

固体-多孔体-空気からなる防音構造の減衰特性の FEM 解析*

山口 誉夫^{*1}, 黒沢 良夫^{*2}, 松村 修二^{*2}

Finite Element Analysis for Damping Properties of Sound-Proof Structures Having Solid Body, Porous Media and Air

Takao YAMAGUCHI^{*3}, Yoshio KUROSAWA and Shuuji MATSUMURA

^{*3}Department of Mechanical System Engineering, Gunma University,
1-5-1 Tenjin-cho, Kiryu-shi, Gunma, 376-8515 Japan

A numerical method is proposed to calculate damping properties for sound-proof structures involving solid body, porous media and air in two dimensional regions. Both effective density and bulk modulus have complex quantities to represent damped sound fields in the porous media. Particle displacements in the media are discretised using finite element method. For solid body, displacements are modeled using conventional finite elements including complex modulus of elasticity. Displacement vectors at common unknown variables, are solved under coupled condition between solid body, porous media and air. Further, explicit expressions of modal loss factor for the mixed structures are derived using asymptotic method. The proposed methods yield appropriate results for some sample problems. Moreover, it is found that damping can be coupled in the mixed structures.

Key Words: Damping, Damping Material, Sound-Proof Structure, Computer Aided Analysis, Porous Media

1. 緒 言

自動車の車室内には乗員が長時間滞在するので、疲労しにくい快適な環境を作り、安全性を高める必要がある。また、安全のためには緊急時の各種警報を認知しやすくしなければならない。そのために車室空間の低騒音化が要求され静粛設計が行われている。一方、運動性能や燃費の観点から、自動車としては軽量化が求められる。そのために軽量化しながら静粛設計することが重要な課題となるが、両者は一般に相反することが知られ最適化が望まれている。

自動車で走行時にもっとも聞く機会が多い現象はロードノイズである。ロードノイズはアクセルを踏まない状態で走行時にゴー、ザーと聞こえるノイズで、30~8 000 Hz と広範囲な周波数にピークが乱立する。このノイズは、周波数ごとに要因が異なり、150~500 Hz においては、路面の微細な凹凸が起振源となりタイヤ、ホイール、サスペンション、車体のフレーム部材、車体パネルへと振動が伝達して車室内へ音が放射

されることが明らかになっている。その中で車体パネルは車室と接するので、制振、遮音対策が厳重になされている。車体パネルは鋼板を所要の形状にプレス成形されて作られる。共振を抑制する目的でパネル面には、車室内側に制振材が積層されている。さらにその上には、多孔体と樹脂シートとカーペットが積層されている。多孔体とパネルと樹脂シートで、サンドイッチにし、二重壁遮音構造を形成している。これより、パネル振動からの放射音が車室内への流入するのを防止する。このように車体パネル周辺の防音構造は固体(弾性体、粘弾性体)と多孔体と気体(空気)とが混合して形成されている⁽¹⁾⁽²⁾。以降、この防音構造を複合防音構造と呼ぶ。複合防音構造を最適化する手段の一つとして、数値計算の援用が考えられる。

建築構造の制振設計や防音設計には、おもに拡散振動あるいは拡散音場を仮定した幾何音響のアプローチが古くから研究されており、確立されてきている^{(3)~(5)}。しかし、自動車の車体パネルの振動場や車室内音場は、問題となる波長に比べ小さく、拡散場とはみなせない場合が多い。よって、数値計算法として、定在波を含んだ振動音響連成問題を、制振材や多孔体の減衰を考慮して解析する手法が必要である。

本報告では、車体パネル用の複合防音構造を念頭に

* 原稿受付 2001年12月19日。

^{*1} 正員, 群馬大学工学部(☎376-8515 桐生市天神町1-5-1)。

^{*2} 正員, 富士重工業(株)(☎373-8555 太田市スバル町1-1)。

E-mail: yamagme4@me.gunma-u.ac.jp

おき、固体と多孔体と空気とが混在した防音構造の数値解析法を提案する。任意の形態、任意の境界を扱うために有限要素法を用いる。このとき粘弾性体や多孔体の減衰を考慮するとともに、固体、多孔体、気体との連成問題を扱えるようにする。さらに複合防音構造のモード減衰の近似計算法をも提案する。提案法に基づきプログラムを作成し、検証する。さらに、固体と多孔体との間の減衰の連成を調べる。

2. 解析内容

固体と多孔体と空気とが混在する場の振動音響連成問題の減衰特性を数値解析する手法を提案する。それぞれが任意の形態で混合した問題を扱えるようにするために、固体、多孔体、気体を有限要素で表現し、連成を考慮して重ね合わせる(図1)。まず、2.1節では多孔体内部の減衰音場の粒子変位を離散化して数値解析する手法を提案する。2.2節では固体(弾性体と粘弾性体)について、減衰を有する変位場の有限要素を示す。2.3節で固体と多孔体と気体とが混合した全系での離散化方程式を示す。2.4節で全系のモード減衰を近似計算する式を漸近法を応用して導く。

2.1 多孔体内部空気に関する音場の離散化 多孔体内部の空気に関する二次元音場を有限要素で離散化する。

周期的に加振される非粘性圧縮性完全流体の運動方程式は、微小振幅の条件のもとでは次式で表すことができる^{(6)~(8)}。

$$\frac{\partial s}{\partial x} = -\rho\omega^2 u_{fx},$$

$$\frac{\partial s}{\partial y} = -\rho\omega^2 u_{fy} \dots\dots\dots (1)$$

連続の式は次のようになる。

$$s = E \left(\frac{\partial u_{fx}}{\partial x} + \frac{\partial u_{fy}}{\partial y} \right) \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 u_{fx} と u_{fy} はそれぞれ粒子変位の x 方向成

