

非最小位相系に対する修正繰返し補償器のパラメトリゼーション*

佐藤桂司^{*1}, 山田 功^{*2}, 荒川 徹^{*3}

The Parametrization of All Stabilizing Modified Repetitive Controllers for Non-Minimum Phase Systems

Keiji SATOH, Kou YAMADA^{*4} and Tooru ARAKAWA^{*4} Department of Mechanical System Engineering, Faculty Engineering, Gunma University,
1-5-1 Tenjincho, Kiryu-shi, Gunma, 376-8515 Japan

In the present paper, we give the parametrization of all stabilizing modified repetitive controllers for non-minimum phase systems. The basic idea to obtain the parametrization of all modified repetitive controllers for non-minimum phase systems is very simple. If the repetitive controller stabilizes the plant, then the repetitive controller must be included in the class of all stabilizing controllers for the plant. The parametrization of all stabilizing controllers for the plant, which is not necessarily repetitive controllers, are obtained by Youla et al. and Vidyasagar. The parametrization of all stabilizing controllers includes a free parameter, which is stable. That is, stabilizing repetitive controllers for non-minimum phase systems can be designed using the free parameter in the parametrization by Youla et al. and Vidyasagar. Using this idea, we obtain the parametrization of all stabilizing modified repetitive controllers for non-minimum phase systems. Next, a numerical example is illustrated to show the effectiveness of the proposed parametrization.

Key Words: Non-Minimum Phase System, Repetitive Control, Parametrization, Free Parameter

1. ま え が き

本稿では、非最小位相系に対する安定化修正繰返し補償器のパラメトリゼーションを検討する。繰返し制御は、周期外乱や不確かさの存在のもと、周期目標入力に定常偏差なく追従する制御系である^{(1)~(13)}。陽子シンクロトロン⁽¹⁾の電磁石電源の高精度制御を目的としてはじめられた研究であり⁽¹⁾、これまで多くの理論とその応用に関する研究が発表されている^{(1)~(13)}。任意の周期目標入力に対し、定常偏差なく追従する繰返し制御系は、中立型むだ時間系となり安定化が難しいことが知られている⁽⁹⁾。任意の周期目標入力に定常偏差なく追従するためには、制御対象がパイプロパーであることを必要とする^{(4)~(9)}。池田、高野は、周期目標入力のすべての周波数成分に対し定常偏差なく追従するのは、物理的に無理があることに着目し、制御対象の相対次数が1次であったとしても、高周波成分を持たない周期信号に対しては繰返し制御系が L_2 安定であることを示した⁽¹⁰⁾。

しかしながら、実際の制御対象は、真にプロパーで相対次数が必ずしも1次とは限らない。そのため、任意の相対次数の真にプロパーな制御対象に適用可能な繰返し制御系の設計法が検討されている^{(4)~(9)}。これらの研究は、大きく2つに分類される。一つはローパスフィルタを用い遅れ型のむだ時間系にする方法^{(4)~(8)}、一つは減衰器を用いた方法⁽⁹⁾に分けられる。後者は設計が難しいのに対し、前者は、周期目標入力の高周波成分に対する定常偏差は大きなものになるが、構成が簡単であるという特徴がある。そのため、前者の方法は、特に修正繰返し制御と呼ばれ、多くの制御問題に適用されている⁽³⁾。

一方、制御問題で重要な問題の一つに、安定化補償器すべてを求める問題、いわゆるパラメトリゼーションの問題がある⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾。安定化修正繰返し補償器のパラメトリゼーションは、原、山本によりはじめて検討された⁽⁵⁾。参考文献⁽⁵⁾では、修正繰返し制御系の安定条件が H_∞ ノルムの問題になることに着目し、Nevanlinna-Pickの補間問題に帰着して安定化修正繰返し補償器のパラメトリゼーションを与えている。加藤、舟橋は、ベズー方程式を厳密に解くことにより、最小位相系に対する安定化修正繰返し制御系のパラメトリゼーションを与えている⁽¹¹⁾。参考文献⁽¹¹⁾は、修正繰返し制御系が内部安定であるための十分条件をも

* 原稿受付 2004年4月8日。

^{*1} 群馬大学大学院工学研究科(☎376-8515 桐生市天神町1-5-1)。^{*2} 正員, 群馬大学工学部。^{*3} 学生員, 群馬大学大学院工学研究科。

