

反発形磁気浮上除振台の外乱相殺と  
状態フィードバック組合せ制御\*遠藤 正規<sup>\*1</sup>, 長屋 幸助<sup>\*2</sup>, 渥美 全弘<sup>\*3</sup>Combination Methods of Disturbance Cancellation  
and State Feedback Controls for Vibration Isolation  
Table Levitated by Repulsive-Type Actuator

Masanori ENDOH, Kosuke NAGAYA and Masahiro ATSUMI

This paper proposes a method for controlling vibrations of a magnetic levitation table. The system considered in this paper is composed of permanent magnet and a permanent magnet with an electromagnet. The vibration is controlled by changing magnetic flux density of the permanent magnet by controlling electrical current in a coil of the electromagnet. Two kinds of control techniques are combined. One is the disturbance cancellation control in which the variation of the levitation force is controlled, which corresponds to the external force due to disturbances, and the other is the state feedback control. Experimental tests have been carried out to discuss the validity of this technique. The experimental results show that the technique proposed in this paper is applicable to isolate vibrations, and the transmissibility can be controlled to be nearly zero.

**Key Words:** Vibration Control, Transmissibility, Control Device, Disturbance Cancellation Control, Magnetic Actuator, Magnetic Levitation

## 1. 緒 言

近年測定器, 加工機の精密化, 高精度化に伴い, これらに伝達される振動を極微小化することが重要な課題となっている。このような状況の中で, 除振技術はパッシブ制御からアクティブ制御が主流となってきたが, 一般には空気ばね等の非常に柔らかいばねでテーブルを支え伝達率を小さくする方法が普及している。この場合, 共振点における変位振幅の大きさは, 系の外部粘性に支配され床の変位より大となる。一方アクティブ制御により外部より強制的に減衰力を付加する方法は共振点での共振を防止する<sup>(1)</sup>が, この場合も強制振動数が零に近い低周波数域での変位の伝達は1となる。すなわち, これまでの除振技術では受動形はもとよりアクティブ制御でも全周波数域でテーブル振動の最大振幅を床振幅より小さくすることは不可能であった。

一方磁気浮上系は, 近年種々の分野に応用され, 磁気浮上鉄道<sup>(1)~(3)</sup>, リニアガイド<sup>(4)</sup>, 磁気軸受<sup>(5)~(9)</sup>などの研究が活発に行われており, 長屋・荒井らは積載荷

重の変動の大きな系に対して永久磁石と電磁石との結合により鉄心の磁化電流を有効に利用し, 小さな操作電流で外乱による振動を制御するアクチュエータを開発しレギュレータ問題に適用した<sup>(10)</sup>。本報は, 上記レギュレータをさらに発展させ除振台への応用を図ったものである。

本研究では, 床に設置した圧電式加速度センサにより加速度を検出し, 床の変位により発生する外力に等価な負の電流をコイルに印加し永久磁石の磁束を変化させて外乱の相殺を図ることにより変位の伝達率をほぼ零にする除振法を提案する。本方法を用いた除振台は, 本質的に従来の制御法と異なり床からの加振力そのものを相殺するため, 原理的には最大伝達率を零にすることが可能である。しかし実際には, アクチュエータの応答遅れ, 電流評価等に誤差があるため伝達率を完全に零にすることはできないが, 従来形の除振機構に比べ伝達率を相当小さくすることが可能である。さらに, 磁気浮上系は外部粘性が小さいため共振点では微小な外乱加振でも伝達率が大きくなる。そこで本研究では上記外乱相殺制御に加え, 共振点でのピーク値を抑制するため状態フィードバック制御を併用する。

解析では, まずアクチュエータの磁束密度, 浮上力, 操作力, 磁気浮上系の磁気ばね定数を理論的に求め,

\* 原稿受付 平成3年9月26日。

<sup>\*1</sup> 正員, 花王(株) (●321-34 栃木県芳賀郡市貝町赤羽2606)。<sup>\*2</sup> 正員, 群馬大学工学部 (●376 桐生市天神町1-5-1)。<sup>\*3</sup> 准員, 本田技研工業(株) (●107 港区南青山2-1-1)。

