

固有ベクトルを重み係数とした減衰寄与度を用いた 三次元室空間内への吸音材の配置*

山 口 誉 夫^{*1}, 津 川 純 一^{*2}
榎 本 秀 喜^{*3}, 黒 沢 良 夫^{*3}

Layout of Sound Absorbing Materials in 3D Rooms Using Damping Contributions with Eigenvectors as Weight Coefficients

Takao YAMAGUCHI^{*4}, Junichi TSUGAWA,
Hideki ENOMOTO and Yoshio KUROSAWA

^{*4} Department of Mechanical System Engineering, Gunma University,
1-5-1 Tenjincho, Kiryu-shi, Gunma, 376-8515 Japan

This paper deals with analysis for layout of sound absorbing materials in three-dimensional rooms using damping contributions with eigenvectors as weight coefficients. Elements of absorbing materials are modeled by 3D finite element, which having complex density and complex volume elasticity. By expanding the solution of complex eigenvalue problem with small parameter, equations of motion are derived using first order of asymptotic components. From the equations, contribution of damping elements on modal damping is derived in consideration of multiple modes. The sound absorbing materials are arranged in three-dimensional rooms according to this contribution and the components of eigenvectors at the evaluation points. The availability of this method is verified using an expansion type chamber.

Key Words : Damping, Finite Element Method, Noise, Computer Aided Analysis, Damping Property, Modal Strain and Kinetic Energy Method

1. 緒言

生活環境における騒音抑制が望まれており、騒音源となる機械の低騒音化が必要である。拡張室形消音器により、空間内に吸音材を充填し音響エネルギーを低減する方法がある。従来、吸音材を配置する場合、実験あるいは数値実験による試行錯誤を経て最適化を行っていた。したがって吸音材の閉空間への配置を最適にする設計法が望まれる。

建築構造の吸音設計には、主に拡散音場を仮定した幾何音響のアプローチが古くから研究されてきている⁽¹⁾。しかし、自動車などの車室内の音場のように小さい空間では、問題となる音の波長に比べ狭く、拡散場とはみなせないことがある。このような場合には数値計算法としては定在波を考慮できる吸音解析手法が必要であり、有限要素法や境界要素法などの手法が提案されてきている^{(2)~(8)}。これらは応答の計算法が主

に提案されおり、モード減衰や吸音材の最適配置についての情報が求められていない。著者のひとりの山口⁽¹⁰⁾らは、複素実効密度と複素体積弾性率をとする吸音材の三次元有限要素を用いて、空間のモード減衰に対する各吸音要素の減衰寄与率を定式化した。この減衰寄与率は複素固有値問題の解を微小パラメータにより漸近展開し、微量0次、1次の成分から得られる。この減衰寄与率を用いて吸音要素の空間内への配置法を単一の空間共鳴に対して提案している。

本論では、提案手法を拡張して、複数の空間共鳴に対しての吸音材の配置法を検討する。具体的には、先に提案している減衰寄与率に加えて、各共鳴周波数における評価点の固有ベクトル(音響モードの成分)を重み係数として、多モードでの配置を検討した。手法を拡張室形消音器に応用了。モデルはKagawa らの実験⁽²⁾で用いられた消音器をベースとした。このモデルに吸音材を充填してモード減衰に対する各要素の寄与率の分布を求めた。実験に相当する吸音材を減衰寄与率の分布に従い再配置を行った。再配置モデルで減音量の改善効果を調べ手法の有用性を明らかにした。

2. 解析内容

* 原稿受付 2008年4月21日。

*¹ 正員、群馬大学大学院工学研究科(〒376-8515 桐生市天神町1-5-1)。

*² 学生員、群馬大学大学院機械システム工学専攻。

*³ 正員、富士重工業(株)(〒373-8555 太田市スバル町1-1)。
E-mail: yamaguchi@me.gunma-u.ac.jp

2・1 吸音材を有する三次元閉音場の離散化 吸音材を有する三次元閉空間を有限要素で離散化する。本論の場合、吸音材と気体とが混在する系であるので、均質場に対応する Helmholtz の式を用いることはできない。次に示すアプローチを行う。