E-mail: yamada@me.gunma-u.ac.jp

とにパラメトリゼーションを与えていないため、参考文献⁽⁵⁾の補償器よりも広いクラスの補償器を記述できているものと期待できるという点で、重要である。しかし、参考文献⁽¹¹⁾には、修正繰返し補償器内部のローパスフィルタの相対次数が制御対象のそれと等しくならなければならないという制約と、制御対象が安定である必要があるため、限られたクラスの最小位相系に対する安定化修正繰返し補償器のパラメトリゼーションを明らかにしているにすぎないという問題がある。参考文献⁽¹²⁾では、参考文献⁽¹¹⁾の問題を解決し、真にプロパーな最小位相系に対する安定化修正繰返し補償器のパラメトリゼーションを与えている。山田、佐藤、奥山は、参考文献⁽¹²⁾を拡張し、並列補償法とベズー方程式を解くことにより、あるクラスの非最小位相系に対する安定化修正繰返し制御系のパラメトリゼーションを与えている⁽¹³⁾。しかし、参考文献⁽¹³⁾は、限られたクラスの非最小位相系に対する安定化修正繰返し補償器のパラメトリゼーションを与えているにすぎず、任意の非最小位相系に対する安定化修正繰返し補償器のパラメトリゼーションは得られていない。参考文献⁽¹³⁾の方法を適用できない非最小位相系も数多く存在するため、任意の非最小位相系に対する安定化修正繰返し補償器のパラメトリゼーションを得ることは、パラメトリゼーションの有用性を鑑みても重要な問題である。参考文献⁽¹³⁾では、並列補償法を援用しているために、任意の非最小位相系に対する安定化修正繰返し補償器のパラメトリゼーションが得られない。そのため、参考文献⁽¹³⁾の方法と同様の方法を用いても、任意の非最小位相系に対する安定化修正繰返し補償器のパラメトリゼーションを得ることは困難である。

本稿では、参考文献⁽¹³⁾とは異なる方法で、任意の非最小位相系に対する安定化修正繰返し補償器のパラメトリゼーションを求める問題を検討する。任意の非最小位相系に対する安定化修正繰返し補償器のパラメトリゼーションを求める基本的なアイデアは、以下のとおりである。すなわち、修正繰返し補償器が制御対象を安定化するならば、修正繰返し補償器は、制御対象を安定化する安定化補償器のクラスに含まれている。制御対象を安定化するすべての補償器のパラメトリゼーションは、参考文献⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾の方法で得られる。制御対象を安定化する補償器のパラメトリゼーションには、安定な自由パラメータが含まれている⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾。修正繰返し補償器が制御対象を安定化するならば、制御対象を安定化する補償器のパラメトリゼーションに含まれる自由パラメータがある形式で記述されることを示す。逆に、制御対象を安定化する補償器のパラメ

トリゼーションに含まれる自由パラメータをある決まった形式で記述すると、補償器は安定化修正繰返し補償器として働くことを示す。このアイデアを用いると、任意の非最小位相系に対する安定化修正繰返し補償器のパラメトリゼーションが得られる。つぎに、本稿で得られた安定化修正繰返し補償器のパラメトリゼーションを用いた、安定化修正繰返し補償器の設計手順を与える。最後に数値例を与え、本稿で述べたパラメトリゼーションの有用性を検証する。

本稿で使用する記号を以下にまとめる。

R	実数の集合
C	複素数の集合
$R(s)$	s の実有理関数の集合
RH_{∞}	安定プロパーな実有理関数の集合
H_{∞}	安定 causal な関数の集合
$\ \{\cdot\}\ _{\infty}$	$\{\cdot\}$ の RH_{∞} ノルム

2. 問題の記述

次式で表される一入力一出力の制御系を考える。

$$\begin{cases} y = G(s)u \\ u = C(s)(r - y) \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 $G(s) \in R(s)$ は制御対象であり、既約であると仮定する。 $C(s)$ は補償器、 $u \in R$ は制御入力、 $y \in R$ は出力、 r は周期 T の周期目標入力であり

$$r(t+T) = r(t) \quad (\forall t \geq 0) \quad (2)$$

を満足する。

周期 T の周期外乱や制御対象 $G(s)$ に不確かさが存在したとしても、出力 y が周期 T の周期目標入力 r に小さな定常偏差で追従するためには、参考文献⁽⁶⁾から、補償器 $C(s)$ は

$$C(s) = C_1(s) + C_2(s)C_r(s) \quad (3)$$

と記述される必要がある。ここで、 $C_1(s) \in R(s)$ 、 $C_2(s) \neq 0 \in R(s)$ であり、 $C_r(s)$ は周期 T の周期目標入力 r に対する内部モデルで

$$C_r(s) = \frac{q(s)e^{-sT}}{1 - q(s)e^{-sT}} \quad (4)$$

と記述されるものとする。また $q(s)$ は、 $q(0) = 1$ を満足する真にプロパーなローパスフィルタである。 $q(s)$ は、修正繰返し補償器の周期目標入力に対する制御性能を指定する役割を担い、

$$1 - q(j\omega) \simeq 0 \quad (5)$$

を満足する目標入力の周波数成分に対し、小さな定常偏差が達成できる。以下では、(3) 式で表される補償

器 $C(s)$ のことを修正繰返し補償器, (3) 式で表される補償器を用いた (1) 式の制御系のことを修正繰返し制御系と呼ぶことにする.

本稿で検討する問題は, (1) 式の制御系を内部安定とする (3) 式で表される causal な修正繰返し補償器 $C(s)$ のすべてを求めることである.

3. 安定化修正繰返し補償器のパラメトリゼーション

ここでは, (1) 式の制御系を内部安定とする (3) 式で表される causal な修正繰返し補償器 $C(s)$ のすべてを求める問題を検討する.

(3) 式で表される修正繰返し補償器 $C(s)$ を用いたとき, (1) 式の制御系が内部安定となる causal な補償器のパラメトリゼーションに関して, つぎの定理が成り立つ.