床の変位による外乱を打ち消すために必要な操作電流値を求める式を提示した。次に実験を行い実際に外乱相殺制御により伝達率をかなり小さくできることを示し、さらに状態フィードバック制御を併用した場合、共振も現れず浮上テーブルの変位を零とすることができ、床のみが振動し浮上体を静止した状態にできることを明らかにした。

2. 解析モデル

本報で解析するモデルの概略図を図1に示す。質量の搭載された剛体棒(テーブル)は、その両端におおの同極が対向されるように設置された磁石により浮上している。図中  $M_0$  は搭載物とテーブルの全質量、 $l$  は左右磁石間距離、 $l_1, l_2$  はおおの重心から左右磁石中心までの距離である。以下左磁石中心位置に1の符号、右磁石中心位置に2の符号を付して本系の床が加振される場合のテーブルの振動を低減するアクティブ制御による除振問題について考える。

2.1 磁束密度および磁気反発力の解析 本報では、床に設置された磁石に図2のような永久磁石に電磁石を接着したアクチュエータ(以下、永電磁石と称する)を用いており、この電磁石のコイルの電流量を操作することにより永久磁石の磁束を変化させ浮上力の制御を行う。

表1に本報で用いた永久磁石および電磁石の諸元を

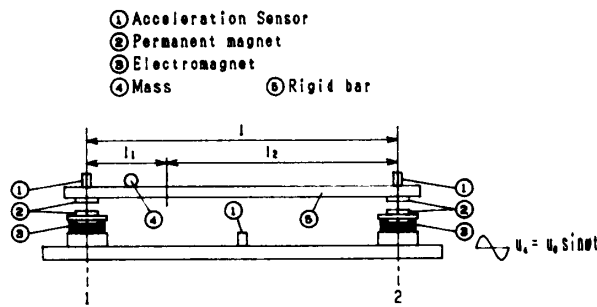


図1 解析モデル

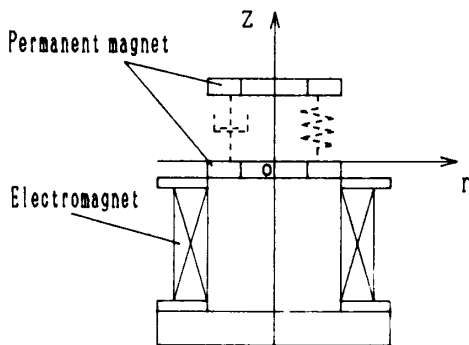


図2 磁気浮上系の座標系

示す。なお鉄心にはSS41を用いた。表1の諸元から、まず永電磁石の半径方向および軸方向の磁束密度を数値計算した結果を図3、図4に示す。本報では中空の環状磁石を用いているので、中空部分での磁束密度が急激に小さくなるのがわかる。浮上力は、文献(10)により、磁石間距離と操作電流から

$$u(z, I) = R_r(z, I) - R_r(z, 0) \dots\dots\dots (1)$$

表1 永久磁石と電磁石の諸元

for Permanent magnet	
Magnetization strength	0.845 (T)
Outer radius	$22 \times 10^{-3}$ (m)
Radius of a hole	$14 \times 10^{-3}$ (m)
Thickness	$7 \times 10^{-3}$ (m)
for Electromagnet	
Length of the core	$55 \times 10^{-3}$ (m)
Number of turn of the coil	613
Length of the coil	$45 \times 10^{-3}$ (m)
outer radius of the coil	$30 \times 10^{-3}$ (m)
Magnetic permeability in the air	$4\pi \times 10^{-7}$ (Wb/ATm)