微小振幅で調和励振を受ける非粘性圧縮性完全流体の運動方程式は次式となる^{(3), (9), (10)}。

$$-\operatorname{grad} p = -\rho \omega^2 \{U\} \quad (1)$$

また、連続の式は次式となる。

$$p = -E \operatorname{div} \{U\} \quad (2)$$

ここで、 p は圧力、 $\{U\}$ は粒子変位ベクトル、 ω は角周波数、 ρ は実効密度、 E は体積弾性率である。

要素内の音圧 p と節点の音圧 $\{p_e\}$ との関係を、適当な内挿関数 N_i ($i=1,2,3,\dots$) を用い次のように近似する。

$$p = [N]^T \{p_e\} \quad (3)$$

ここで、 $[N]^T = [N_1, N_2, N_3, \dots]$ 、 T は転置を表す。

式(1), (2), (3)より運動エネルギー、歪みエネルギー、ボテンシャルエネルギーを求めエネルギー最小原理を用い次式を得る。

$$([K]_e - \omega^2 [M]_e) \{p_e\} = -\omega^2 \{u_e\} \quad (4)$$

$$[K]_e = (1/\rho_e) [\tilde{K}]_e \quad (5)$$

$$[M]_e = (1/E_e) [\tilde{M}]_e \quad (6)$$

式(4)において $\{u_e\}$ は e 番目の要素の節点粒子変位ベクトル、 $[K]_e$ は要素剛性行列、 $[M]_e$ は要素質量行列である。 $[\tilde{K}]_e$ と $[\tilde{M}]_e$ は内挿関数とその導関数により構成される行列であり、その i 行 j 列成分である \tilde{M}_{eij} 、

\tilde{K}_{eij} はそれぞれ次式となる。

$$\tilde{M}_{eij} = \iiint N_i N_j dx dy dz \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \tilde{K}_{eij} = & \iiint \{(\partial N_i / \partial x)(\partial N_j / \partial x) + (\partial N_i / \partial y)(\partial N_j / \partial y) \\ & + (\partial N_i / \partial z)(\partial N_j / \partial z)\} dx dy dz \quad (8) \end{aligned}$$

多孔質材内部の音場を考える場合、実効密度と体積弾性率を複素数とする次のモデルが提案され検証されている^{(11), (6), (9), (10), (12)}。

$$\rho_e \Rightarrow \rho_e^* = \rho_{eR} + j\rho_{el} \quad (9)$$

$$E_e \Rightarrow E_e^* = E_{eR} + jE_{el} \quad (10)$$

なお、実効密度の虚部 ρ_{el} は流れ抵抗に関連するパラメータである。また、体積弾性率の虚部 E_{el} は、圧力 p と体積ひずみ $\operatorname{div} \{U\}$ の関係のヒステリシスをあらわす。

式(9)を式(5)へ代入し次の要素剛性行列 $[K]_e$ を得る。

$$[K]_e = [K_R]_e (1 + j\eta_e) \quad (11)$$

ただし、

$$[K_R]_e = (\rho_{eR} / (\rho_{eR}^2 + \rho_{el}^2)) [\tilde{K}]_e, \quad (12)$$

$[K_R]_e$ は $[K]_e$ の実部である。

式(10)を式(6)へ代入し次の要素質量行列 $[M]_e$ を得る。

$$[M]_e = [M_R]_e (1 + j\chi_e) \quad (13)$$

ただし、

$$[M_R]_e = (E_{eR} / (E_{eR}^2 + E_{el}^2)) [\tilde{M}]_e, \quad (14)$$

$[M_R]_e$ は $[M]_e$ の実部である。

式(4)～(14)を対象とする場の全要素について重ね合わせることにより次の全系の離散化方程式を得る。

$$\sum_{e=1}^{e_{\max}} ([K_R]_e (1 + j\eta_e) - \omega^2 [M_R]_e (1 + j\chi_e)) \{p_e\} = -\omega^2 \{u\} \quad (15)$$

式(15)中の $[K_R]_e$ と $[M_R]_e$ と $\{p_e\}$ は、行列のサイズを全系の自由度と同じになるように書き換えてある。 $\{u\}$ は全系の節点粒子変位ベクトルである。式(15)は、複素係数の連立一次方程式であり、 ω と節点粒子変位 $\{u\}$ を既知量とし与え、未知量である節点音圧 $\{p_e\}$ を求める。本解析では式(15)から、吸音材配置後のモデルの周波数応答を求めた。