分および y 方向成分である。 s は単位面積あたりに作用する力であり、膨張方向を正とする。この s は構造と音場とを接合したときの力の方向を合わせるために導入したパラメータで圧力 p と $s = -p$ なる関係を有する。 E と ρ はそれぞれ体積弾性率と実効密度である。また、 ω は角周波数である。

通常の音響解析では、式(1)と(2)から粒子変位を消去して圧力を未知数とする運動方程式を導くことが多い。ここでは両式から圧力を消去して粒子変位を未知数に残す。この方法のメリットは、固体と音場とで未知数を共通のパラメータである変位でそろえられることである。これより固体要素と音響要素の重ね合わせを簡単化できる⁽⁹⁾。固体と多孔体と空気とがばらばらに混在するような複合防音問題には有利な計算法となる。反面、圧力を残した場合の未知数はスカラー、粒子変位を残した場合の未知数はベクトルとなるので、後者は前者に比べ計算量が増えてしまうデメリットがある。

要素内の粒子変位を $\{u_f\} = \{u_{fx}, u_{fy}\}^t$ とし、 $\{u_f\}$ と節点の粒子変位 $\{u_{fe}\}$ との関係に適当な内挿関数行列 $[N_f]^t$ を用いて次式のように近似する。

$$\{u_f\} = [N_f]^t \{u_{fe}\} \dots\dots\dots (3)$$

非回転条件を考慮して、式(1)から式(3)を用いて運動エネルギー \dot{T}_f ひずみエネルギー \dot{U}_f 、ポテンシャルエネルギー \dot{V}_f を求める。さらにエネルギー最小原理 $\delta(\dot{U}_f - \dot{T}_f - \dot{V}_f) = 0$ を用いると次式を得る。

$$([K]_{fe} - \omega^2 [M]_{fe}) \{u_{fe}\} = \{f_{fe}\} \dots\dots\dots (4)$$

$$[M]_{fe} = \rho_e [\dot{M}]_{fe} \dots\dots\dots (5)$$

$$[K]_{fe} = E_e [\dot{K}]_{fe} \dots\dots\dots (6)$$

$\{f_{fe}\}$ は要素についての節点力ベクトルである。 $[K]_{fe}$ は要素剛性行列、 $[M]_{fe}$ は要素質量行列である。 ρ_e と E_e はそれぞれ要素内部に充てんされた媒質の実効密度と体積弾性率である。 $[\dot{M}]_{fe}$ と $[\dot{K}]_{fe}$ は内挿関数およびその導関数により構成される行列である。

式(4)から(6)は線形の圧縮性完全流体の要素の運動方程式となる。これらは非減衰条件下での気体の音響問題の要素方程式として用いることができる。

多孔体の内部の音場を表すモデルの一つに、密度と音速あるいは体積弾性率を複素数とするモデルが提案されており、有効性が検証されている^{(9)~(13)(6)}。すなわち、

$$\rho_e \Rightarrow \rho_e^* = \rho_{er} + j\rho_{ei} \dots\dots\dots (7)$$

$$E_e \Rightarrow E_e^* = E_{er} + jE_{ei} \dots\dots\dots (8)$$

を得る。

このモデルはおもにグラスウールなどに代表される繊維材について用いられる。多孔体を形成する骨格を

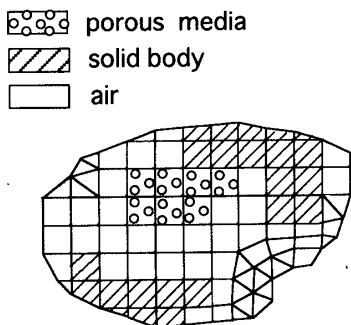


Fig. 1 Finite element analysis of mixture having solid body, porous media and air

伝わる弾性波の影響を無視し、多孔体内部空気の運動が支配的と仮定するものである。骨格の材質が、十分に柔軟で、減衰が大きい多孔体については、モデルの有効性が実証されている⁽⁶⁾⁽¹⁰⁾⁽¹³⁾。自動車用の防音材には、この条件にあてはまる材料が用いられることが多い。一方、多孔体を形成する骨格が、剛な金属などで形成される場合は、内部空気を伝搬する波動に比べ、骨格材を伝搬する弾性波の影響が大きくなり、本モデルの適用は不適である。その場合には Biot のモデルなどが必要となる⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾。

式(7)を式(5)へ代入すると、要素質量行列 $[M]_{fe}$ は次式となる。

$$[M]_{fe} = [M_R]_{fe}(1 + j\chi_e) \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\chi_e = \rho_{el}/\rho_{er} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ただし、 $[M_R]_{fe}$ は $[M]_{fe}$ の実部である。なお、実効密度の虚数部 ρ_{el} は、多孔質材の流れ抵抗に関連する項であり、 $\chi_e = \rho_{el}/\rho_{er}$ は流れ抵抗に起因する材料減衰に相当する。

同様に、式(8)を式(6)へ代入すると、要素剛性行列 $[K]_e$ は次式となる。

$$[K]_{fe} = [K_R]_{fe}(1 + j\eta_e) \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\eta_e = E_{el}/E_{er} \quad \dots\dots\dots (12)$$

上式で $[K_R]_{fe}$ は $[K]_{fe}$ の実部である。なお、 η_e は多孔質材の圧力と体積ひずみの関係におけるヒステリシスに相当する材料減衰である。

以上から、多孔体内部の音場を表す要素では、要素剛性行列 $[K]_{fe}$ と要素質量行列 $[M]_{fe}$ がともに複素数で表現されることとなる。なお、この要素の減衰パラメータ χ_e, η_e を小さくすることで、空気などの気体も表現できる。パラメータ $\chi_e, \rho_{er}, \eta_e, E_{er}$ は音響管を用いた実験⁽⁶⁾⁽¹⁰⁾ により同定できる。