定理 1 (1) 式の制御系を内部安定とする修正繰返し補償器のパラメトリゼーションは,

$$C(s) = \frac{\tilde{X}(s) + D(s)Q(s)}{\tilde{Y}(s) - N(s)Q(s)} \quad (6)$$

で表される. ただし, $N(s) \in RH_\infty$, $D(s) \in RH_\infty$, $\tilde{N}(s) \in RH_\infty$, $\tilde{D}(s) \in RH_\infty$ は制御対象 $G(s)$ を RH_∞ 上で既約分解したときの既約因子であり

$$\begin{aligned} G(s) &= N(s)D^{-1}(s) \\ &= \tilde{D}^{-1}(s)\tilde{N}(s) \end{aligned} \quad (7)$$

を満足する. $\tilde{X}(s) \in RH_\infty$, $\tilde{Y}(s) \in RH_\infty$ は

$$\begin{bmatrix} Y(s) & X(s) \\ -\tilde{N}(s) & \tilde{D}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D(s) & -\tilde{X}(s) \\ N(s) & \tilde{Y}(s) \end{bmatrix} = I \quad (8)$$

を満足する関数である. $Q(s) \in H_\infty$ は自由パラメータであり

$$Q(s) = \frac{Q_{n1}(s) + Q_{n2}(s)e^{-sT}}{Q_{d1}(s) + Q_{d2}(s)e^{-sT}} \quad (9)$$

で記述される. ただし, $Q_{n1}(s) \in RH_\infty$, $Q_{n2}(s) \in RH_\infty$, $Q_{d1}(s) \neq 0 \in RH_\infty$, $Q_{d2}(s) \in RH_\infty$ は,

$$-\frac{\tilde{Y}(0)Q_{d2}(0) - N(0)Q_{n2}(0)}{\tilde{Y}(0)Q_{d1}(0) - N(0)Q_{n1}(0)} = 1 \quad (10)$$

$$\begin{aligned} &(\tilde{X}(s)N(s) + \tilde{Y}(s)D(s)) \\ &\cdot (-Q_{n1}(s)Q_{d2}(s) + Q_{n2}(s)Q_{d1}(s)) \neq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

を満足する任意の関数である.

定理 1 の証明には, つぎの補題を用いる.

補題 1 (1) 式の制御系が内部安定であるための必要十分条件は, 補償器 $C(s)$ が

$$C(s) = \frac{\tilde{X}(s) + D(s)Q(s)}{\tilde{Y}(s) - N(s)Q(s)} \quad (12)$$

と表されることである. ただし, $N(s) \in RH_\infty$, $D(s) \in RH_\infty$, $\tilde{D}(s) \in RH_\infty$, $\tilde{N}(s) \in RH_\infty$ は制御対象 $G(s)$ を RH_∞ 上で既約分解したときの既約因子であり (7) 式を満足する関数, $\tilde{X}(s) \in RH_\infty$ と $\tilde{Y}(s) \in RH_\infty$ は (8) 式を満足する関数, $Q(s) \in H_\infty$ は自由パラメータであり, 任意の関数である⁽¹⁵⁾.

補題 1 を用いて定理 1 を証明する.

(証明) まず必要性を証明する. すなわち, (3) 式で表される修正繰返し補償器 $C(s)$ が (1) 式の制御系を安定化するならば, $C(s)$ が (6) 式で記述されること, (6) 式に含まれる $Q(s)$ が, (9) 式で表されること, (10), (11) 式が成り立つことを示す. 補題 1 から, 制御対象 $G(s)$ を安定化する補償器 $C(s)$ のパラメトリゼーションは (6) 式で表される. (3) 式で表される修正繰返し補償器が (1) 式の制御系を安定化するという仮定から, (3) 式で表される修正繰返し補償器 $C(s)$ を (6) 式の形式で表したとき, $Q(s) \in H_\infty$ となる. (3) 式の $C(s)$ を (6) 式に代入し, $Q(s)$ について整理すると,

$$\begin{aligned} Q(s) &= \frac{-\tilde{X}(s)C_{1d}(s)C_{2d}(s) + \tilde{Y}(s)C_{1n}(s)C_{2d}(s)}{D(s)C_{1d}(s)C_{2d}(s) + N(s)C_{1n}(s)C_{2d}(s)} \\ &\quad + \frac{\{\tilde{X}(s)C_{1d}(s)C_{2d}(s) - \tilde{Y}(s)C_{1n}(s)C_{2d}(s)\}}{+ \{-D(s)C_{1d}(s)C_{2d}(s) - N(s)C_{1n}(s)C_{2d}(s)\}} q(s)e^{-sT}}{+ N(s)C_{1d}(s)C_{2n}(s)} \\ &= \frac{Q_{n1}(s) + Q_{n2}(s)e^{-sT}}{Q_{d1}(s) + Q_{d2}(s)e^{-sT}} \end{aligned} \quad (13)$$