2・2 吸音要素の減衰寄与率の計算 つぎに共鳴条件を考え、式(15)の複素固有値問題は次式となる。

$$\sum_{e=1}^{e_{\max}} ([K_R]_e (1 + j\eta_e) - (\omega^{(n)})^2 (1 + j\eta_{tot}^{(n)})) [M_R]_e (1 + j\chi_e) \{\phi^{(n)}\} = \{0\} \quad (16)$$

添字 (n) は n 次固有モードを表す。 $(\omega^{(n)})^2$ は複素固有値の実部、 $\{\phi^{(n)}\}$ は複素固有モード、 $\eta_{tot}^{(n)}$ はモード損失係数、 e_{\max} は要素数である。

材料減衰 η_e と χ_e ($e = 1, 2, 3, \dots, e_{\max}$) に関して全要素の中で最大のものを η_{\max} とする。また、以下の量を定義し導入する。

$$\beta_{ke} = \eta_e / \eta_{\max}, \beta_{se} = \chi_e / \eta_{\max}, \quad (17)$$

ここで $\eta_{\max} \ll 1$ と仮定し、微小量 $\mu = j\eta_{\max}$ を導入し、式(16)の解を漸近展開すると、

$$\{\phi^{(n)}\} = \{\phi^{(n)}\}_0 + \mu \{\phi^{(n)}\}_1 + \mu^2 \{\phi^{(n)}\}_2 + \dots \quad (18)$$

$$(\omega^{(n)})^2 = (\omega_0^{(n)})^2 + \mu^2 (\omega_2^{(n)})^2 + \mu^4 (\omega_4^{(n)})^2 + \dots \quad (19)$$

$$j\eta_{tot}^{(n)} = \mu \eta_1^{(n)} + \mu^3 \eta_3^{(n)} + \mu^5 \eta_5^{(n)} + \mu^7 \eta_7^{(n)} + \dots \quad (20)$$

ただし、 $\beta_{se} \leq 1$ および $\beta_{ke} \leq 1$ であるので

$\eta_{\max} \ll 1$ ならば $\eta_{\max} \beta_{se} \ll 1$ および $\eta_{\max} \beta_{ke} \ll 1$ が成立し、 $\mu \beta_{se}$ および $\mu \beta_{ke}$ も μ と同様に微小量となる。また、 $\{\phi^{(n)}\}_0, \{\phi^{(n)}\}_1, \{\phi^{(n)}\}_2, \dots$ と $(\omega_0^{(n)})^2, (\omega_1^{(n)})^2, \dots$ および $\eta_1^{(n)}, \eta_3^{(n)}, \eta_5^{(n)}, \dots$ は実数とする。

ついで式(18)から式(20)を式(16)に代入し、 μ^0 と μ^1 の量までをまとめると次式を得る^{(9), (10)}。

$$\eta_{tot}^{(n)} = \eta_{ke}^{(n)} - \eta_{se}^{(n)} \quad (21)$$

$$\eta_{ke}^{(n)} = \sum_{e=1}^{e_{\max}} (\eta_e S_{ke}^{(n)}), \eta_{se}^{(n)} = \sum_{e=1}^{e_{\max}} (\chi_e S_{se}^{(n)}),$$

$$S_{ke}^{(n)} = \frac{\{\phi^{(n)}\}^T [K_R]_e \{\phi^{(n)}\}}{\sum_{e=1}^{e_{\max}} \{\phi^{(n)}\}^T [K_R]_e \{\phi^{(n)}\}},$$

$$S_{se}^{(n)} = \frac{\{\phi^{(n)}\}^T [M_R]_e \{\phi^{(n)}\}}{\sum_{e=1}^{e_{\max}} \{\phi^{(n)}\}^T [M_R]_e \{\phi^{(n)}\}}$$