なお、著者らは先に、固体と連成しない問題において、上記手順と同様な手順で、未知数を粒子変位ではなく、圧力とした条件で、多孔体と気体とが混合する場の有限要素法による解析法を提案し、減衰応答とモード減衰について計算法の有効性を示している^{(11)~(13)}。本報告で提案する手法は、前報告で提案した手法を固体と連成する問題に拡張したものである。

2.2 固体に関する振動場の離散化 固体の振動場については、通常の線形有限要素で離散化し⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾、次の式(13)から式(17)を用いる。応力とひずみの関係とひずみと変位の関係は次式となる。

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\{\epsilon\} = [A]\{u_s\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 $\{\sigma\}$ は応力ベクトル、 $\{u_s\}$ は固体の変位ベクトル、 $\{\epsilon\}$ はひずみベクトルである。また $[A]$ は微

分演算子で構成される行列、 $[D]$ は弾性率、ポアソン比で構成される行列である。

内挿関数行列 $[N_s]^t$ を用いて要素内の変位 $\{u_s\}$ と節点の変位 $\{u_{se}\}$ との関係を次式のように近似する。

$$\{u_s\} = [N_s]^t \{u_{se}\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

運動エネルギー \dot{U}_s 、ひずみエネルギー \dot{V}_s 、ポテンシャルエネルギー \dot{V}_s を求め、エネルギー最小原理 $\delta(\dot{U}_s - \dot{V}_s - \dot{V}_s) = 0$ を適用すると次式を得る。

$$([K]_{se} - \omega^2[M]_{se})\{u_{se}\} = \{f_{se}\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$\{f_{se}\}$ は要素についての節点力ベクトル、 $[K]_{se}$ は要素剛性行列、 $[M]_{se}$ は要素質量行列である。

減衰を有する固体を有限要素で表現するには、式(13)の $[D]$ の中の弾性率を複素数とすればよい^{(18)~(20)}。これより式(16)中の要素剛性行列 $[K]_{se}$ も次式のごとく複素数となる。

$$[K]_{se} = [K_R]_{se}(1 + j\eta_e) \quad \dots\dots\dots (17)$$

η_e は要素 e に対応する材料の損失係数、 $[K_R]_{se}$ は要素剛性行列の実部である。

2.3 全系の離散化方程式 固体と気体との境界、あるいは固体と多孔体との境界では、境界に法線方向の変位のみが連続となる。これを考慮しながら式(4)から(17)を用いて、対象とする場(気体と多孔体と固体との複合空間)の全要素について重ね合わせることににより、次の全系の離散化方程式を得る⁽⁸⁾。

$$\sum_{e=1}^{e_{\max}} ([K_R]_e(1 + j\eta_e) - \omega^2([M_R]_e(1 + j\chi_e)))\{u_e\} = \{f\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 e_{\max} は要素数である。 $\{f\}$ は節点力ベクトルである。 $\{u_e\}$ は節点変位ベクトルで $\{u_{se}\}$ と $\{u_{fe}\}$ とにより構成される。同様に $[K_R]_e$ は $[K_R]_{fe}$ と $[K_R]_{se}$ からなる。 $[M_R]_e$ は $[M_R]_{se}$ と $[M_R]_{fe}$ からなる。上式で固体要素の χ_e は零となる。

以上から、固体と多孔体と気体とが混在する系では剛性行列と質量行列がともに複素数で表現されることとなる。

2.4 モード減衰の近似計算法 次に、全系のモード減衰の近似計算法を示す。式(18)の複素固有値問題は、次式となる。

$$\sum_{e=1}^{e_{\max}} ([K_R]_e(1 + j\eta_e) - (\omega^{(n)})^2(1 + j\eta_{el}^{(n)})) \times [M_R]_e(1 + j\chi_e)\{\phi^{(n)*}\} = \{0\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

添字 (n) は n 次振動モードを表す。 $(\omega^{(n)})^2$ は複素固有値の実部、 $\{\phi^{(n)*}\}$ は複素固有モード、 $\eta_{el}^{(n)}$ はモード損失係数である。

材料減衰 η_e, χ_e ($e=1, 2, 3, \dots, e_{\max}$) に関して全要素の中で最大のものを η_{\max} とする。また、以下の量

を定義し導入する。

$$\beta_{se} = \eta_e / \eta_{\max}, \beta_{se} \leq 1, \beta_{ke} = \chi_e / \eta_{\max}, \beta_{ke} \leq 1 \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここで $\eta_{\max} \ll 1$ と仮定し、微小量 $\mu = j\eta_{\max}$ を導入し、式(19)の解を漸近展開すると、

$$\{\phi^{(n)*}\} = \{\phi^{(n)}\}_0 + \mu\{\phi^{(n)}\}_1 + \mu^2\{\phi^{(n)}\}_2 + \dots \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$(\omega^{(n)})^2 = (\omega_0^{(n)})^2 + \mu^2(\omega_2^{(n)})^2 + \mu^4(\omega_4^{(n)})^2 + \dots \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$j\eta_{\text{tot}}^{(n)} = \mu\eta_1^{(n)} + \mu^3\eta_3^{(n)} + \mu^5\eta_5^{(n)} + \mu^7\eta_7^{(n)} + \dots \quad \dots\dots\dots (23)$$