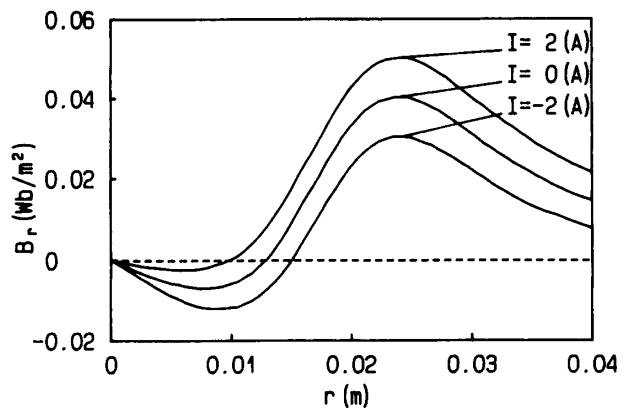


図3 永電磁石の半径方向磁束密度分布

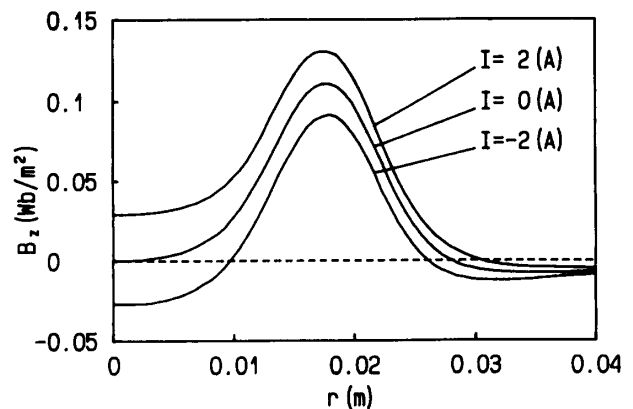


図4 永電磁石の軸方向磁束密度分布

ここで

$$R_f(z, I) = -\frac{\pi}{\mu'} \int_0^{\infty} [B_z^2(r, z_m, I) - B_r^2(r, z_m, I)] r dr \quad \dots\dots\dots (2)$$

により求まる。式中  $z$  は磁石間距離,  $r$  は磁石中心からの半径方向長さ,  $\mu'$  は空気中の透磁率,  $B_z$  は磁石軸 ( $z$  軸) 方向磁束密度,  $B_r$  は半径方向磁束密度,  $z_m$  は磁石間で磁束密度が零となる  $z$  座標であり, 代表値として磁石中心軸上の値を用いる。図3, 図4の結果を用いて式(2)より反発力(浮上力)を計算した結果を図5, 図6に示す。図5は支点1の結果を, 図6は支点2の結果を表し, 図中実線は完全に理論的に求められた結果であり,  $\Delta$ ,  $\square$ ,  $\circ$  はおのおの電流  $I$  が 2A, 0A, -2A の時の実験結果である。図より実験値と理論値はほぼ一致していることがわかる。これより, ばね定数 ( $I=0$ ) と磁石間距離の関係を求めると図7が得られる。また磁石間距離  $z$  と単位印加電流による制御力  $u$  の関係は図8のようになる。

2・2 磁気浮上系 次に磁気浮上系について考え

る。テーブルの左右支点の上下運動に関する運動方程式は外乱を  $u_d = u_0 \cdot \sin \omega t$  とすると,

$$a_1 \ddot{z}_1 + a_2 \dot{z}_1 + c_1 \dot{z}_1 + k_1 z_1 = k_1 u_d + c_1 \dot{u}_d \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$a_3 \ddot{z}_2 + a_4 \dot{z}_2 + c_2 \dot{z}_2 + k_2 z_2 = k_2 u_d + c_2 \dot{u}_d \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで  $Z_1, Z_2$  は支点 1, 2 の変位であり, 各変数は

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= M_C \cdot \left( \frac{l_2}{l} \right)^2 + \frac{J}{l^2} \\ a_2 &= M_C \cdot \left( \frac{l_2}{l} \right) \left( 1 - \frac{l_2}{l} \right) - \frac{J}{l^2} \\ a_3 &= M_C \cdot \left( \frac{l_2}{l} \right) \left( 1 - \frac{l_2}{l} \right) - \frac{J}{l^2} \\ a_4 &= M_C \cdot \left( 1 - \frac{l_2}{l} \right)^2 + \frac{J}{l^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$C_1, C_2$  は各支点の外部減衰係数,  $k_1, k_2$  は各支点ばね定数である。本報では, 第1段制御として  $k_1 u_d, k_2 u_d$  に等しい逆方向の操作力をコイル電流により発生させこれを相殺する。しかし, 完全に消失することは難しく微小変位が残留することが考えられる。この時の運動方程式は,

$$a_1 \ddot{z}_1 + a_2 \dot{z}_1 + c_1 \dot{z}_1 + k_1 z_1 - u_1 = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