この式からモード損失係数 $\eta_{tot}^{(n)}$ は実効密度に関連する材料減衰 η_e と運動エネルギー一分担率 $S_{ke}^{(n)}$ との積の全要素にわたる和 $\eta_{ke}^{(n)}$ および体積弾性率に関連する材料減衰 χ_e とひずみエネルギー一分担率 $S_{se}^{(n)}$ との積の全要素にわたる和 $\eta_{se}^{(n)}$ から近似計算できる。また、多孔質材の挿入位置(e 番目の吸音要素)のモード損失係数 $\eta_{tot}^{(n)}$ の寄与率 $C_e^{(n)}$ は次式で表せる。

$$C_e^{(n)} = \eta_e S_{ke}^{(n)} - \chi_e S_{se}^{(n)} \quad (22)$$

2・3 多モードを対象とした吸音材配置の検討手順

吸音要素 e が持つ複数のモードに対する累積の減衰寄与率 C_e^{tot} を次式で定義する。

$$C_e^{tot} = \sum_{n=1} C_e^{(n)} W^{(n)} \quad (23)$$

C_e^{tot} は全減衰寄与率、 $C_e^{(n)}$ は n 次モードに対する要素 e の減衰寄与率、 $W^{(n)}$ は重み係数を表す。

問題によって、考慮すべきモードと考慮しなくて良いモードがあるので、 $W^{(n)}$ を導入して重み付けを行うものとした。式(23)の全減衰寄与率 C_e^{tot} が大きくなる順に寄与率の高い吸音要素を残し、低い要素を削り、目的の体積にすることで、吸音要素の最適配置を行った。式(23)中の重み係数 $W^{(n)}$ は、次式の音源側評価点と受音側評価点について、両方の固有ベクトル(音響モード)の成分が大きい条件から定めた。

$$W^{(n)} \equiv |\phi_{in}^{(n)} \phi_{out}^{(n)}| \quad (24)$$

$\phi_{in}^{(n)}$ は固有ベクトルの音源側評価点の成分、 $\phi_{out}^{(n)}$ は固有ベクトルの受音側評価点の成分である。評価点の音圧レベルには、各共鳴周波数における評価点の音響モード(固有ベクトル)の成分の大きさが影響する。式(24)は、評価点の音圧レベルに影響が大きな共鳴音響モードを優先的に吸音させるような重み係数 $W^{(n)}$ となる。

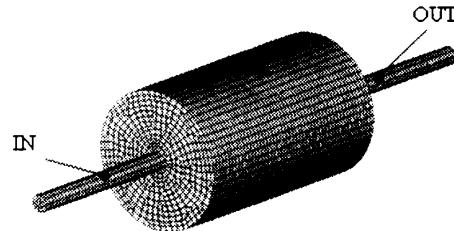


Fig.1 Acoustic FEM model of expanded chamber

3. 解析結果

3・1 拡張室形消音器の三次元有限要素モデル

拡張室形消音器内に多孔質吸音材を配置し、音場の減衰特性を解析するため図1に示す三次元有限要素モデルを構築した。要素は一次の定ひずみ四面体要素を用いた。五面体と六面体は四面体要素の組み合わせで表現した。 $\phi 170 \times 272\text{mm}$ の拡大管部と、 $\phi 21.5 \times 200\text{mm}$ 、 $\phi 21.5 \times 225\text{mm}$ の細管部により構成されている。入口側音圧 P_{in} と出口側音圧 P_{out} の評価点(図中、それぞれ IN, OUT と示す位置)間の距離は 472mm である。

図1のIN側の一点を単位粒子速度 V で加振する。そのときの入口側音圧 p_{in} と出口側音圧 P_{out} から次式により減音量 Δp を求める。

$$\Delta p = 20 \log_{10} |p_{out} / p_{in}| \quad (25)$$

吸音材の材質はグラスウールとした。

拡張室形消音器の入口と出口の減音量 Δp を問題とする本報告では、 $W^{(n)}$ は拡張室形消音器における入口側評価点と出口側評価点についての固有ベクトルの成分の積の絶対値から定めた。すなわち、式(24)中の $\phi_{in}^{(n)}$ は固有ベクトルの入口側評価点の成分、 $\phi_{out}^{(n)}$ は固有ベクトルの出口側評価点の成分になる。評価点の音圧に影響が大きいモードは、評価点の固有ベクトルの成分が大きい。これを利用し評価点に影響が大きいモードの重み係数が大きくなるようにし、優先して吸音させるようにした。

