{ N/m}$ ,  $f_2=4.82 \text{ N}\cdot\text{s/m}$  となった。

**4.3 実験装置および実験結果** 図9に実験装置の概略を示す。テーブル②はアルミニウム製で、その上面の変位を非接触変位計①で検出し、直流分キャンセルアダプタ⑦を通して釣合い位置での出力電圧を零とする。この出力電圧を分岐し、一つは微分回路⑧を通して速度電圧に変換し加算回路⑨の速度端子に入力する。もう一つは加算回路の変位端子に入力する。加算回路では変位電圧と速度電圧をそれぞれの最適フィードバック係数に等しい割合で加算し、その出力電圧をパワーアンプ⑩で増幅し、必要な操作電流を得る。テーブルの変位は直流分キャンセルアダプタからの出力電圧をペン書きオシロ⑪に記録する。また外乱として与える初期変位は電圧計⑥で監視して決定する。

実験では状態変数は電圧信号として扱うので、両者の定量的な関係を求める必要がある。そこで変位電圧を  $V_x[\text{V}]$ 、速度電圧を  $V_v[\text{V/s}]$ 、非接触変位計の換算率を  $A_s[\text{m/V}]$ 、コイルの抵抗を  $R_c[\Omega]$  とすると、パワーアンプの出力電圧  $V_p[\text{V}]$  は次式で表される。

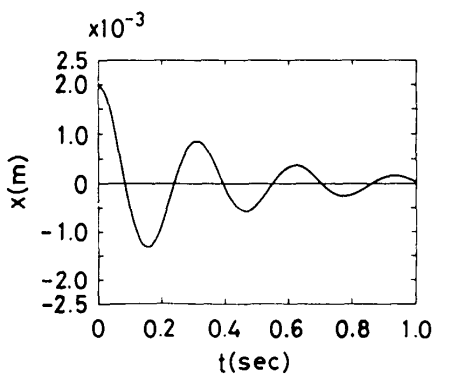
$$V_p = -\frac{f_1 \cdot R_c \cdot A_s}{u_0(Z)} V_x - \frac{f_2 \cdot R_c \cdot A_s}{u_0(Z)} V_v \quad (\text{V}) \quad \dots\dots\dots (31)$$

変位電圧、速度電圧の増幅率をそれぞれの最適フィードバック係数に等しくなるように加算回路を構成すると、最終段のパワーアンプ増幅率  $A_p$  は次式のように与えられる。

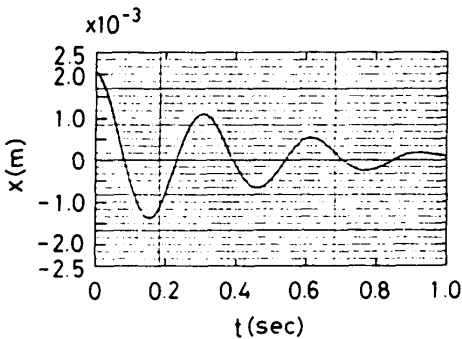
$$A_p = R_c \cdot A_s / u_0(Z) \quad [\text{m/N}] \quad \dots\dots\dots (32)$$

初期変位を  $x(0)=2.0 \times 10^{-3} \text{ m}$  としてテーブルを自由振動させた場合の実験結果を図10(b)に示す。また数値計算で得られた最適フィードバック係数を用いて実験を行った結果を図11(b)に示す。図より理論値と実験値を比較するとほぼ一致するが、実験値のほうが速く整定することがわかる。これはおもに、振幅が小さくなると、テーブルと案内棒とのしゅう動部での固体摩擦による影響が大きくなるためと考えられる。

**4.4 重み行列の影響** 制御時に重み行列がテーブルの応答におよぼす影響を調べるため、係数  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $q$  を変化させて数値計算を行った。結果を図12に示す。実線は図10(a)に示した  $p_1/q=100$ ,  $p_2/q=50$  の結果である。また破線は変位の重み  $p_1$  をその値より100倍した場合で、最適フィードバック係数は、 $f_1=22.0 \text{ N/m}$ ,  $f_2=6.18 \text{ N}\cdot\text{s/m}$  である。また一点鎖線は速度の重み  $p_2$  を10倍した場合で、 $f_1=0.23 \text{ N/m}$ ,  $f_2=$



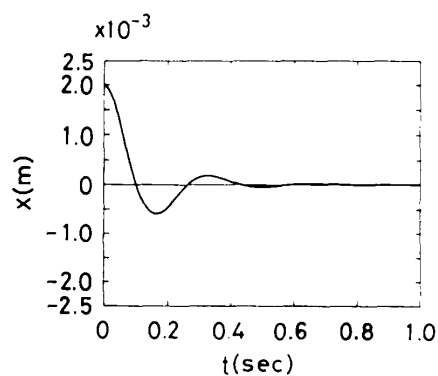
(a) 計算結果



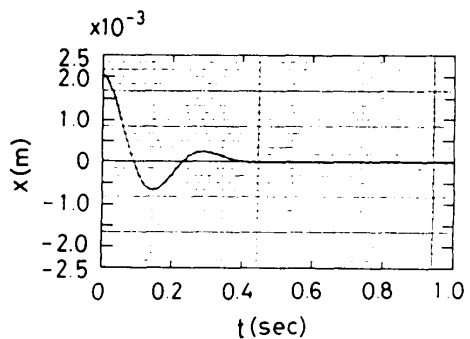
(b) 実験結果

( $m=0.517 \text{ kg}$ ,  $c=2.8 \text{ N}\cdot\text{s/m}$ ,  $p_1/q=10^3$ ,  $p_2/q=10^2$ )