が得られる. ただし, $C_{1n}(s)$, $C_{1d}(s)$ は, $C_1(s)$ を RH_∞ 上で既約分解したときの既約因子であり

$$C_1(s) = \frac{C_{1n}(s)}{C_{1d}(s)} \quad (14)$$

を満足する. $C_{2n}(s)$, $C_{2d}(s)$ は, $C_2(s)$ を RH_∞ 上で既約分解したときの既約因子であり

$$C_2(s) = \frac{C_{2n}(s)}{C_{2d}(s)} \quad (15)$$

を満足する. また,

$$Q_{n1}(s) = -\tilde{X}(s)C_{1d}(s)C_{2d}(s) + \tilde{Y}(s)C_{1n}(s)C_{2d}(s) \quad (16)$$

$$\begin{aligned} Q_{n2}(s) &= \{\tilde{X}(s)C_{1d}(s)C_{2d}(s) - \tilde{Y}(s)C_{1n}(s)C_{2d}(s) \\ &\quad + \tilde{Y}(s)C_{1d}(s)C_{2n}(s)\} q(s) \end{aligned} \quad (17)$$

$$Q_{d1}(s) = D(s)C_{1d}(s)C_{2d}(s) + N(s)C_{1n}(s)C_{2d}(s) \quad (18)$$

$$\begin{aligned} Q_{d2}(s) &= \{-D(s)C_{1d}(s)C_{2d}(s) - N(s)C_{1n}(s)C_{2d}(s) \\ &\quad + N(s)C_{1d}(s)C_{2n}(s)\}q(s) \end{aligned} \quad (19)$$

である。(13)式から、(3)式で表される補償器 $C(s)$ が(1)式の制御系を安定化するならば、(6)式の自由パラメータ $Q(s)$ は、(9)式で表されることが示された。 $q(0) = 1$ の仮定と(16)、(17)、(18)、(19)式から、(10)、(11)式が成り立つことが確認できる。以上のことから、必要性が証明された。

つぎに十分性を証明する。すなわち、(10)、(11)式の仮定のもとで、(6)式で表される補償器 $C(s)$ の $Q(s)$ を(9)式で与えると、補償器 $C(s)$ は(3)式の形式で記述されること、(3)式に含まれる $q(s)$ が $q(0) = 1$ を満足することを示す。(9)式を(6)式に代入すると、

$$C(s) = C_1(s) + C_2(s) \frac{q(s)e^{-sT}}{1 - q(s)e^{-sT}} \quad (20)$$

が得られる。ただし、 $C_1(s)$ 、 $C_2(s)$ 、 $q(s)$ は、それぞれ

$$C_1(s) = \frac{\tilde{X}(s)Q_{d1}(s) + D(s)Q_{n1}(s)}{\tilde{Y}(s)Q_{d1}(s) - N(s)Q_{n1}(s)} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} C_2(s) &= -\frac{(\tilde{X}(s)N(s) + \tilde{Y}(s)D(s))}{(\tilde{Y}(s)Q_{d2}(s) - N(s)Q_{n2}(s))} \\ &\quad \cdot \frac{(-Q_{n1}(s)Q_{d2}(s) + Q_{n2}(s)Q_{d1}(s))}{(\tilde{Y}(s)Q_{d1}(s) - N(s)Q_{n1}(s))} \end{aligned} \quad (22)$$

$$q(s) = -\frac{\tilde{Y}(s)Q_{d2}(s) - N(s)Q_{n2}(s)}{\tilde{Y}(s)Q_{d1}(s) - N(s)Q_{n1}(s)} \quad (23)$$

である。(11)式の仮定と(22)式から、 $C_2(s) \neq 0$ が成り立つ。また、(10)式の仮定と(23)式から、 $q(0) = 1$ が成り立ち、(6)式で表される補償器 $C(s)$ は修正繰返し補償器として働くことが示された。

以上のことから定理1は証明された。 ■

4. 自由パラメータ $Q(s)$ の設計手順

ここでは、定理1の条件を満足する自由パラメータ $Q(s)$ の設計手順を与える。

定理1の(23)式から、(9)式の $Q(s)$ を定めると、修正繰返し補償器の周期目標入力に対する制御性能を指定するローパスフィルタ $q(s)$ が定まる。すなわち、(9)式の $Q(s)$ を定めると $q(s)$ が決まり、

$$1 - q(j\omega) \simeq 0 \quad (24)$$

を満足する周波数領域が決定される。広い周波数領域で(24)式を満足するためには、 $q(s)$ が最小位相推移系である必要がある。そのため、つぎに $q(s)$ を最小位相推移系とする(9)式の $Q(s)$ の設計法を与える。

$q(s)$ を最小位相推移系とする(9)式の $Q(s)$ の設計法は、つぎの手順にまとめられる。

Step 1) $Q_{d1}(s) \in RH_\infty$ と $Q_{d2}(s) \in RH_\infty$ を $1/(Q_{d1}(s) + Q_{d2}(s)e^{-sT}) \in H_\infty$ を満足するように定める。

Step 2) $q_d(s) = \tilde{Y}(s)Q_{d1}(s) - N(s)Q_{n1}(s)$ が最小位相推移系となるように $Q_{n1}(s) \in RH_\infty$ を定める。

Step 3) $q_n(s) = \tilde{Y}(s)Q_{d2}(s) - N(s)Q_{n2}(s)$ が最小位相推移系となるように $Q_{n2}(s) \in RH_\infty$ を定める。