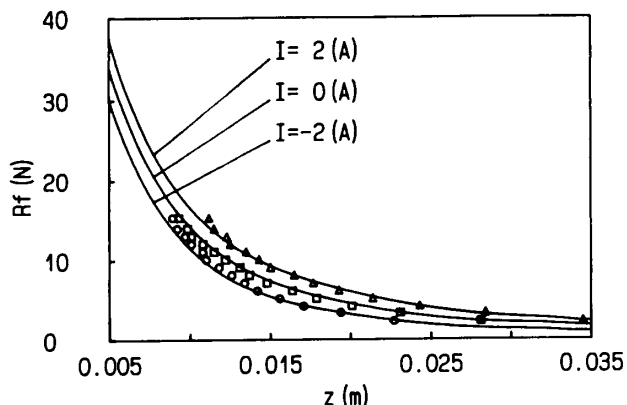


図5 支点1の磁石間距離  $z$  と磁気反発力  $R_f$  の関係 [—: 理論値,  $\circ, \square, \Delta$ : 実験値]

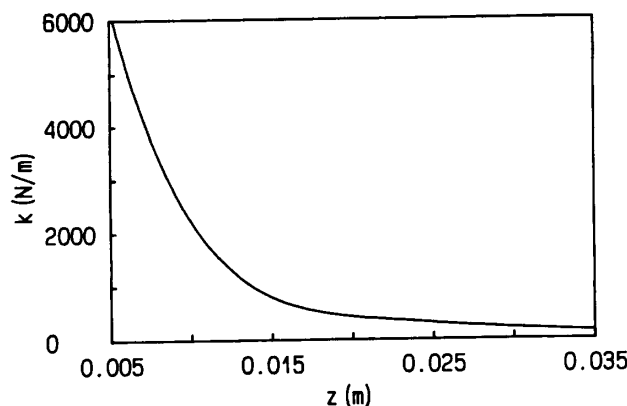


図7 磁石間距離  $z$  と磁気ばね定数  $k$  の関係

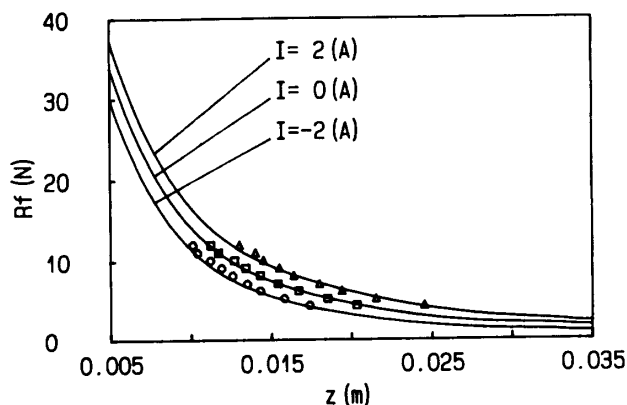


図6 支点2の磁石間距離  $z$  と磁気反発力  $R_f$  の関係 [—: 理論値,  $\circ, \square, \Delta$ : 実験値]

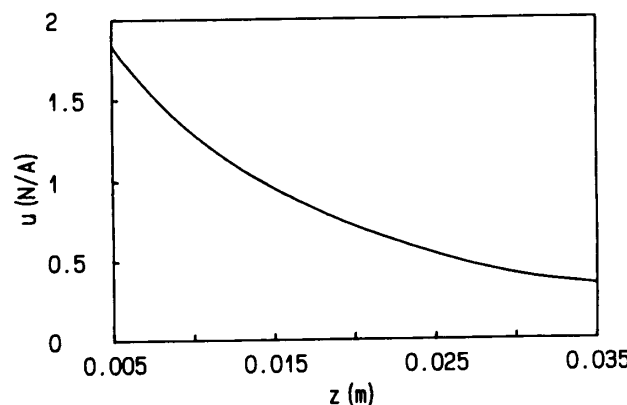


図8 磁石間距離  $z$  と単位印加電流による制御力  $u$  の関係

$$a_3 \dot{z}_1 + a_4 \dot{z}_2 + c_2 \dot{z}_2 + k_2 z_2 - u_2 = 0 \dots\dots\dots (7)$$