ただし、 $\beta_{ke} \leq 1$ および $\beta_{se} \leq 1$ であるので $\eta_{\max} \ll 1$ ならば $\eta_{\max}\beta_{ke} \ll 1$ および $\eta_{\max}\beta_{se} \ll 1$ が成立し、 $\mu\beta_{se}$ および $\mu\beta_{ke}$ も μ と同様に微小量となる。また、 $\{\phi^{(n)}\}_0, \{\phi^{(n)}\}_1, \{\phi^{(n)}\}_2, \dots$ と $(\omega_0^{(n)})^2, (\omega_2^{(n)})^2, (\omega_4^{(n)})^2, \dots$ および $\eta_1^{(n)}, \eta_3^{(n)}, \eta_5^{(n)}, \dots$ は実数とする。

ついで式(21)から(23)を式(19)に代入し、 μ^0 と μ^1 のオーダーまでをまとめると次式を得る。

μ^0 の量：

$$\sum_{e=1}^{\text{emax}} ([K_R]_e - (\omega_0^{(n)})^2 [M_R]_e) \{\phi^{(n)}\}_0 = \{0\} \quad \dots\dots\dots (24)$$

μ^1 の量：

$$\begin{aligned} & \sum_{e=1}^{\text{emax}} (\mu\beta_{se} [K_R]_e - \mu\eta_1^{(n)} (\omega_0^{(n)})^2 [M_R]_e \\ & - \mu\beta_{ke} (\omega_0^{(n)})^2 [M_R]_e) \{\phi^{(n)}\}_0 \\ & + \sum_{e=1}^{\text{emax}} (\mu [K_R]_e - \mu (\omega_0^{(n)})^2 [M_R]_e) \{\phi^{(n)}\}_1 = \{0\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (25)$$

さらに式(24)、(25)を整理すると式(26)を得る。

$$\eta_{\text{tot}}^{(n)} = \eta_{se}^{(n)} - \eta_{ke}^{(n)} \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$\eta_{se}^{(n)} = \sum_{e=1}^{\text{emax}} (\eta_e S_{se}^{(n)}), \eta_{ke}^{(n)} = \sum_{e=1}^{\text{emax}} (\chi_e S_{ke}^{(n)}),$$

$$S_{se}^{(n)} = \{\phi^{(n)}\}_0^t [K_R]_e \{\phi^{(n)}\}_0$$

$$\left/ \sum_{e=1}^{\text{emax}} (\{\phi^{(n)}\}_0^t [K_R]_e \{\phi^{(n)}\}_0) \right.$$

$$S_{ke}^{(n)} = \{\phi^{(n)}\}_0^t [M_R]_e \{\phi^{(n)}\}_0$$

$$\left/ \sum_{e=1}^{\text{emax}} (\{\phi^{(n)}\}_0^t [M_R]_e \{\phi^{(n)}\}_0) \right.$$

この式から以下のことがわかる。モード損失係数 $\eta_{\text{tot}}^{(n)}$ は弾性率に関連する材料減衰 η_e とひずみエネルギー一分担率 $S_{se}^{(n)}$ との積の全要素にわたる和 $\eta_{se}^{(n)}$ および実効密度に関連する材料減衰 χ_e と運動エネルギー一分担率 $S_{ke}^{(n)}$ との積の全要素にわたる和 $\eta_{ke}^{(n)}$ から近似計算できる。式(26)の中の固有モード $\{\phi^{(n)}\}_0$ は実数であり、減衰項をすべて無視して得られる式(24)を通常の実固有値問題として解くことで容易に求められる。式(26)は、粘弾性体と弾性体とが混合した構造のモード減衰を計算する Modal Strain Energy

Method⁽¹⁸⁾⁽²⁰⁾⁽²²⁾⁽²³⁾ や、多孔体と気体とが混在する音場のモード減衰を計算する Modal Strain and Kinetic Energy Method⁽¹¹⁾⁽¹²⁾⁽¹³⁾ を拡張した手法である。後者は先に著者らが提案した手法である。

3. 解析法の検証

2・1節から2・4節に示した有限要素法とモード減衰の近似計算法にもとづくプログラムを作成した。本章では両者の妥当性を検証する。

3・1 計算条件 以降の計算において多孔体および気体(空気)に相当する有限要素には四節点アイソパラメトリック四辺形要素⁽¹⁶⁾を用いた。多孔体内部空気の実効密度は $\rho_R = 1.4 \text{ kg/m}^3$, $\eta_e = 0.5$ とし体積弾性率は $E_R = 1.19 \times 10^5 \text{ N/m}^2$, $-\chi_e = 0.1$ なる値を用いた。一方、空気には $\rho_R = 1.2 \text{ kg/m}^3$, $\eta_e = 0.001$, $E_R = 1.4 \times 10^5 \text{ N/m}^2$, $-\chi_e = 0.001$ を用いた。固体に相当する要素には、非適合モードを考慮した四節点アイソパラメトリック四辺形要素⁽¹⁷⁾を用いた。

3・2 有限要素法による計算精度

(1) 気体+多孔体の計算精度検証 図2に示す閉管に多孔体を充填し、垂直入射吸音率を有限要素法で求め伝達行列法による理論解⁽¹⁰⁾と比較した。結果を図3に示す。片端から20 mmの背後空気層を持たせ30 mmの厚さの多孔体を充填した。管壁と多孔体(あるいは空気層)との境界は剛壁境界である。この時、壁面と法線方向の粒子変位は0とし、壁面に沿う方向の運動はフリーとなっている。2・1節で提案した有限要素法を用いて、式(18)を複素スカイライン法で解き、管内の粒子変位分布を求めた。具体的には図2中に示す位置に点音源を置き、観測点における粒子変位を計算した。二つの観測点の粒子変位の伝達関数を求めた。その結果から2点マイク法⁽²⁴⁾を用いて垂直入射吸音率を計算した。ただし、2点マイク法について、従来法では、伝達関数として音圧を用いて定式化されていたが、新たに粒子変位の伝達関数により定式化し用いた(詳細は付録を参照)。図3から理論解と有限要素法による数値解とは一致しており2・1節に示した多孔体の有限要素法の妥当性が検証できた。