Step 4) $q(s)$ が(23)式であることから、

$$q(s) = \frac{q_n(s)}{q_d(s)} \quad (25)$$

と記述される。 $q_n(s)$ 、 $q_d(s)$ がともに最小位相推移系であるので、 $q(s)$ が最小位相推移系となる。

上記の手順で、最小位相推移系の $q(s)$ が設計できるが、 $G(s)$ が最小位相系の場合、(8)式の $\tilde{Y}(s)$ が最小位相系の場合には、比較的簡単に最小位相推移系の $q(s)$ が設計できる。つぎに、制御対象 $G(s)$ が最小位相系するとき、 $q(s)$ を最小位相推移系とする自由パラメータ $Q(s)$ の設計法を述べる。 $Q_{d1}(s)$ 、 $Q_{d2}(s)$ をそれぞれ

$$Q_{d1}(s) = 1 \quad (26)$$

$$Q_{d2}(s) = 0 \quad (27)$$

とおく。 $G(s)$ が最小位相系であるという仮定から、(7)式の $N(s)$ は最小位相系である。 $N(s)$ が最小位相系であるとき、参考文献⁽¹⁵⁾から、 $\tilde{Y}(s) - N(s)Q_{n1}(s)$ を最小位相系とする $Q_{n1}(s) \in RH_\infty$ が存在する。 $\tilde{Y}(s) - N(s)Q_{n1}(s)$ を最小位相系とする $Q_{n1}(s) \in RH_\infty$ を用いて、 $Q_{n2}(s)$ を

$$Q_{n2}(s) = \frac{\tilde{Y}(s) - N(s)Q_{n1}(s)}{N(s)} \bar{Q}(s) \quad (28)$$

で与える。ただし、 $\bar{Q}(s) \in RH_\infty$ は $Q_{n2}(s)$ をプロパーにし、 $\bar{Q}(0) = 1$ を満足するローパスフィルタである。このとき、(23)式の $q(s)$ は

$$q(s) = \bar{Q}(s) \quad (29)$$

となる。 $\bar{Q}(s)$ を用いて、 $q(j\omega) = \bar{Q}(j\omega) \simeq 1$ を満足する周期目標入力の周波数成分に対し、小さな定常偏差が達成できる。なお、 $N(s)$ が最小位相系であることと $\bar{Q}(s) \in RH_\infty$ から、(28)式の $Q_{n2}(s)$ は $Q_{n2}(s) \in RH_\infty$ で

ある. (26), (27) 式と $Q_{n1}(s) \in RH_\infty$, $Q_{n2}(s) \in RH_\infty$ から, (6) 式の $Q(s)$ は, $Q(s) \in H_\infty$ であることがわかる. また, $\bar{Q}(0) = 1$ の仮定から, $q(0) = 1$ が成り立つ. このような手順で, $G(s)$ が最小位相系の場合には, 定理 1 を満足し, (23) 式の $q(s)$ を最小位相推移系とする $Q(s)$ が設計できる.

つぎに, (8) 式の $\tilde{Y}(s)$ が最小位相系するとき, $q(s)$ を最小位相推移系とする $Q(s)$ の設計法を述べる. $Q_{n1}(s)$, $Q_{n2}(s)$ を

$$Q_{n1}(s) = 1 \quad (30)$$

$$Q_{n2}(s) = 0 \quad (31)$$

とおく. 参考文献⁽¹⁵⁾から, $\tilde{Y}(s)Q_{d1}(s) - N(s)$ を最小位相推移系とする $Q_{d1}(s) \in RH_\infty$ が存在する. $\tilde{Y}(s)Q_{d1}(s) - N(s)$ を最小位相推移系とする $Q_{d1}(s) \in RH_\infty$ を用いて, $Q_{d2}(s)$ を

$$Q_{d2}(s) = -\frac{\tilde{Y}(s)Q_{d1}(s) - N(s)}{\tilde{Y}(s)}\bar{Q}(s) \quad (32)$$

で与える. ただし, $\bar{Q}(s) \in RH_\infty$ は $Q_{d2}(s)$ をプロパー, $1/(Q_{d1}(s) + Q_{d2}(s)e^{-sT}) \in H_\infty$ にし, $\bar{Q}(0) = 1$ を満足する最小位相推移なローパスフィルタである. このとき, (23) 式の $q(s)$ は

$$q(s) = \bar{Q}(s) \quad (33)$$

となる. また, $\bar{Q}(0) = 1$ の仮定から, $q(0) = 1$ が成り立つ. このような手順で, $\tilde{Y}(s)$ が最小位相系の場合には, 定理 1 を満足し, (23) 式の $q(s)$ を最小位相推移系とする $Q(s)$ が設計できる.

5. 数 値 例

ここでは数値例を示し, 本稿で述べたパラメトリゼーションと設計法の有用性を検証する.

次式で表される不安定で非最小位相な制御対象

$$G(s) = \frac{-s+600}{3s^2+5s-8} \quad (34)$$

に対し, (1) 式の制御系を安定にし, 周期 $T = 4$ [sec] の周期目標入力に小さな定常偏差で追従する修正繰返し補償器 $C(s)$ のパラメトリゼーションを求めることを考える.