となり、状態変数を支点1変位 ( $x_1 = z_1$ ), 支点1速度 ( $x_2 = \dot{z}_1$ ), 支点2変位 ( $x_3 = z_2$ ), 支点2速度 ( $x_4 = \dot{z}_2$ ) として上式より状態方程式を導くと

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ e_5 & e_6 \\ 0 & 0 \\ d_5 & d_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (8)$$

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= -k_1 a_4 / D_1, & e_2 &= -c_1 a_4 / D_1 \\ e_3 &= k_2 a_2 / D_1, & e_4 &= c_2 a_2 / D_1 \\ e_5 &= a_4 / D_1, & e_6 &= -a_2 / D_1 \\ d_1 &= -k_1 a_3 / D_2, & d_2 &= -c_1 a_3 / D_2 \\ d_3 &= k_2 a_1 / D_2, & d_4 &= c_2 a_1 / D_2 \\ d_5 &= a_3 / D_2, & d_6 &= -a_1 / D_2 \\ D_1 &= a_1 a_4 - a_2 a_3, & D_2 &= a_2 a_3 - a_1 a_4 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

となる。

3. 外乱相殺制御

第2章の解析に基づき外乱相殺制御に関して実験およびシミュレーションを行った。原理的には床振動の変位成分および速度成分の伝達を相殺すれば、床が振動してもテーブル振幅は他の外乱が加わらない限り零となる。しかし、磁気浮上系では外部減衰係数が小さくかつ一般に不安定であるので、これを単純にフィードバックして安定な制御を行うことは困難と考えられる。したがって本報では、最も安定した変位成分の伝達を相殺することを考える。本実験で用いたテーブルは支点間距離が0.51[m], 質量1.15[kg]であり、支点2から0.515[m]の位置に0.06[kg]の偏心質量を付加しているため、左右で磁石間距離が異なっているが、この静的平衡位置を基準位置として制御を行った。このときの支点1, 支点2での磁石間距離はおのおの0.0162[m], 0.0172[m]であり、ばね定数は図7から理論的に  $k_1 = 664.9$  [N/m],  $k_2 = 575.9$  [N/m] と求められる。図7からばね定数は明らかに非線形性を有して

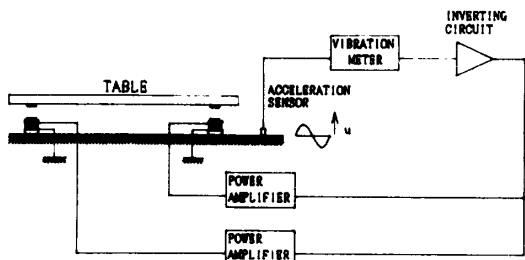


図9 外乱相殺制御回路図

いるが、シミュレーションおよびフィードバックゲインの決定には静的平衡位置でのばね定数を用いる。本実験で用いた回路図を図9に示す。本実験では、基準位置を得にくい一般的環境を考慮し、床振動を加速度センサにより検出し2回積分することにより床変位を得る。これを符号反転しパワーアンプに入力する。このとき電磁石とその周辺のコイル抵抗を  $R$  [ $\Omega$ ], 振動計の電圧変換率を  $A_d$  [V/m], 単位印加電流による制御力を  $u(z)$  [N/A], 磁気浮上系ばね定数  $k_c$  [N/m] とすると設定すべきアンプ倍率  $K$  は

$$K = \frac{k_c \cdot R}{u(z) \cdot A_d} \dots\dots\dots (10)$$

となる。

図10, 11に床の入力振幅を  $u_0 = 0.35$  [mm] としたときの支点1, 2の外乱相殺制御結果を示す。図中実線は無制御時、破線は外乱相殺制御時の理論値であり、□, △はおのおの無制御時, 外乱相殺制御時の実験値である。ただし、外部減衰係数は実験値を基に推定しており、支点1, 2ともに  $c_1 = c_2 = 0.8$  [N·s/m] とし