3・2 計算精度の検証

計算精度の検証のため、多孔質材を挿入した拡張室形消音器の減音量 Δp を本手法で計算し、実験値との比較を行った。図2に示すように、このモデル(以降、49.1%-initial model と呼ぶ)では拡大管部の $\phi 120\text{mm}$ の外周と出口側の細管部管端の厚さ

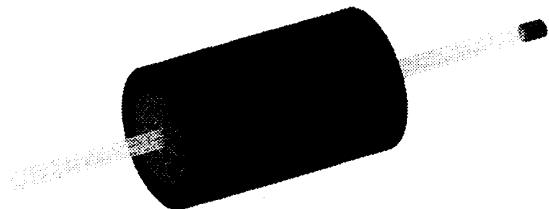


Fig.2 49.1%-Initial model

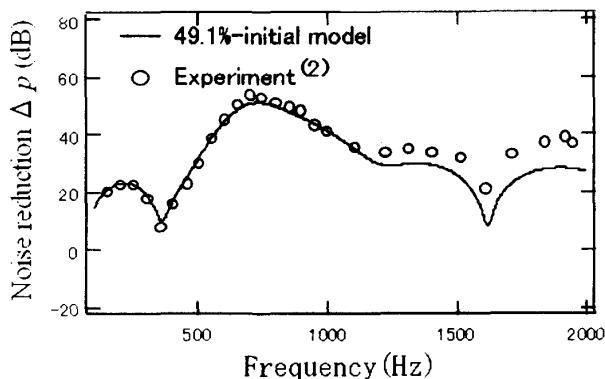
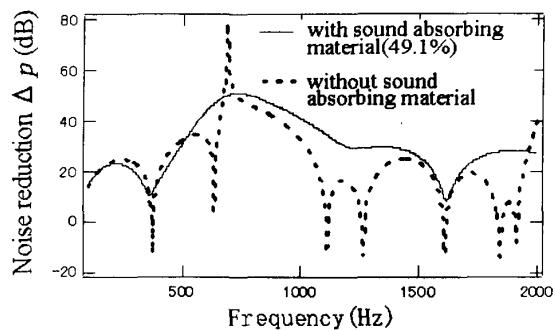
Fig. 3 Comparison between experimental results⁽²⁾ and calculated results

Fig.4 Effects of the sound absorbing material

25mmに吸音材を充填してある。充填した吸音材の量は、拡張室形消音器の全体積の49.1%である。図中の濃い色の要素が吸音材に相当している。なお、管端部はKagawaらの実験⁽²⁾に合わせ、閉管となっている。減音量 Δp の実験値⁽²⁾、計算値を図3に示す。図中、 Δp が大きいほど減音量が大きい。両者は一致している。

図2のモデルで吸音材がある場合と無い場合による減音量 Δp の変化を計算した。結果を図4に示す。図中、減音量 Δp に下向きのピークが存在する。これらのピークに相当する周波数で消音器内の空間は共鳴し音が大きくなりやすい。吸音材があるとピークが丸くなり減衰され減音量 Δp が増大している。なお、図5にmodel～mode20の音響モードに示す。図中の $f_r^{(n)}$ はn次モード