(7), (8) 式を満足する $D(s)$, $N(s)$, $\tilde{X}(s)$ と $\tilde{Y}(s)$ は, それぞれ

$$D(s) = \frac{s^2+1.6667s-2.6667}{s^2+15s+50} \quad (35)$$

$$N(s) = \frac{-0.3333s+200}{s^2+15s+50} \quad (36)$$

$$\tilde{X}(s) = \frac{4.277s+11.239}{s^2+15s+50} \quad (37)$$

$$\tilde{Y}(s) = \frac{s^2+28.3333s+262.8111}{s^2+15s+50} \quad (38)$$

で与えられる. 定理 1 から, (34) 式の制御対象 $G(s)$ を安定化する修正繰返し補償器のパラメトリゼーションは, (6) 式で表される. ただし, $Q(s) \in H_\infty$ は, (10) 式と (11) 式を満足する (9) 式で記述される任意の関数である.

つぎに, 得られた安定化修正繰返し補償器のパラメトリゼーション (6) 式の $Q(s)$ を 4. で述べた方法を用いて設計し, (1) 式の修正繰返し制御系の目標追従特性, 外乱抑制特性を調べる. (38) 式から, $\tilde{Y}(s)$ が最小位相系であるので, 4. で述べた方法で (9) 式の $Q(s)$ を定めることにする. (9) 式の $Q_{n1}(s)$, $Q_{n2}(s)$, $Q_{d1}(s)$ をそれぞれ

$$Q_{n1}(s) = 1 \quad (39)$$

$$Q_{n2}(s) = 0 \quad (40)$$

$$Q_{d1}(s) = 1.2 \quad (41)$$

とし, $Q_{d2}(s)$ を (32) 式で与える. ただし,

$$\bar{Q}(s) = \frac{1}{(0.0001s+1)^2} \quad (42)$$

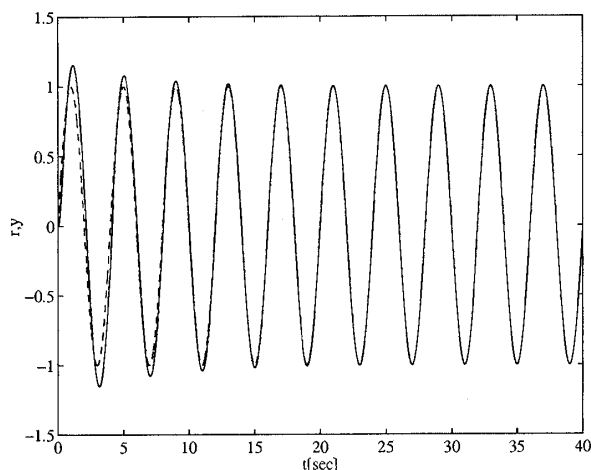
である. このとき, $Q(s) \in H_\infty$ であることが確認できる. (35)~(42) 式を (6) 式に代入すると, 修正繰返し補償器 $C(s)$ は

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{(s^2+28.3333s+262.8111)}{(s^2+28.3333s+262.8111)} \\ &\quad \frac{(s^2+6.7991s+10.8206)(0.0001s+1)^2 + (1.2s^2+34.3333s+115.373)}{(4.277s+11.239)(1.2s^2+34.3333s+115.373)e^{-sT}} \\ &\quad \frac{1}{\{(0.0001s+1)^2 - e^{-sT}\}} \end{aligned} \quad (43)$$

となる. 上式から, 修正繰返し補償器 $C(s)$ が causal であることが確認できる.

周期 $T = 4$ [sec] の周期目標入力

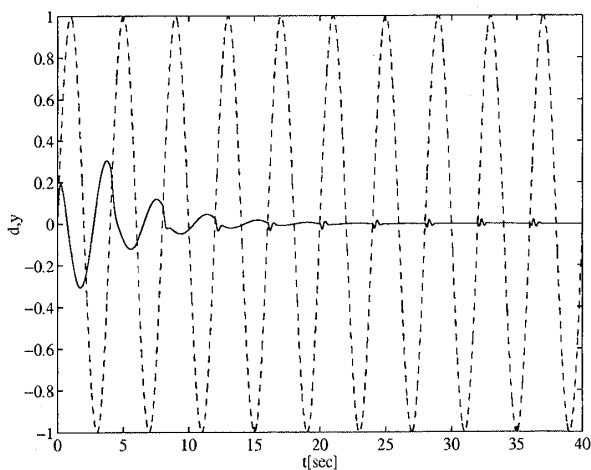
$$r(t) = \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) \quad (44)$$

Fig. 1 Response for the reference input $r = \sin(\pi/2t)$

に対する (1) 式のシステムの観測出力 y の応答を図 1 に示す。ただし、実線が観測出力 y の応答を表し、点線が追従すべき目標入力 r の応答を表す。図 1 から、観測出力 y が (44) 式の目標入力 r に小さな定常偏差で追従していることが示されている。つぎに、周期 $T = 4[\text{sec}]$ の周期外乱

$$d(t) = \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) \quad (45)$$

が観測出力 y に加わった場合の観測出力 y の応答を図 2 に示す。ただし、実線が観測出力 y の応答を表し、

Fig. 2 Response for the disturbance $d = \sin(\pi/2t)$

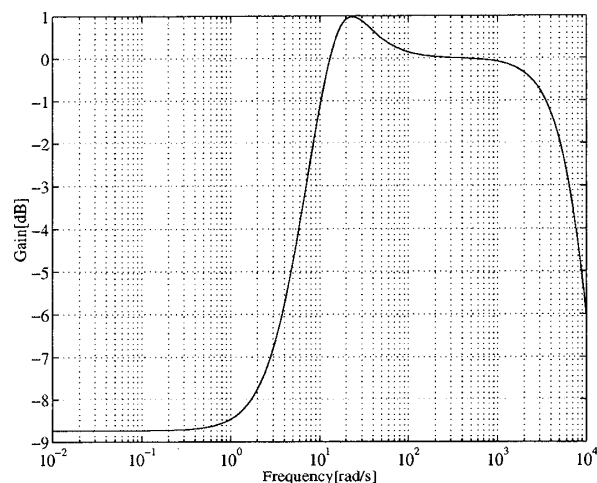
点線が入力された周期外乱 d の応答を表す。図 2 から、周期外乱の影響を低減できていることが示されている。