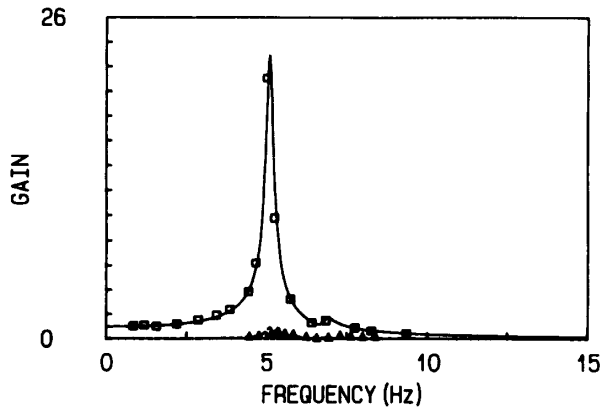


図10 外乱相殺制御時のテーブル支点1の周波数応答曲線 [—, …: 理論値, □, △: 実験値]

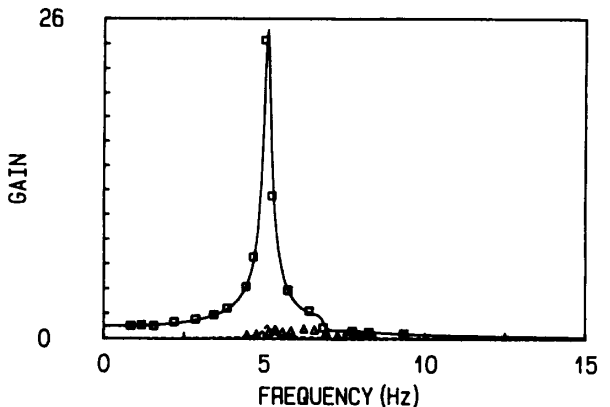


図11 外乱相殺制御時のテーブル支点2の周波数応答曲線 [—, …: 理論値, □, △: 実験値]

ている。また、外乱相殺制御の理論値は、式(3)、(4)により床変位による外力成分のみを理想的に相殺した場合を示している。図10、11から一次共振点に比べ二次共振点での共振ピークの低減率が小さいが、本報で提案する外乱相殺制御が極めて有効であり、一次共振点でのピーク値は無制御時の約1/25に減少しており、

表2 状態フィードバック係数

$f_{11}$	$0.752 \times 10^{+00}$
$f_{12}$	$0.308 \times 10^{+02}$
$f_{13}$	$-0.138 \times 10^{-03}$
$f_{14}$	$0.320 \times 10^{-02}$
$f_{21}$	$-0.106 \times 10^{-02}$
$f_{22}$	$0.368 \times 10^{-02}$
$f_{23}$	$0.867 \times 10^{+00}$
$f_{24}$	$0.308 \times 10^{+02}$

First subscript: control number  
Second subscript: state number

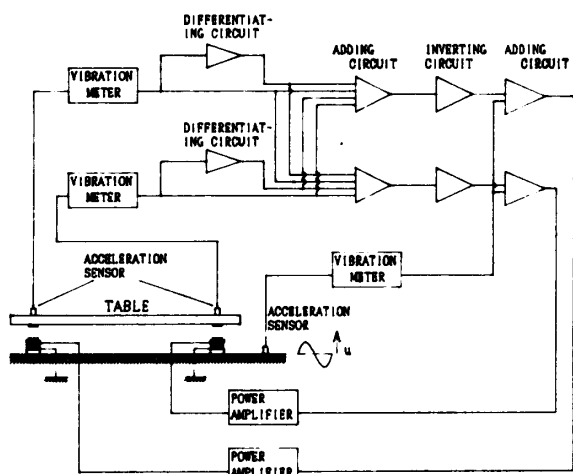


図12 外乱相殺および状態フィードバック組合せ制御回路図

伝達率を1以下にすることがわかる。本報の系で従来のようにPID制御を単純に行ったアクティブ制御では、動的振幅を入力振幅より小さくすることは原理的に不可能であり、実際の系では伝達率が共振点で2~3倍に達するのが普通である。これに対し、本報の外乱相殺制御では上述のような簡単な系で無理なく共振ピーク値を極端に小さくすることが可能である。したがって本報で提案する方法は、従来の方法に比べ極めて大きな除振効果があるといえる。