(2) 固体の計算精度検証 両端固定した厚さ1 mmの鋼製ビームに厚さ3 mmの制振材を積層した。作成した有限要素法プログラムを用いて、その構造のモード損失係数を式(26)より計算した。はりの長さは200 mmである。鋼層と制振材層について、それぞれ厚さ方向に2分割して要素を作成した。ビームの長手方向は5 mmピッチで要素を分割した。制振材の材料特性として、貯蔵弾性率 $8.00 \times 10^8 \text{ N/m}^2$, 質量密度

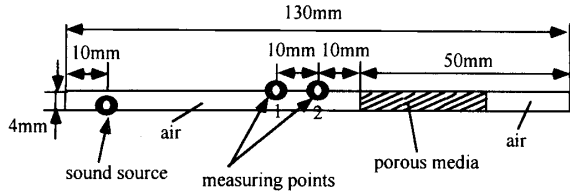


Fig. 2 FEM model for a closed pipe including porous media with backing air

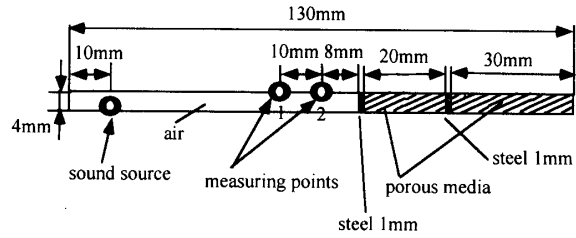


Fig. 5 FEM model for a closed pipe including porous media with solid layers

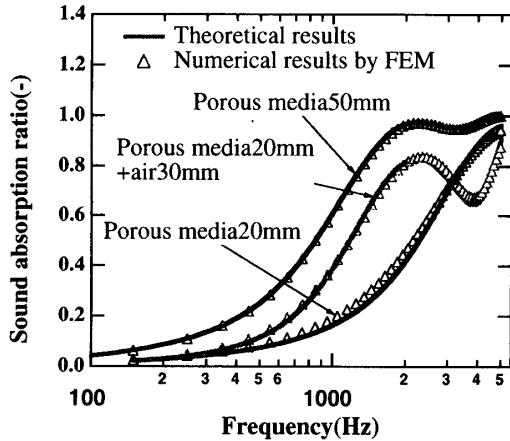


Fig. 3 Sound absorption ratio of porous media having backing air

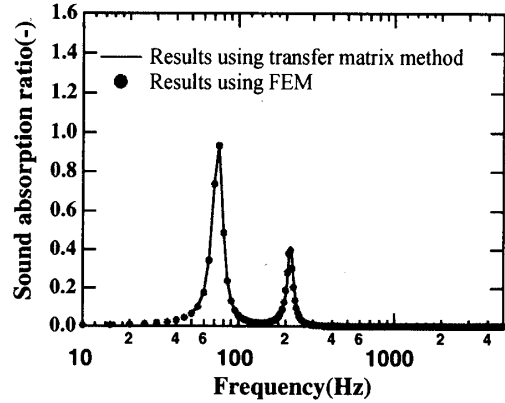


Fig. 6 Sound absorption ratio of porous media including solid layers

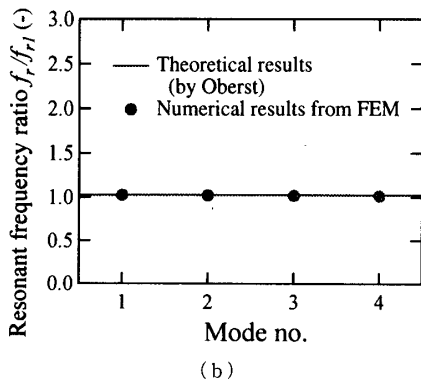
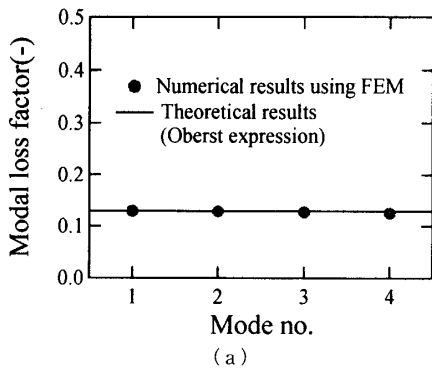


Fig. 4 Modal loss factor and resonant frequency ratio of a clamped beam having a viscoelastic layer

$1.45 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 材料の損失係数 0.333 を用いた。図 4(a) に計算結果を示す。図 4(a) より有限要素法によるモード損失係数の数値解は Oberst 式⁽²⁰⁾による

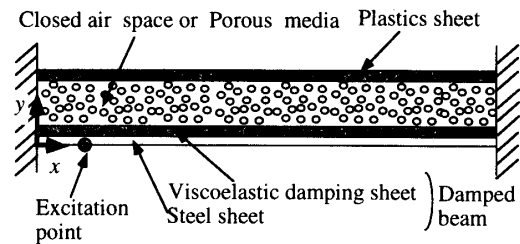


Fig. 7 Multi layered structure having solid body, air and porous media

解析解と一致しており、計算は妥当である。

この制振材積層ビームの共振周波数 f_r の計算結果を図 4(b) に記す。図 4(b) の縦軸は制振材の有無による共振周波数の変化率 f_r/f_{r1} である。ここで f_{r1} は鋼製ビームの共振周波数である。Oberst⁽²⁰⁾ による解析解 $f_r/f_{r1} = 1.028$ と FEM 計算結果は一致している。

