

平成27年 2月 2日

## 学位論文の審査要旨

学位論文申請者氏名：齋藤 惇

論文題目： Algorithms and Lower Bounds for Threshold Circuits

(しきい値回路に対するアルゴリズムと下界の研究)

### 論文の概要及び判定理由

様々な計算問題に対して、その根源的な難しさを表す指標である計算量を求める問題は、理論計算機分野における非常に重要かつ困難な問題である。特に、計算量の尺度として、論理回路の素子数を用い、これに対する有意な計算下界を求める問題は、理論計算機分野の黎明期から残る重要な未解決問題である。本論文は、アルゴリズムの構成と計算量の下界導出の双対性を用いたアプローチを通じて、計算困難性の解明を目指したものである。

本論文は、全5章からなる。

第1章は序論である。代表的なNP完全問題である充足可能性問題と、これに関する強指数関数時間仮説について述べたうえ、本論文で扱う2層のしきい値回路に対する充足可能性問題の重要性について述べている。また、近年盛んに研究が行われている、論理回路モデルにおける計算量の下界導出を、対応する回路に対する充足可能性判定アルゴリズムの構成を通じて行う枠組みについて論じている。

第2章は、近年計算量理論分野において注目を浴びている、アルゴリズムの構成と計算量の下界導出の双対性に焦点をあて、これまでに知られる結果を系統立ててまとめたものである。特に、論理回路の充足可能性問題に対する非自明なアルゴリズムの構成が、2つの重要な計算量クラスNEXP（非決定性指数関数時間）とP/Poly（多項式サイズ論理回路）の分離を導くことの議論を詳細にまとめている。

第3章は、本論文によって新たに得られた2層のしきい値論理回路に対する充足可能性判定アルゴリズムについて記述している。まず、論理回路の素子に対して依存性と呼ぶ新たな概念の制約を導入している。2つの論理素子が依存しているとは、任意の入力値に対して、片方の素子の出力がもう片方の素子の出力よりも小さくないことを言う。その上で、論理回路の各層における依存性を持たない最大素子集合のサイズを回路全体の依存度と定め、この値が制限される場合には、充足可能性問題が非自明なアルゴリズムを持つことを構成的に証明している。依存度が非常に小さな場合にも回路が万能性を持つことの証明も合わせてなされており、それゆえ、回路の依存度は論理回路の計算能力について重要な意味を持つ尺度となることが担保される。

第4章は、上で導入した依存度の制約に基づき、充足可能性判定アルゴリズムの構成を

通じて、実際に計算量クラスの分離を行ったものである。具体的には、しきい値素子層を対数多項式層含む論理回路クラスが、その依存度がある値よりも小さな場合には、計算量クラス  $NEXP$  を含み得ないことの証明を与えている。論理回路における計算過程が、依存度の制約のもとで、ある種の整数計画問題の許容界空間として表現できることに着目し、これをもとに近年 Williams が構成した、対称関数素子を含む回路に対するアルゴリズムを適用可能な回路形状へと変換可能であることを構成的に証明している。この結果は、 $NEXP$  との分離が証明可能な最大の回路クラスを、従来知られるものより大きく拡張するものであり、優れた結果である。

第5章は、本論文のまとめと今後の課題について述べている。

以上本論文は、特に、論理回路に対する依存性という新たな概念の導入とこれを用いた計算量の解析手法を提示した点において、計算量理論分野の発展に寄与するところが少なくない。よって、博士（工学）の学位に値するものと判定した。

審査年月日 平成27年 1月22日

#### 審査委員

主査	群馬大学学術研究院	教授	山崎 浩一	印
副査	群馬大学学術研究院	准教授	荒木 徹	印
副査	群馬大学学術研究院	教授	中野 眞一	印
副査	群馬大学学術研究院	准教授	藤田 憲悦	印
副査	群馬大学学術研究院	教授	天野 一幸	印

#### 関連論文

- 1 著者名 Kazuyuki Amano and Atsushi Saito  
論文題目 A Nonuniform Circuit Class with Multilayer of Threshold Gates Having Super Quasi Polynomial Size Lower Bounds against  $NEXP$   
(和訳) ( $NEXP$  に対する準多項式を超える下界を有する非一様な多層閾値回路クラス)  
雑誌名 Proceedings of the 9th International Conference on Language and Automata Theory and Applications: Lecture Notes in Computer Science 第8977巻 2015年3月 掲載決定
- 2 著者名 Kazuyuki Amano and Atsushi Saito  
論文題目 A Satisfiability Algorithm for Some Class of Dense Depth Two Threshold Circuits  
(和訳) (より密な2層しきい値回路に対する充足可能性判定アルゴリズム)  
雑誌名 IEICE Transactions on Information and Systems  
第E98-D巻 第1号 108頁～118頁 2015年1月