#### 4. 外乱相殺および状態フィードバック組合せ制御

第3章で提案した外乱相殺制御は、単に床振動により発生するばね力に相当する力を電磁石の磁束密度を変化させて相殺したものであり、減衰は摩擦等の外部減衰のみに頼っているため一次共振点でのピークは残留し、二次共振点では低減効果が小さい。これを抑制するため、本報ではさらに状態フィードバック制御を上記外乱相殺制御に組合せることを考える。

4.1 制御系設計 第2章で示した系に対し最適レギュレータの設計を行う。

式(8)の状態変数に対し、評価関数

$$J = \int_0^{\infty} [x^T(t) \cdot Q \cdot x(t) + u^T(t) \cdot R \cdot u(t)] dt \quad \dots\dots\dots (11)$$

を最小にする最適制御入力を  $u^0(t)$  とすれば

$$u^0(t) = -R^{-1} \cdot B^T \cdot P \cdot x(t) \quad \dots\dots\dots (12)$$

の状態フィードバックとなる。ここで  $P$  は次のリカッチ方程式を満足する正定唯一解となる。

$$P \cdot A + A^T \cdot P - P \cdot B \cdot R^{-1} \cdot B^T \cdot P + Q = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

このとき最適フィードバック行列は次式となる。

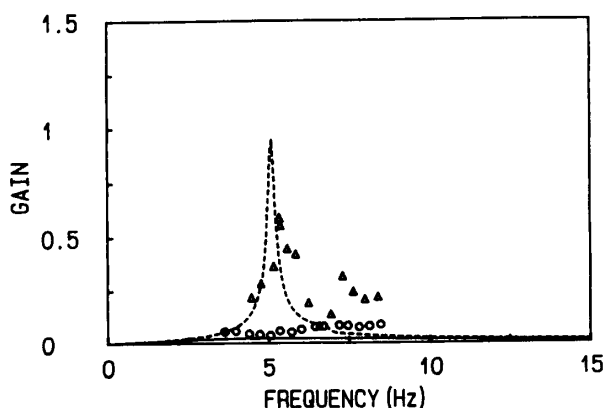


図13 外乱相殺および状態フィードバック組合せ制御時のテーブル支点1の周波数応答曲線 [···, - : 理論値, △, ○ : 実験値]

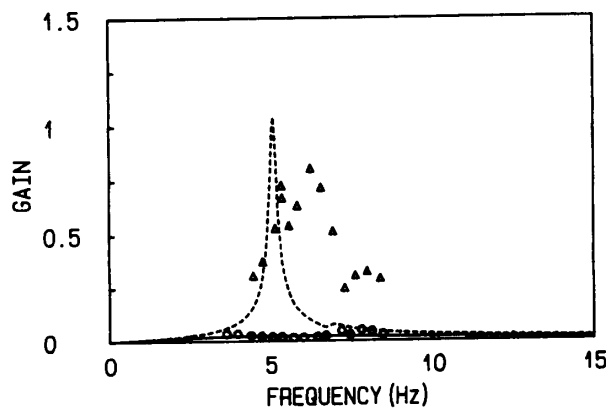


図14 外乱相殺および状態フィードバック組合せ制御時のテーブル支点2の周波数応答曲線 [···, - : 理論値, △, ○ : 実験値]