以上から固体(弾性体と粘弾性体の複合構造物)の振動特性の計算にも、開発したプログラムが有効であることがわかる。

(3) 気体+多孔体+固体の計算精度検証 閉管に多孔体、固体(鋼)を図 5 に示す構成で挿入した。この構成の垂直入射吸音率を(1)と同様な方法で計算した。なお鋼と管壁との境界において、鋼は管壁に沿って抵抗なく滑ると仮定した。このとき、管壁と法線方向の鋼の変位については固定とした。図 6 に計算結果を示す。この問題では管の径を短くしており、計算し

た周波数範囲において、鋼は弾性変形し難い条件になっている。この条件下では鋼はおもに質量として作用する。したがって、鋼の機械インピーダンスとして質量項を考慮すれば、伝達行列法⁽²⁵⁾の利用が可能となる。図より伝達行列法による解析解と有限要素法による数値解は一致しており、妥当であることがわかった。

3.3 多層構造の防音特性解析 3.2節(2)で用いた両端固定した制振材積層ビームに多孔体 20 mm と樹脂シート 3 mm を追加して積層した(図 7 参照)。樹脂シートの両端も固定とした。多孔体の両端は剛壁境界とした。多孔体と樹脂シートはそれぞれ厚さ方向に 4 分割と 2 分割して要素を作成した。多孔体には制振材と樹脂シートが接するが、それぞれの境界において、境界と法線方向の変位を連続として以後の計算を行っている。樹脂シートの材料特性として、貯蔵弾性率 8.00×10^8 N/m²、質量密度 1.45×10^3 kg/m³、材料の損失係数 0.333 を用いた。加振位置は図の $(x, y) = (20, 0)$ であり、加振波形はホワイトノイズである。

ビームを点加振したときの樹脂シートの平均振動加速度レベル a_{av} で積層防音構造の性能評価を行う。 a_{av} は次式を用いて計算した。

$$a_{av} = \left(\sum_{k=1}^{k_{\max}} a_{ek} A_{ek} \right) / A \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$a_{ek} = \sum_{i=1}^{i_{\max}} a_{avi} / i_{\max} \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$a_{avi} = \left(\int_{f_{\min}}^{f_{\max}} |a_i| df \right) / (f_{\max} - f_{\min}) \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$|a_i|^2 = \{a\}_i^T \{a\}_i \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$\{a\}_i = -\omega^2 \{u_{xi}, u_{yi}, u_{zi}\} \quad \dots\dots\dots (31)$$

ただし、 A_{ek} と a_{ek} は、それぞれ樹脂シートを構成する k 番目の要素の加速度および面積である。 A は樹脂シートの全面積である。 k_{\max} は樹脂シートを構成する要素の数である。 a_{avi} と i_{\max} は、それぞれ要素 k に含まれる i 番目の節点の加速度と節点数である。 f_{\max} と f_{\min} は 1/3 オクターブバンドのカットオフ周波数の上限値と下限値である。 $\{a\}_i$ は節点の加速度ベクトルであり、 $\{a\}_i^T$ はその共役転置ベクトルである。 u_{xi}, u_{yi}, u_{zi} はそれぞれ節点 i の変位の x, y, z 方向成分である。

図 8 にビームを点加振した時の樹脂シートの平均振動加速度レベル a_{av} (case 1) の計算結果を示す。多孔体のかわりに空気を封入した場合の樹脂シートの平均振動レベル(case 2)、多孔体と樹脂シートがともない場合のビームの平均振動レベル(case 3)、さらに制振材も取り去り鋼だけの場合のビームの平均振動レベル(case 4)をも図 2 中にプロットしてある。case 4 と

case 3 を比較すると、制振材の効果は約 15 dB となっており、ビームの一次共振 137 Hz より高い周波数でのピークにおける振幅が低減している。case 3 と case 2 とを比較すると、ビームに閉じた空気層を介して樹脂シートを積層する効果は 250 Hz バンドの共振を境に挙動が大きく変化することがわかる。この共振は、ビームと樹脂シートが逆相で動き、中間に封入した空気層がばね効果をもっている。空気ばねの減衰が小さいため、該当する周波数帯域では振幅が増幅される。また、この共振よりも低い周波数では、ビームと樹脂シートがほぼ一体で動くために遮音効果は少ない。この共振よりも高い周波数では、ビームと樹脂シートとの連成が、空気ばねのフローティングにより小さくなる。その結果、周波数が高くなるにつれて別々に動くようになり、遮音効果が大きくなる。case 2 と case 1 を比較すると、空気層を多孔体に置き換えると、空気ばねの減衰が増し、系のモード損失係数は 0.026 から 0.113 へと増えた。これより問題の共振での振幅を押しえられている。

図 9 に Case 1 の最低次から 9 番めまでの振動モードを示す。なお、これらの振動モードと、Case 1 の多孔体を、閉じた空気層に置き換えた条件である Case 2 の振動モードとでは、大きな変化はなかった。Case 1 と Case 2 について共振周波数 f_r とモード損失係数 η_{tot} の値を図中に付記してある。変形を見やすくするために、便宜上、ビームと多孔体(あるいは空気層)と樹脂シートとは分離して表示してある。図 9 中の低周波数域の振動モード(特に最低次モードと二次モード)では、ビームと多孔体(あるいは空気層)と樹脂シートとの連成が著しい。先に図 8 の説明で述べた 250 Hz バンドの共振は二次モードである。このとき、多層構造の減衰値は、ビーム単品の場合のモード損失係数 $\eta_{tot} = 0.129$ や樹脂シート単品の場合のモード損失係数 $\eta_{tot} = 0.333$ とは異なり、連成の影響を含む値となっている。これらのモードでは多孔体(あるいは空気)が空気ばねとしての大きな役割を担っている。したがって、多孔体がある Case 1 のほうが多孔体がない Case 2 よりも、モード損失係数 η_{tot} がかなり大きくなっている。