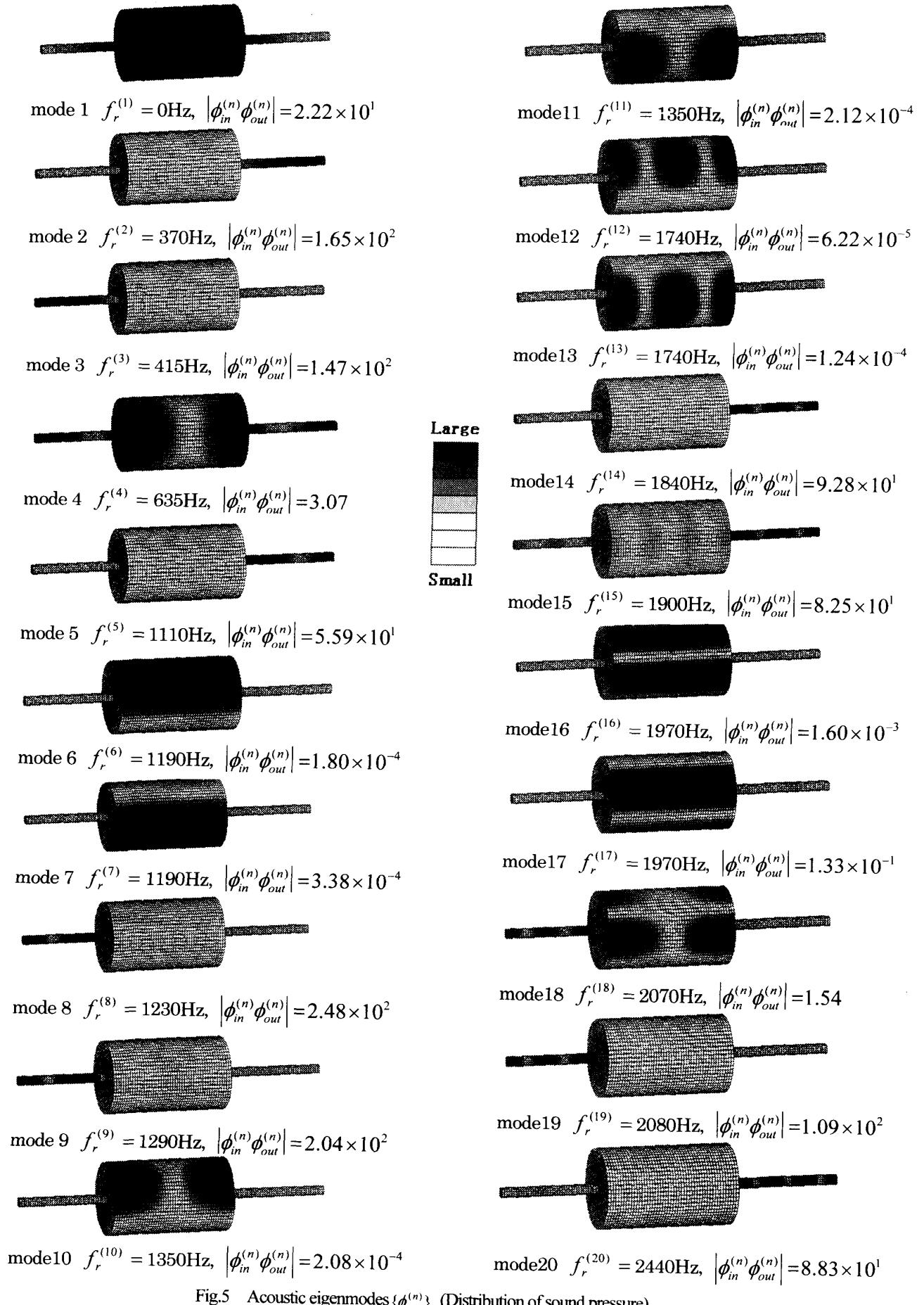
の共振周波数である。図4の減音量 Δp （吸音材ない条件）に現れている下向きのピークに対応するモードは2000Hzまでではmode2, 3, 4, 5, 8, 9, 14, 15である。これらのモードは、下向きのピークに現れない残りのモードに比べ評価点（入力側細管内の評価点と出力側細管内の評価点）のモードベクトルの成分の積の絶対値 $|\phi_{in}^{(n)} \phi_{out}^{(n)}|$ が大きかった。これより、吸音材の配置では、ピークが現れているモードを優先すると良さそうである。

3・3 多モードを対象とした吸音材配置結果

拡張室形消音器モデルの固有値計算で現れた20のモードについて減衰寄与率 $C_e^{(n)}$ を式(22)で計算した。得られた減衰寄与率 $C_e^{(n)}$ にもとづき多モードを対象とした吸音材の再配置を行った。まず、重み係数 $W^{(n)}$ を考慮せず（ $W^{(n)}$ を変化させない）に吸音材を配置したモデル（以下49.1%-improved model without weight coefficientと呼ぶ）を図6に示す。この条件は式(23)中で重み係数 $W^{(n)}$ をすべてのモードに対して $W^{(n)} = 1$ とすることと等価である。図2の初期モデル（49.1%-initial model）と図6の49.1%-improved model without weight coefficientの減音量 Δp の計算値を比較した結果を図7に示す。49.1%-improved model without weight coefficientは初期モデル（49.1%-initial model）と比較すると、減音量 Δp が全体的に大きくなり、重み係数 $W^{(n)}$ を考慮しない条件でも吸音効果は改善されている。