つぎに、上記により設計された (43) 式の修正繰返し補償器が、(1) 式の修正繰返し制御系が安定であるための十分条件⁽³⁾を満足しないことを示す。参考文献⁽³⁾から、(3) 式の修正繰返し補償器を用いたときに (1) 式

の制御系を安定とする十分条件は

$$\left\| \frac{G(s)(C_2(s) - C_1(s)) - 1}{1 + G(s)C_1(s)} q(s) \right\|_{\infty} < 1 \quad (46)$$

を満足することである。(43) 式で得られた修正繰返し補償器 $C(s)$ を用いたとき、 $\{G(s)(C_2(s) - C_1(s)) - 1\}q(s)/(1 + G(s)C_1(s))$ のボード線図は図 3 で表される。図 3 から、明らかに

Fig. 3 Bode plot of $\frac{G(s)(C_2(s) - C_1(s)) - 1}{1 + G(s)C_1(s)} q(s)$

(46) 式を満足していないことがわかる。本稿のパラメトリゼーションは、安定性の十分条件 (46) 式をもとにしてパラメトリゼーションを求めていないため、(46) 式を満足しない補償器まで表現できている。また、本稿の結果は参考文献^{(5)(11)~(13)}で検討された安定化修正繰返し補償器のパラメトリゼーションの結果を包含していることは、これまでの議論から明らかである。

なお、上記の主張は、(23) 式の制御対象 $G(s)$ に対し (46) 式を満足する修正繰返し補償器が存在しないということの意味するものではないことに注意する。(46) 式を満足する修正繰返し補償器は、これまでの議論から定理 1 を満足する修正繰返し補償器に包含されるため、(46) 式を満足する修正繰返し補償器を設計するだけで、十分な制御性能を達成できる場合もある。しかしながら、(46) 式を満足する繰返し補償器を設計するには、 $C_2(s)$ のゲインを小さくする必要があり、入出力特性が十分でないことが起こりえる。このことを明確にするために、つぎに、(1) 式の修正繰返し制御系が安定であるための十分条件 (46) 式を満足する修正繰返し補償器と本稿で得られた修正繰返し補償器の入出力特性を比較する。本稿で得られた修正繰返し補償器と比較するため、(46) 式を満足する補償器のローパスフィルタ $q(s)$ と $C_1(s)$ は、本稿で求めた修正繰返し

補償器と同じもの, すなわち

$$q(s) = \frac{1}{1+0.0001s} \quad (47)$$

$$C_1(s) = \frac{(s^2 + 28.3333s + 262.8111)}{(s^2 + 28.3333s + 262.8111) \frac{(s^2 + 6.7991s + 10.8206)(0.0001s + 1)^2}{(1.2s^2 + 34.3333s + 115.373)}} \quad (48)$$

とする. (46) 式を満足する $C_2(s)$ には,

$$C_2(s) = \frac{(s+0.06)(s+0.09)}{(s+25)(s+35)(s+100)(s+200)(s+300)} \quad (49)$$

がある. なお, (49) 式の $C_2(s)$ が (46) 式を満足することは, $\{G(s)(C_2(s) - C_1(s)) - 1\}q(s)/(1 + G(s)C_1(s))$ のボード線図が図 4 で表されることから, 確認できる. 周期 $T = 4[\text{sec}]$ の周期目標入力 $r(t) = \sin(\pi/2t)$ に対

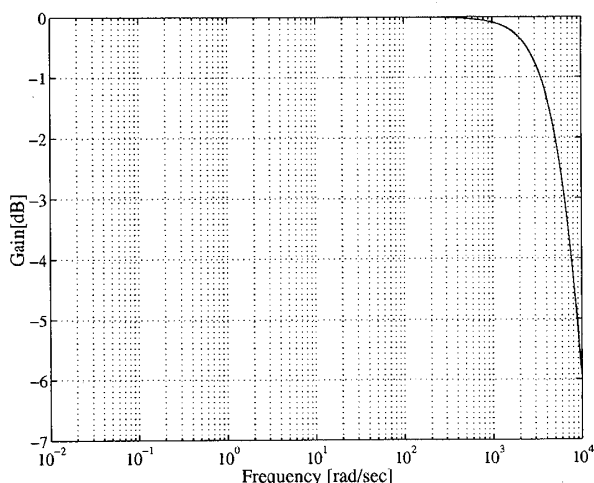


Fig. 4 Bode plot of $\frac{G(s)(C_2(s) - C_1(s)) - 1}{1 + G(s)C_1(s)}q(s)$

する (1) 式のシステムの観測出力 y の応答を図 5 に示す. ただし, 実線が観測出力 y の応答を表し, 点線が追従すべき目標入力 r の応答を表す. 図 1 と図 5 を比較すると, (46) 式を満足するよう $C_2(s)$ のゲインを小さくしたことで (46) 式を満足する修正繰返し補償器を用いた場合の応答図 5 の方が, 本稿で設計した修正繰返し補償器を用いた応答図 1 よりも入出力特性が悪化し, 定常偏差が大きくなっていることがわかる. 提案方法は, (46) 式の制約を受けずに修正繰返し補償器が設計できるので, 修正繰返し補償器のゲインを大きくすることができ, 入出力特性が良好な修正繰返し制御系が設計できる.