図10 非制御時のテーブルの変位



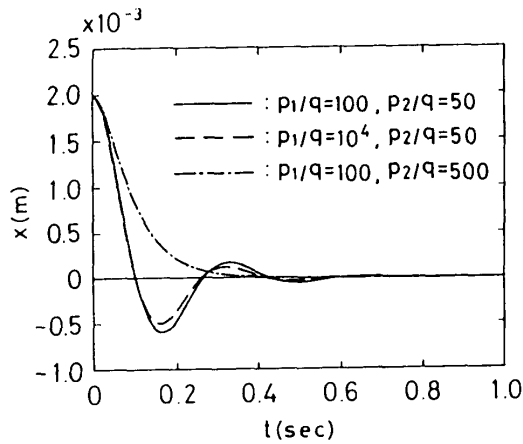
(a) 計算結果



(b) 実験結果

( $m=0.517 \text{ kg}$ ,  $c=2.8 \text{ N}\cdot\text{s/m}$ ,  $p_1/q=100$ ,  $p_2/q=50$ )

図11 制御時のテーブルの変位



( $m=0.517$  kg,  $c=2.8$  N·s/m)

図 12 重み係数を変えた場合のテーブルの変位

19.7 N·s/m である。これより  $p_1$ ,  $p_2$  を変化させることにより系のばね特性と減衰特性が変化でき、テーブルの変位をより速く零に整定させることがわかる。

## 5. 結 言

永久磁石と電磁石により構成される磁気浮上アクチュエータを提案し、最適レギュレータによる設計方法を示し、実験によりその妥当性ならびに実用化の可能性を吟味した。得られた結果を要約すると次のよう

ある。

(1) 本解法による磁気反発力の計算結果は実測値とよく一致し、電磁石と永久磁石を組合せた磁気浮上系の解析に応用できる。

(2) 最適レギュレータによる磁気浮上体の応答の計算結果は、実験結果とよく一致し、本解析が妥当な結果を与えることが明らかにされた。

(3) 本提案のアクチュエータは機器の支持力に永久磁石を用いており、外乱に対してだけ電磁石により最適制御を行うので、アクティブ制御とはいうものの、その使用電力は小さい、また設計式も完全に得られたので、容易に実用化できるものと思われる。

本報をまとめるにあたり、ご協力をいただいた群馬大学大学院生 渥美全弘君に謝意を表する。

## 付 録 磁気反発力の誘導

磁界内の領域に作用する力  $F$  の  $p$  方向成分  $F_p$  は、Maxwell の応力テンソルを用いて次式で与えられる。

$$F_p = \int_s T_{pq} n_q dS \quad \dots \quad (33)$$

ここに  $T_{pq}$  は応力テンソル、 $n_q$  は微小面積  $dS$  の法線ベクトルの  $q$  方向成分である。ここで  $T_{pq}$  は円筒座標系では次式のように表される。

$$T_{pq} = \begin{bmatrix} T_{rr} & T_{r\theta} & T_{rz} \\ T_{\theta r} & T_{\theta\theta} & T_{\theta z} \\ T_{zr} & T_{z\theta} & T_{zz} \end{bmatrix} = \frac{1}{\mu} \begin{bmatrix} (B_r^2 - B_\theta^2 - B_z^2)/2 & B_r B_\theta & B_r B_z \\ B_\theta B_r & (B_\theta^2 - B_z^2 - B_r^2)/2 & B_\theta B_z \\ B_z B_r & B_z B_\theta & (B_z^2 - B_r^2 - B_\theta^2)/2 \end{bmatrix} \quad \dots \quad (34)$$

これより本系の可動磁石に働く磁気反発力  $R_f$  は

$$R_f = -F_z = \int_s (T_{zr} n_r + T_{z\theta} n_\theta + T_{zz} n_z) dS \quad \dots \quad (35)$$

となる。ここで積分領域を磁石の中心軸上で  $B_z=0$  となる点  $P(0, Z_m)$  を通り、中心軸に平行な平面にとると、 $n_r = n_\theta = 0$  である。また磁界の対称性から  $B_\theta=0$  となる。これらを考慮して式(34)を(35)に代入すると、

$$R_f = -\frac{1}{2\mu} \int_0^\infty 2\pi r (B_z^2 - B_r^2) dr \quad \dots \quad (36)$$

式(36)を整理すると式(18)が得られる。

## 文 献

- (1) 雫本・ほか3名, 機論, 54-504, C(1988), 1663.
- (2) 野波・ほか2名, 機論, 54-507, C(1988), 2668.
- (3) 永井, 機論, 52-478, C(1986), 1780.
- (4) 小島, 精密機械, 44-5(1978), 609.
- (5) 服部・朝野, 電気学会論文誌, A, 104-2(1984), 105.
- (6) 飯野・ほか3名, 機論, 54-504, C(1988), 1654.
- (7) Bozorth R. M., *Ferromagnetism*, (1951), 849, D. van Nostrand Co., Princeton.