式(24)のように評価点の固有ベクトルを重み係数 $W^{(n)}$ とし式(23)の C_e^{tot} にもとづき吸音材を再配置したモデル（以下1.6%-improved model with weight coefficientsと呼ぶ）を図8に示す。吸音材の体積は全空間の体積の1.6%とした。これと同じ吸音材の体積を有し、重み係数 $W^{(n)}$ を考慮せずに吸音材を配置したモデル（以下1.6%-improved model without weight coefficientsと呼ぶ）を図9に示す。1.6%-improved model with weight coefficientsと1.6%-improved model without weight coefficientsの減音量 Δp の計算値を比較した結果を図10に示す。重み係数を用いることにより、吸音効果がさらに向上した。

初期モデル（49.1%-Initial model）と重み係数 $W^{(n)}$ を考慮して吸音材を配置したモデル（1.6%-improved model with weight coefficient）の減音量 Δp の計算結果を図11に示す。このように吸音材を減衰寄与率が高い位置に限定して配置すれば、大幅に吸音材を減らしても吸音効果を維持できている。したがって本計算法は有効といえる。

Fig.5 Acoustic eigenmodes $\{\phi^{(n)}\}_0$ (Distribution of sound pressure)

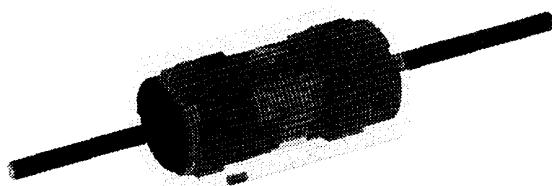


Fig.6 49.1%-improved model without weight coefficients

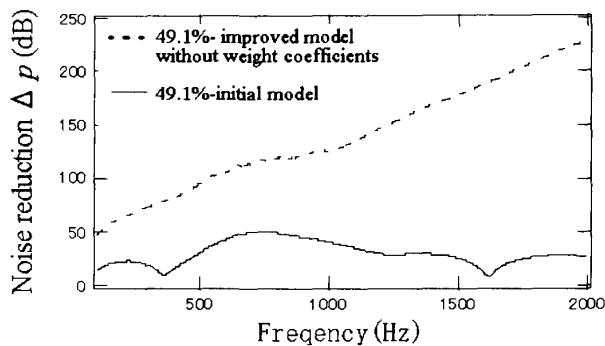
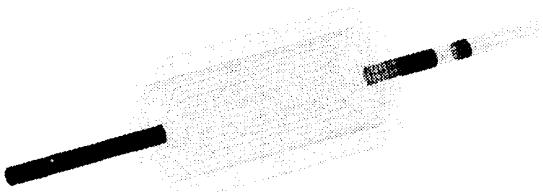
Fig. 7 Comparison of Δp between initial model and 49.1%-improved model without weight coefficients

Fig.8 1.6%-improved model with weight coefficients

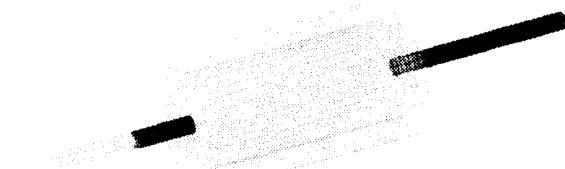
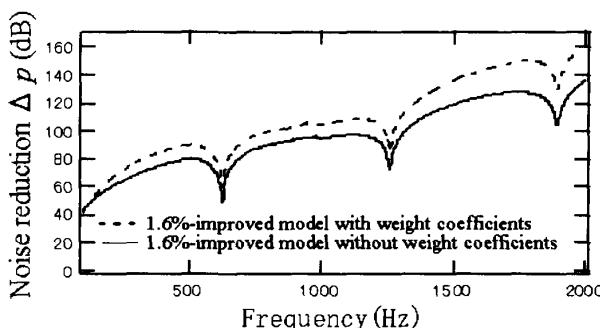
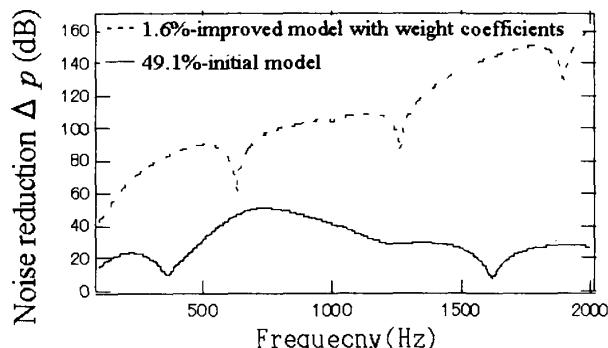