7 番めのモードは例外として、高周波数域の振動モードほど、ビームと樹脂シートとで独立した動きとなっている。これは図 8 の遮音効果を反映した動きとなっている。多層構造としての減衰値も、主体で動く層のモード損失係数 η_{tot} に近い値(ビーム: 0.129, 樹脂シート: 0.333)となってきた。

以上から、固体と多孔体と空気とで連成振動すると

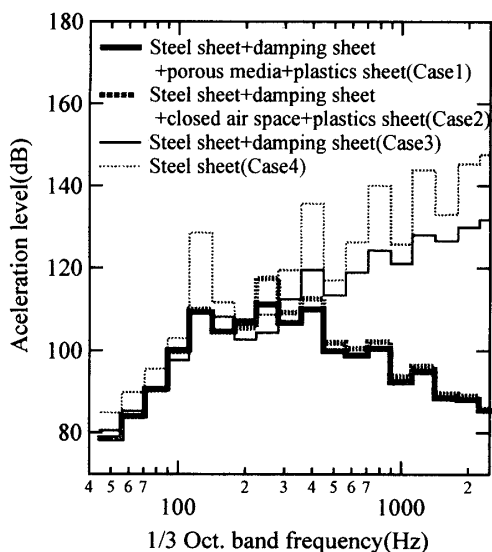


Fig. 8 Sound-proof performance of a multi layered structures

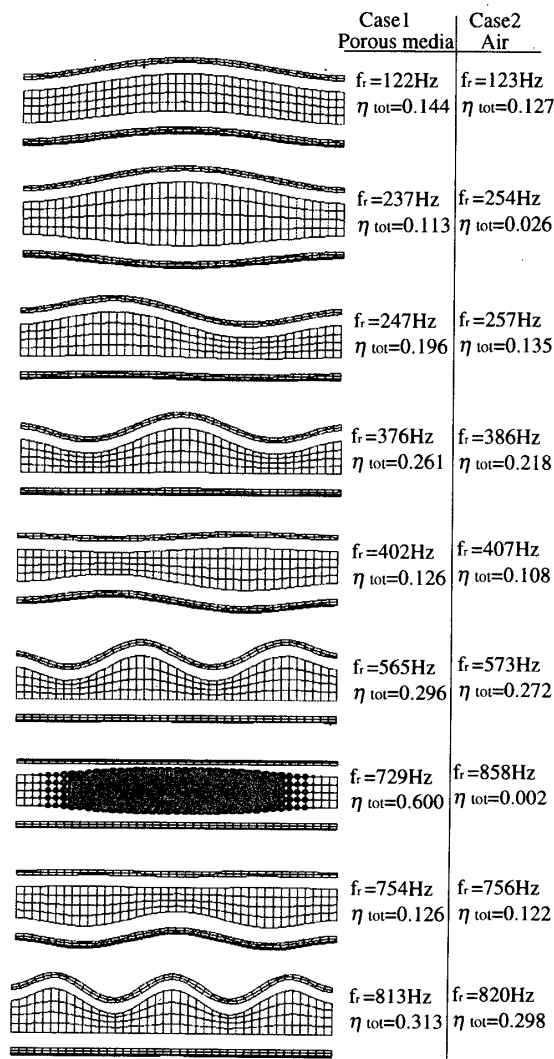


Fig. 9 Vibration modes of multi layered structure

減衰も連成することがわかった。

図 8 中の 7 番めのモードは多孔体内部の空気の長手方向の共鳴である。粒子変位の大きさをマーカの大ききで表現してある。共鳴周波数 f_r およびモード損失係数 η_{tot} は同じサイズの閉管での値と変化していないことを確認してある。長手方向のみの運動であるので他の層と連成しないことに起因する。このモードは気柱共鳴であるので、多孔体の減衰効果は当然ながら、きわめて大きい。

また、以上の計算結果は、自動車の車体の防音構造で、経験される現象と一致している⁽¹⁾⁽²⁾。

4. 結 言

固体と多孔体と空気とが混在する二次元領域を有する防音構造の減衰特性を有限要素法で解析する手法を提案した。多孔体内部の音場には実効密度と体積弾性率とを複素数で表現するモデルを用いた。これを粒子変位を未知数とする要素で定式化した。固体は変位を未知数とする要素で離散化した。固体と多孔体と空気とが任意の形態で混在する連成問題を、未知数を変位にそろえて数値解析した。さらに、漸近法による混合体のモード減衰の近似計算法をも提案した。解析法、開発プログラムを種々の解析解で検証し妥当な結果を得た。

また、パラメータスタディから、固体と多孔体と空気とで連成振動すると減衰も連成することが示された。

付 録

粒子変位 (or 粒子速度) についての伝達関数を用いた 2 点マイク法の定式化

図 2 に示すような閉管において、観測点 1 と観測点 2 における音圧および粒子速度を p_1, p_2, v_1, v_2 とおく。また、複合防音構造の表面における音圧および粒子速度を p_0, v_0 とする。管の限界周波数より低い周波数であれば、管内の音場は平面波とみなすことができ、次式の関係を持つ。

$$p_1 = p_2 \cos(kd_x) + j\rho c v_2 \sin(kd_x) \dots\dots\dots (32)$$

$$v_1 = p_2(j/\rho c) \sin(kd_x) + v_2 \cos(kd_x) \dots\dots\dots (33)$$

$$p_2 = p_0 \cos(kL_x) + j\rho c v_0 \sin(kL_x) \dots\dots\dots (34)$$

$$v_2 = p_0(j/\rho c) \sin(kL_x) + v_0 \cos(kL_x) \dots\dots\dots (35)$$

ここで、 d_x は観測点 1 と観測点 2 との間の距離である。また、 L_x は、観測点 2 と複合防音構造の表面との間の距離である。 k は波長定数である。