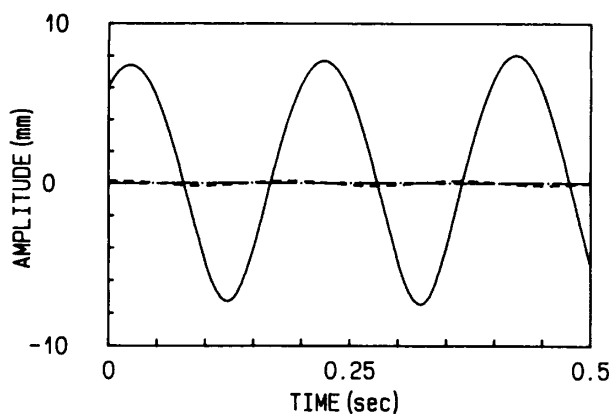


図 15 テーブル支点1の一次共振時時刻歴応答曲線

—: 無制御, ---: 外乱相殺制御  
 - · - : 外乱相殺および状態フィードバック組合せ制御

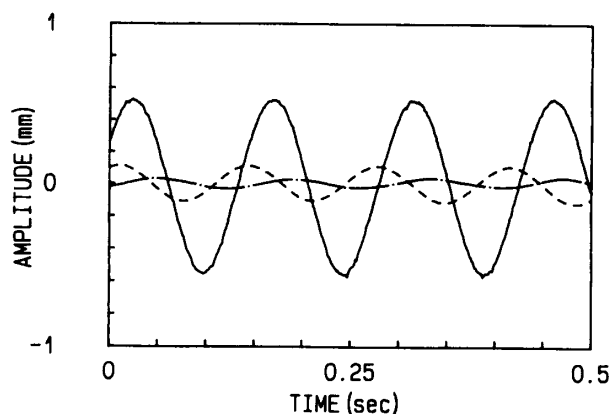


図 16 テーブル支点1の二次共振時時刻歴応答曲線

—: 無制御, ---: 外乱相殺制御  
 - · - : 外乱相殺および状態フィードバック組合せ制御

$$\mathbf{F}^0 = \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$\mathbf{P}$  はリカッチ方程式を有本・ポッタの方法を用いて数値計算により解く。

本報の系に関して設計した結果を表2に示す。このときの重み行列は、

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 10^3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (15)$$

とした。

**4・2 実験およびシミュレーション** 図12に制御回路図を示す。外乱相殺制御と同様にテーブル変位を加速度センサの信号を2回積分することにより検出する。この変位電圧を微分回路に通し速度電圧とし、第1段加算器でテーブル変位電圧に加算し、さらに第2段加算器で床変位電圧を加算してパワーアンプに入力する。図13, 14に浮上テーブルの支点1, 支点2における変位の周波数応答曲線を示す。破線および△は第3章で述べた外乱相殺制御時の理論値と実験値である。また実線および○は状態フィードバック組合せ制御時の理論値および実験値である。また図15に支点1における一次共振点、図16に二次共振点での時刻歴応答曲線を示す。図中実線が無制御、破線が外乱相殺制御、一点鎖線が外乱相殺および状態フィードバック組合せ制御の結果である。図13, 14から外乱相殺制御では残留した一次共振ピークおよび二次共振ピークがともに消失しており、外乱相殺および状態フィードバック組合せ制御では、全周波数域で共振がなく浮上テーブルをほぼ静止させることが可能であることがわか

る。

## 5. 結 言

永久磁石と電磁石により構成される反発形磁気浮上除振台において、床変位により発生する外力に等価な負の電流をコイルに印加し、永久磁石の磁束を変化させることにより外乱の相殺を図る方法を提案した。さらに状態フィードバック制御を組合せる方法も提案し、これらの制御に必要な設計式を与え、実験によりその妥当性を検証した。その結果次の結論を得た。

(1) 本報で提案した外乱相殺制御によれば最大振幅を無制御時の1/25程度にまで低減でき、変位伝達率を1以下にすることができることがわかった。

(2) 上記外乱相殺制御に状態フィードバック制御を組合せることにより、外乱相殺制御で残留した共振ピークを消失することができ全周波数域にわたり浮上体をほぼ静止状態にすることが可能であることがわかった。

## 文 献

- (1) 正田, 電講論, (1990-6), 1-4.
- (2) 藤原, 機講論, No. 890-26(1989-6), 4-6.
- (3) 永井, 機講論, No. 890-26(1989-6), 19-30.
- (4) 永井, 機論, 52-478, C(1986), 1780.
- (5) 雫本・ほか2名, 機論, 54-504, C(1988), 1663.
- (6) 野波・ほか2名, 機論, 54-507, C(1988), 2668.
- (7) 永井・ほか2名, 機論, 54-501, C(1988), 1090.
- (8) 岡田・ほか2名, 機論, 51-467, C(1985), 1760.
- (9) 松村, 文献(1)の424ページ.
- (10) 長屋・ほか1名, 機論, 56-525, C(1990), 1230.
- (11) Karnopp, D., *Vehicle System Dynamics*, 12(1983), 291-316.
- (12) 長屋・ほか2名, 機講論, No. 910-52(1991-9), 295.