Fig.9 1.6%-improved model without weight coefficients

Fig.10 Comparison of Δp between 1.6%-improved model with/without weight coefficientsFig.11 Comparison of Δp between 49.1%-initial model and 1.6%-improved model with weight coefficients

4. 結言

複素実効密度と複素体積弾性率をパラメータとする吸音材の三次元有限要素を定式化し、微少量 0 次、1 次の成分から主要な運動方程式を導出した上で、評価点の固有ベクトルを重み係数として、減衰寄与率の分布に基づき吸音材を配置する方法を提案した。

この多モードを対象とした吸音材の配置法を拡張室型消音器に応用し、吸音効果の向上が確認された。

文 献

- (1) Zwikker,C. and Kosten,C.A., *Sound Absorbing Materials*, (1949), Elsevier Press, Amsterdam.
- (2) Kagawa, Y., Yamabuchi,T. and Mori,A., Finite Element Simulation of an Axisymmetric Acoustic Transmission System with a Sound Absorbing Wall, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.53, No.3(1977), pp.357-374.
- (3) Ejima, K., Ishii, T. and Murai, S., The Modal Analysis on the Acoustic Field, *Journal of the Acoustical Society of Japan*, Vol.44, No.6 (1988), pp.460-468.
- (4) Craggs, A., A Finite Element Model for Rigid Porous Absorbing Materials, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 61, No.1(1978), pp.101-111.
- (5) Utsuno, H., Tanaka, T., Morisawa, Y. and Yoshimura, T., Prediction of Normal Sound Absorption Coefficient for Multi Layer Sound Absorbing Materials by Using the Boundary Element method, *Transactions of Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol.56, 532C(1990), pp.3248-3252.
- (6) Utsuno, H., Wu, T.W., Seybert, A.F. and Tanaka, T., Prediction of Sound Fields in Cavities with Sound

- Absorbing Materials, *AIAA Journal*, Vol.28, No.11 (1990), pp.1870-1875.
- (7) Kang, Y.J. and Bolton, S., Finite Element Modeling of Isotropic Elastic Porous Materials Coupled with Acoustical Finite Elements, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol.98, No.1 (1995), pp.635-643.
- (8) Attala, N., Panneton, R., and Debergue, P., A mixed pressure-displacement formulation for poroelastic materials, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol.104, No.3 (1998), pp.1444-1452.
- (9) Yamaguchi, T., Approximated Calculation to Damping Properties of a Closed Sound Field Involving Porous Materials (Proposal of a Fast calculation Procedure for Modal Damping and Damped Response), *Transactions of Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol.66, No.648C (2000), pp. 2563- 2569.
- (10) Yamaguchi, T., Kurosawa, Y. and Matsumura, S., Damped Analysis of 3D Acoustic Fields Involving Sound Absorbing Materials using FEM, *Transactions of Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol.66, No.646C, (2000), pp.1842-1848.
- (11) Sato, S., Fujimori, T. and Miura, H., Sound Absorbing Wedge Design Using Flow Resistance of GlassWool, *Journal of the Acoustical Society of Japan*, Vol.33, No.11(1979), pp.628-636.
- (12) Utsuno,H., Tanaka,T. and Fujikawa,T., Transfer Function Method for Measuring Characteristic Impedance and Propagation Constant of Porous Materials, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol.86, No.2 (1989), pp.637-643.
- (13) MA, B. A. and HE, J. F., A Finite Element Analysis of Viscoelastically Damped Sandwich Plates, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.152, No.1 (1992), pp.107-123.
- (14) Biot,M.A., Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol.28, No.2 (1955), pp.168- 178.
- (15) Allard, J. F., *Propagation of Sound in Porous Media*, (1993), Elsevier Applied Science, London and New York.
- (16) Zienkiewicz, O.C. and Cheung, Y.K., *The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics*, (1967), McGraw-Hill.