従来の二点マイク法では、式(32)~(35)において、 v_1 と v_2 を消去する。これより、複合防音構造の表面

の音響インピーダンス $z_0 = \rho_0/v_0$ と観測点 1 における音圧 p_1 と観測点 2 の音圧 p_2 との間の伝達関数 $H_p = p_1/p_2$ との関係式を導いている⁽²⁴⁾。ここでは、式(32)から式(35)において、 p_1 と p_2 を消去し防音構造の表面インピーダンス z_0 と観測点 1 の粒子速度 v_1 と観測点 2 の粒子速度 v_2 との間の伝達関数 $H_v = v_1/v_2$ との関係式を導く。すなわち、

$$z_0 = -j\rho c(H_v \cos(kL_x) - \cos k(L_x + d_x)) / (-H_v \sin(kL_x) + \sin k(L_x + d_x)) \quad \dots\dots(36)$$

を得る。

観測点 1 および観測点 2 における粒子変位を u_1, u_2 とすると、対応する粒子速度 v_1, v_2 と次式の関係を持つ。

$$v_1 = j\omega u_1, v_2 = j\omega u_2 \quad \dots\dots(37)$$

よって、粒子速度についての伝達関数 $H_v = v_1/v_2$ と粒子変位についての伝達関数 $H_u = u_1/u_2$ との関係は、次式から得られる。

$$H_v = v_1/v_2 = j\omega u_1/(j\omega u_2) = u_1/u_2 = H_u \quad \dots\dots(38)$$

式(36)と式(38)から粒子変位についての伝達関数 H_u と防音構造の表面インピーダンス z_0 との関係が求められる。

表面インピーダンス $z_0 = \text{Re}(z_0) + j\text{Im}(z_0)$ と垂直入射吸音率 α との関係は、よく知られたつぎの式を用いる⁽⁴⁾。

$$\alpha = 4\rho c \text{Re}(z_0) / ((\text{Re}(z_0) + \rho c)^2 + (\text{Im}(z_0))^2) \quad \dots\dots(39)$$

以上より、FEM で計算される粒子変位から垂直入射吸音率 α が直接計算できる。

文 献

- (1) 谷合宜明・ほか 10 名, 騒音対策用材料ハンドブック, (1989), 1-461, 日本自動車工業会日本自動車研究所。
- (2) 日本自動車技術会振動騒音部門委員会ダンピング WG, 自動車におけるダンピング技術, 技術報告シリーズ 23, (1996), 127-136.
- (3) Zwikker, C. and Kosten, C. A., *Sound Absorbing Materials*, (1949), 1-70, Elsevier, New York.
- (4) 子安勝, 建築音響シリーズ <材料編>1 吸音材料, (1976), 1-86, 技報堂。
- (5) 子安勝, 建築音響シリーズ <材料編>2 遮音材料, (1976), 1-103, 技報堂。
- (6) 佐藤宗純・藤森威・三浦甫, 日本音響学会誌, 33-11 (1979), 628-636.
- (7) 江島聞夫・石井哲・村井秀児, 日本音響学会誌, 44-6 (1988), 460-468.
- (8) 弓削康平・江島晋・宇田川享太・岸川洋・笠井康治, 機論, 60-570, A (1994), 535-552.
- (9) 宇津野秀夫・田中俊光・森沢吉高・吉村登志雄, 機論, 56-532, C (1990), 3248-3252.
- (10) Utsuno, H., Wu, T. W., Seybert, A. F. and Tanaka, T., *AIAA J.*, 28-11 (1990), 1870-1875.
- (11) 山口誉夫, 機論, 66-648, C (2000), 2563-2569.
- (12) 山口誉夫, 機論, 66-646, C (2000), 1842-1848.
- (13) 山口誉夫・黒沢良夫・松村修二, 機論, 68-665, C (2002), 1-7.
- (14) Biot, M. A., *J. Acoust. Soc. Am.*, 28-2 (1955), 168-191.
- (15) Kang, Y. J. and Bolton, S., *J. Acoust. Soc. Am.*, 98-1 (1995), 635-643.
- (16) 加川幸雄, 有限要素法による振動・音響工学/基礎と応用, (1981), 1-228, 培風館。
- (17) 鷲津久一郎・宮本博・山田嘉昭・山本善之・川井忠彦, 有限要素法ハンドブック 1 基礎編, (1981), 1-427, 培風館。
- (18) MA, B. A. and HE, J. F., *J. of Sound Vib.*, 15-2 (1992), 107-123.
- (19) Yamaguchi, T., Korosawa, Y., Sato, N. and Matsumura, S., *17th International Congress on Acoustics*, (2001), in CD-ROM, Roma, Italy.
- (20) Oberst, H., *Akustische Beihefte*, Heft 4 (1952), 181-194.
- (21) 赤松克兒・山口誉夫・金沢純一, 機論, 65-633, C (1999), 1865-1872.
- (22) 山口誉夫・佐藤直人・大空和仁, 自動車技術, 46-6 (1992), 37-42.
- (23) 黒沢良夫・榎本秀喜・山口誉夫, 自動車技術会シンポジウム, バーチャル開発はどこまで可能か-21世紀をむかえて, CAEの可能性と課題-, No. 12-01 (2001), 25-30.
- (24) Utsuno, H., Tanaka, T. and Fujikawa, T., *J. Acoust. Soc. Am.*, 86-2 (1989), 637-643.
- (25) 山口誉夫, 制振工学研究会 99 技術交流会, SDT 99020 (1999), 91-94.