以上のことから, 本稿で提案した方法の有用性が確認された.

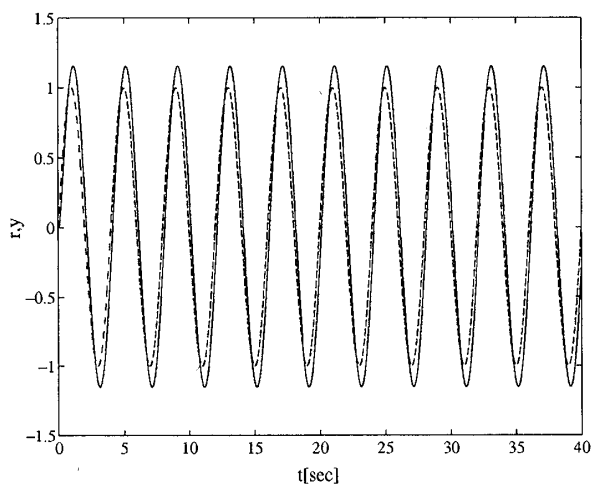


Fig. 5 Response for the reference input $r = \sin(\pi/2t)$

6. あとがき

本稿では, 非最小位相系に対する安定化修正繰返し補償器のパラメトリゼーションを与えた. 広い周波数領域の目標入力の周波数成分に対し小さな定常偏差を達成するために, 修正繰返し補償器に含まれるローパスフィルタ $q(s)$ を最小位相推移系とする自由パラメータ $Q(s)$ の設計法を与えた. 最後に数値例を示し, 本稿で提案した安定化修正繰返し補償器のパラメトリゼーションの有用性を検証した. これまでの安定条件を満足しないが, 修正繰返し制御系を内部安定にする補償器まで表現できたことは興味深い.

本研究の一部は, 高柳記念電子科学技術振興財団の援助を受けた. ここに記し, 感謝の意を表したい.

文 献

- (1) 井上他, 陽子シンクロトン電磁石電源の繰返し運転における高精度制御, 電気学会論文集, C100, (1980), pp.234-240.
- (2) 井上, 岩井, 中野, プレイバックサーボ系の高精度制御, 電気学会論文誌 C, 101-4, (1981), pp.89-96.
- (3) 中野, 井上, 山本, 原, 繰返し制御, 計測自動制御学会 (1989)
- (4) 原, 小俣, 中野, 繰返し制御系の安定条件と設計法, 計測自動制御学会論文集, 22-1, (1986), pp.36-42.
- (5) 原, 山本, 多変数繰返し制御系の安定化-安定条件と安定化補償器のクラス, 計測自動制御学会論文集, 22-12, (1986), pp.1256-1261.
- (6) 山本, 原, 繰返し制御系の内部モデル原理と安定化可能性, 計測自動制御学会論文集, 22-8, (1987), pp.830-834.
- (7) S. Hara, Y. Yamamoto, T. Omata and M. Nakano, *Repetitive Control System: A New Type Servo System for Periodic Exogenous Signals*, IEEE Trans. on Automatic Control, AC-33-7, (1988), pp.659-668.
- (8) T. Omata, S. Hara and M. Nakano, *Nonlinear Repetitive Control with Application to Trajectory Control of*

- Manipulators, J. of Robotic Systems*, 4-5, (1987), pp.631-652.
- (9) 渡部, 山足, スペクトル分解法による繰返し制御系の安定化, 計測自動制御学会論文集, 22-5, (1986), pp.535-541.
- (10) 池田, 高野, 入出力直結経路を持たないシステムの繰返し制御, 計測自動制御学会論文集, 24-6, (1988), pp.575-582.
- (11) 加藤, 舟橋, 繰返し制御器の一構成法, 計測自動制御学会論文集, 32-12, (1996), pp.1601-1605.
- (12) 山田, 奥山, 最小位相系に対する繰返し制御系のパラメトリゼーション, 計測自動制御学会論文集, 38-4, (2000), pp.328-334.
- (13) 山田, 佐藤, 奥山, あるクラスの非最小位相系に対する繰返し制御系のパラメトリゼーション, 日本機械学会論文集 (C) 編, 69-686, (2003), pp.2700-2706.
- (14) D.C. Youla, H. Jabr and J.J. Bongiorno, *Modern Wiener-Hopf design of optimal controllers. Part I*, IEEE Trans. on Automatic Control, 21-1, (1976), pp.3-13.
- (15) M. Vidyasagar, *Control System Synthesis—A factorization approach—*, MIT Press(1985).
-